

Tut' Rentrée Biostatistique

cours 1B :

Événement et probabilité élémentaire

1



Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

INTRODUCTION

- L'outil de calcul numéro 1 pour permettre d'extrapoler une caractéristique observée sur une population: **La probabilité.**

I Éléments et Ensemble

➤ Définitions :

➤ Ensemble :

➤ Explicite : $\{1,2,3,4,5,6\}$

➤ Implicite : {Chiffres d'un dé à 6 faces}

➤ Sous ensemble {Chiffres pairs d'un dé à 6 faces}

➤ Élément : $\{1\}$

I Éléments et Ensemble

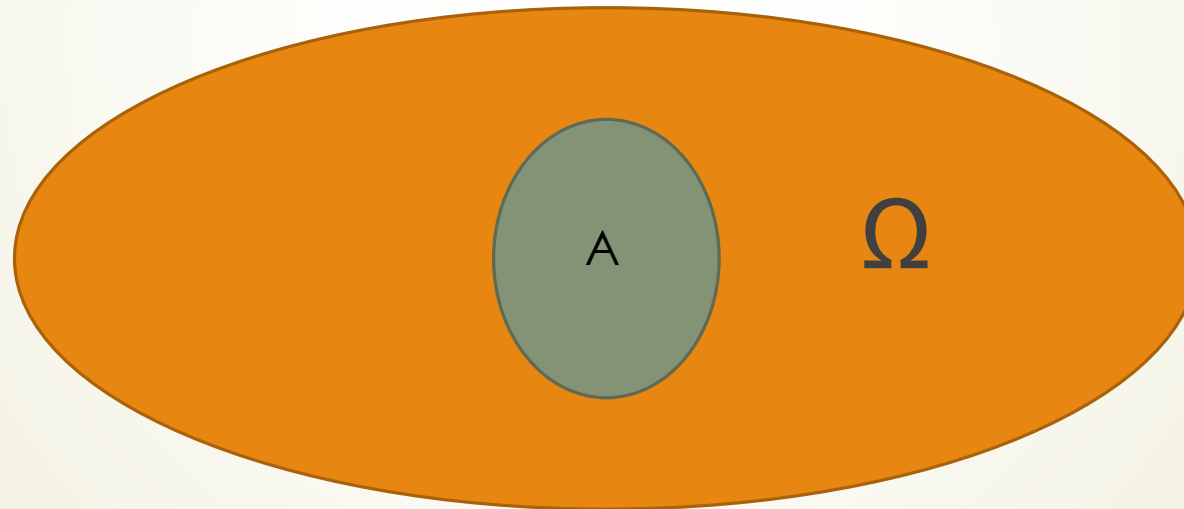
- Ω est le symbole de l'univers (universel)



Ω

I Éléments et Ensemble

➡ L'ensemble A est inclus dans Ω



I Éléments et Ensemble

➤ Ensemble fini

➤ *Ex : Chiffres d'un dé, $\{2\ 4\ 5\ 7\ 8\}$, et l'ensemble vide*

➤ Ensemble infini dénombrable

➤ *Ex : L'ensemble \mathbb{N} les entiers pairs...*

➤ Ensemble infini indénombrable

➤ *Ex : L'ensemble \mathbb{R} , ou des intervalles de \mathbb{R}*

I Éléments et Ensemble

Définition	Formule
Appartient	$x \in A$
Intersection	$B \cap A$
Union	$B \cup A$
Complémentaire	\bar{A} ou $\complement A$
Différence	$B - A$
Différence symétrique	$B \Delta A$

I Éléments et Ensemble

➤ Opérations :

$$➤ c(A \cap B) = cA \cup cB$$

$$➤ c(A \cap B) = cA \cap cB$$

$$➤ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

II ENSEMBLE PRODUIT, CARDINAL D'UN ENSEMBLE, FAMILLE D'ENSEMBLE

Cardinal Card(E)	Nombre d'éléments dans l'ensemble
L'ensemble produit $A \times B$	<p>L'ensemble de tous les couples ordonnés avec $a \in A$ et $b \in B$</p> <p>L'ensemble produit est égal au produit des cardinaux de chaque ensemble.</p>
La famille des parties	<p>Ensemble de tous les sous ensembles de A.</p> <p>Le nombre de parties d'un ensemble de p éléments est 2^p</p>
Partition	Subdivision de A en sous ensemble disjoint dont la réunion forme A

III DENOMBREMENTS :

AVEC REMISE

SANS REMISE



III DENOMBREMENTS :

AVEC REMISE

Tirage ordonné avec remise : Un même ensemble E sur lequel on reproduit x fois un tirage.

