DENOMBREMENT

AVEC ORDRE *(tirage : successivement)* — **SANS ORDRE** *(Tirage : simultanément)*

AVEC ORDRE — AVEC REMISE

Pas d'association d'objet

P-Liste avec remise

$$E^p$$

Ex : On dispose de 3 boîtes et de 5 craies (bleue, rouge, jaune, verte, orange) :

→ 3^5 **possibilités**

On décide de laisser une boîte vide :

→ 3×2^5 avec
3 = nb de possibilité de boîte à choisir de laisser vide
2 = nb de boîtes sélectionnées pour ne pas être vide
5 = nb d'éléments à répartir

On décide de disposer les craies rouge et bleue toujours ensemble :

→ 3×3^3 avec
"le premier" 3 = nb de boîtes possibles pour le couple de craies rouge/bleue
"le deuxième" 3 = nb de boîtes restantes pour les autres craies
"l'exposant" 3 = nb de craies restantes à répartir

On décide de disposer les craies rouge et bleue ensemble et seules dans une boîte :

→ 3×2^3 avec
"le premier" 3 = nb de boîtes possibles pour le couple de craies rouge/bleue
2 = nb de boîtes restantes pour les autres craies
"l'exposant" 3 = nb de craies restantes à répartir

Association d'objet

Arrangement avec répétition

$$p^n$$

Ex : Combien de mots de 5 lettres peut-on former avec l'alphabet (26 lettres) ?

→ 26^5 **possibilités**

*/!\ Ici, on vous demande le nombre total de possibilités. Si on vous demande la **probabilité** de former 1 mot de 5 lettres avec l'alphabet (26 lettres), il faudra se souvenir que :*

$$Probabilité=\frac{1}{Possibilités}$$

Donc, il vous faudra répondre :

$$\rightarrow \frac{1}{26^5}$$

Cette relation probabilité / possibilités est valable pour toutes les formules figurant sur cette fiche. /!

AVEC ORDRE — SANS REMISE

Groupes de couleurs

Permutation avec répétition

$$\frac{n!}{k_1!k_2!k_3!\dots k_n!}$$

Ex : 10 animaux répartis en 3 catégories : 2 dans l'espèce A, 3 dans l'espèce B, 5 dans l'espèce C. On observe l'ordre d'arrivée au terrier.

Nb d'ordre d'arrivée possible

$$\rightarrow P_{10,2,3,5}=\frac{10!}{2!3!5!}$$

***Rq :** Tous les éléments de k_1 sont identiques (ex :lapins) mais sont différents de k_2 (ex :marmottes) et de k_3 (ex :hermines).*

On tire jusqu'au bout

Permutation d'un ensemble fini à n éléments

$$n!$$

Ex 1 : 6 cartes avec les lettres R,A_1,F,A_2,E,L.

Nb de combinaisons possibles :

→ $6!$ **possibilités**

soit :

→ $\frac{1}{6!}$ **chances** d'obtenir le prénom RA_1FA_2EL.

OU

Ex 2 : 14 livres : 4 UE1, 5 UE2, 3 UE3, 2 UE4.

Sans tenir compte des matières :

→ $14!$ possibilités de rangement.

Ranger dans un ordre choisi : "UE4, UE3, UE2, UE1" :

→ $2!\times3!\times5!\times4!$ rangements possibles

Ranger par matière en tenant compte du nombre de catégories différentes = catégorisation.
Ici, nous avons 4 catégories différentes, à savoir l'UE1, l'UE2, l'UE3 et l'UE4.

→ $2!\times3!\times5!\times4!\times4!$

avec

$2!\times3!\times5!\times4!$ = ordre

$4!$ = 4 catégories

On ne tire pas jusqu'au bout

Arrangement de n éléments pris p à p

$$\frac{n!}{(n-p)!}$$

Ex : Parmi 12 destinations, on souhaite faire un circuit de 4 voyages dans un ordre précis *(/!\ "Paris, Madrid, Rome, Athènes" ≠ "Athènes, Rome, Paris, Madrid" **→ l'ordre compte!)**.*

→ $\frac{12!}{(12-4)!}=12\times11\times10\times9$ **possibilités**

Rq : a, b, c pris 2 à 2 ↔ $\frac{3!}{(3-2)!}=3\times2=6$

*6 arrangements ; l'ordre est important = (a;b) (a;c) (b;a) (b;c) (c;a) (c;b) → Noté entre **parenthèses***

≠

Combinaison ↔ $\frac{3!}{2!(3-2)!}=3$

*3 arrangements ; sans ordre = {a;b} {a;c} {b;c} → Noté entre **accolades***

SANS ORDRE — SANS REMISE

Combinaison de n éléments pris p à p

$$\frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Ex 1 : Parmi 12 individus, combien peut-on constituer d'échantillon de 5 personnes et ce sans remise et sans ordre ?