Le dénombrement de ce tirage est : $\text{Card}(E)^p$

Application :

Combien de possibilités de tirer 3 cartes avec remise dans un paquet de 32 cartes?

Réponse ?

III DENOMBREMENTS :

AVEC REMISE

Tirage ordonné avec remise : : Un même ensemble E sur lequel on reproduit x fois un tirage.

Le dénombrement de ce tirage est : $\text{Card}(E)^p$

Application :

Combien de possibilités de tirer 3 cartes avec remise dans un paquet de 32 cartes?

Réponse : 32^3

III DENOMBREMENTS :

SANS REMISE

ORDONNE :

NON ORDONNE :

III DENOMBREMENTS :

SANS REMISE

ORDONNE :

<p>On va jusqu'au bout du tirage</p> <p>Permutations :</p> <p>$n!$</p>	<p>On ne va pas jusqu'au bout du tirage</p> <p>Arrangements :</p> <p>$A_n^p = n! / (n-p)!$</p>	<p>Plusieurs éléments dans une même catégorie :</p> <p>Permutation avec répétition :</p> <p>$n! / k_1! k_2! \dots$</p>
--	--	--

III DENOMBREMENTS :

SANS REMISE

NON ORDONNE :

Tous les éléments sont différents

Combinaisons

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

III DENOMBREMENTS :

AVEC REMISE	SANS REMISE		
ORDONNE :	ORDONNE :		NON ORDONNE :
<p>Un même ensemble E sur lequel on reproduit p fois un tirage.</p> <p>$\text{Card}(E)^p$</p>	<p>On va jusqu'au bout du tirage :</p> <p>Permutation :</p> <p>$n!$</p>	<p>On ne va pas jusqu'au bout du tirage:</p> <p>Arrangement</p> <p>$A_n^p = n! / (n-p) !$</p>	<p>Plusieurs dans une même catégorie</p> <p>Permutation avec répétition :</p> <p>$n! / k_1! k_2!..$</p> <p>Combinaisons</p> <p>$C_n^p = n! / p! (n-p) !$</p>

EXERCICES

➡ **Exercice 1** : Combien de mots de 5 lettres peut-on faire avec l'alphabet ?

C'est un tirage avec remise

Correction :

➔ **Exercice 1** : Combien de mots de 5 lettres peut-on faire avec l'alphabet ?

AVEC REMISE	SANS REMISE		
ORDONNE :	ORDONNE :		NON ORDONNE :
<p>Un même ensemble E sur lequel on reproduit p fois un tirage.</p> <p>$\text{Card}(E)^p$</p>	<p>On va jusqu'au bout du tirage :</p> <p>Permutation :</p> <p>$n!$</p>	<p>On ne va pas jusqu'au bout du tirage :</p> <p>Arrangement</p> <p>$A_n^p = n! / (n-p) !$</p>	<p>Plusieurs dans une même catégorie</p> <p>Permutation avec répétition :</p> <p>$n! / k_1! k_2! \dots$</p> <p>Combinaisons</p> <p>$C_n^p = n! / p! (n-p) !$</p>

Correction :

- **Exercice 1 :** Combien de mots de 5 lettres peut-on faire avec l'alphabet ?
- **Correction 1:** On a 26 possibilité avec 5 lettres donc 5 fois la même action qui se répète. Donc on obtient **26^5**

EXERCICES

➡ **Exercice 2 :** Je veux ranger et classer 5 livres dans ma bibliothèque. Combien de possibilités de rangement ai-je?

Correction :

- **Exercice 2 :** Je veux ranger et classer 5 livres dans ma bibliothèque. Combien de possibilités de rangement ai-je?