→ $C_{12}^5=\frac{12!}{5!7!}$ **possibilités**

OU

Ex 2 : 6 lettres : A, B, C, D, E, F.

Combien de combinaisons de 2 lettres parmi 6 peut-on former ?

→ $C_6^2=\frac{6!}{2!4!}$

Combien de mots de 1 à 6 lettres peut-on constituer ?

1ère Méthode

On recherche l'ensemble des possibilités auquel on soustrait la possibilité de former un mot de 0 lettre.

$N=2^6-C_6^0=2^6-1=63$,

2^6 = nb de parties d'un ensemble à 6 éléments

$C_6^0=\emptyset$ = Ensemble vide

***Rappel :** 2^p = nb de parties d'un ensemble de p éléments.*

2ème Méthode

$C_6^1=6$, $C_6^2=15$, $C_6^3=20$,
$C_6^4=15$, $C_6^5=6$, $C_6^6=1$

→ $6+15+20+15+6+1=63$

EQUIPROBABILITÉ

- **Problème du contrôle de qualité d'une production**

$$P(A_k)=\frac{C_D^k \times C_{N-D}^{n-k}}{C_N^n} \quad \text{avec} \quad 0 \leqslant k \leqslant D \quad \text{et} \quad 0 \leqslant n-k \leqslant N-D$$

Ex : Une boîte contient 10 articles (N) dont 4 défectueux (D). On en tire 3 au hasard (n).

Quelle est la probabilité pour que, parmi les 3 tirés au sort, 2 soient défectueux (k) ?

On a : c_{10}^3 est l'ensemble de tous les échantillons possibles contenant 3 articles sur 10.

→ il y a donc $\frac{1}{C_{10}^3}$ chances de tirer au sort 3 articles sur 10.

Or on a la possibilité de tirer 2 articles défectueux sur les 4 articles défectueux totaux, soit C_4^2 .
Sachant qu'on tire 3 articles, il nous reste 1 chance que l'article soit défectueux sur les 6 articles non défectueux totaux, soit C_6^1 .

En conclusion, on a : $\frac{C_4^2 \times C_6^1}{C_{10}^3}$.

Le coin méthodologique

Petite astuce de votre tutrice

Méthode rapide de calcul d'une combinaison de type $P(A_k)=\frac{C_D^k \times C_{N-D}^{n-k}}{C_N^n}$ **avec** C_D^0 **ou** C_{N-D}^0

Cette application a trait au fait que, respectivement, rien n'est défectueux ou que rien n'est fonctionnel, autrement dit que, respectivement, tout est fonctionnel ou tout est défectueux.

C_D^0 **: Cas où rien n'est défectueux, tout est fonctionnel**	C_{N-D}^0 **: Cas où rien n'est fonctionnel, tout est défectueux**
$\frac{C_D^0 \times C_{N-D}^n}{C_N^n}$ Que l'on peut réécrire comme suit : $\frac{(N-D)\times\ldots\times(N-D-n+1)}{N\times\ldots\times(N-n+1)}$	$\frac{C_D^k \times C_{N-D}^0}{C_N^n}$ Que l'on peut réécrire comme suit : $\frac{D\times\ldots\times(D-k+1)}{N\times\ldots\times(N-k+1)}$

/!\ Les formules ci-dessus ne sont valables qu'en présence de C_D^0 **ou de** C_{N-D}^0 **/!**

Ex : Une boîte contient 10 articles (N) dont 4 défectueux (D). On en tire 3 au hasard (n).

C_D^0 **: Cas où rien n'est défectueux, tout est fonctionnel**	C_{N-D}^0 **: Cas où rien n'est fonctionnel, tout est défectueux**
Quelle est la probabilité pour que, parmi les 3 tirés au sort, tous soient fonctionnels (k) ?	Quelle est la probabilité pour que, parmi les 3 tirés au sort, tous soient défectueux (k) ?
On a donc $\frac{C_4^0 \times C_6^3}{C_{10}^3}$.	On a donc $\frac{C_4^3 \times C_6^0}{C_{10}^3}$.
Ici tout est fonctionnel, rien n'est défectueux d'où le C_4^0 . On a N-D = 6 ; n=3 ; N=10.	Ici tout est défectueux, rien n'est fonctionnel d'où le C_6^0 . On a D= 4 ; k=3 ; N=10.
Le calcul se simplifie donc en : $\frac{C_4^0 \times C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{6\times5\times4}{10\times9\times8}=\frac{1}{6}$	Le calcul se simplifie donc en : $\frac{C_4^3 \times C_6^0}{C_{10}^3}=\frac{4\times3\times2}{10\times9\times8}=\frac{1}{30}$

PACES TUTORAT NIÇOIS Faculté de Médecine de Nice

Hamlet