AVEC REMISE		SANS REMISE		
ORDONNE :		ORDONNE :		NON ORDONNE :
Un même ensemble E sur lequel on reproduit p fois un tirage.		On va jusqu'au bout du tirage : Permutation :	On ne va pas jusqu'au bout du tirage : Arrangement	Plusieurs dans une même catégorie Permutation avec répétition :
$\text{Card}(E)^p$		$n!$	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Correction :

- **Exercice 2 :** Je veux ranger et classer 5 livres dans ma bibliothèque. Combien de possibilités de rangement ai-je?
- **Correction 2 :** On va jusqu'au bout et l'ordre a une importance donc permutation sans répétitions. Donc **5!**

EXERCICES

➡ **Exercice 3** : Je veux ranger dans mon armoire à pharmacie 3 Dafalgan 2 paracétamol et 5 piqûres de morphine. Combien de possibilités de rangement ai-je?

Correction :

- **Exercice 3 :** Je veux ranger dans mon armoire à pharmacie 3 Dafalgan 2 paracétamol et 5 piqûres de morphine. Combien de possibilités de rangement ai-je?

AVEC REMISE	SANS REMISE			
ORDONNE :	ORDONNE :			NON ORDONNE :
<p>Un même ensemble E sur lequel on reproduit p fois un tirage.</p> <p>$\text{Card}(E)^p$</p>	<p>On va jusqu'au bout du tirage :</p> <p>Permutation :</p> <p>$n!$</p>	<p>On ne va pas jusqu'au bout du tirage :</p> <p>Arrangement</p> <p>$A_n^p = n! / (n-p)!$</p>	<p>Plusieurs dans une même catégorie</p> <p>Permutation avec répétition :</p> <p>$n! / k_1! k_2! \dots$</p>	<p>Combinaisons</p> <p>$C_n^p = n! / p! (n-p)!$</p>

Correction :

- **Exercice 3 :** Je veux ranger dans mon armoire à pharmacie 3 Dafalgan 2 paracétamol et 5 piqûres de morphine. Combien de possibilités de rangement ai-je?
- **Correction 3 :** On utilise les permutations avec répétitions car plusieurs catégories. Donc $10! / 5! 3! 2!$

IV INTRODUCTION AUX PROBABILITES :

➤ Définitions :

➤ $P(\Omega) = 1$

➤ $P(\emptyset) = 0$

➤ Un évènement élémentaire est un unique point de Ω

Nb : $p(X)$ est compris entre $p(\Omega)$ et $p(\emptyset)$ donc entre 0 et 1.

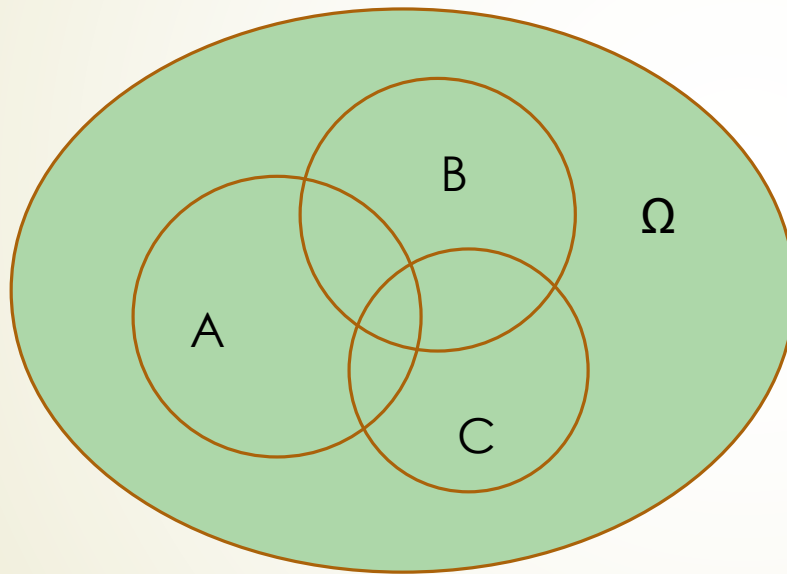
V FORMULE D'ADDITIVITE FORTE :

FORMULE D'ADDITIVITE FORTE :

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) = & P(A) + P(B) + P(C) \\ & - (P(A \cap C) + P(A \cap B) + P(B \cap C)) \\ & + P(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

On utilise cette formule quand on a trois probabilités qui rentrent en jeu.

V FORMULE D'ADDITIVITE FORTE :



Dans un hôpital on a :

- 60% de médecins travaillant en gériatrie.
- 30% des médecins travaillant en oncologie
- 40% des médecins travaillant en neurologie
- 15% travaillent à la fois en gériatrie et en oncologie
- 10% en oncologie et en neurologie
- 20% en gériatrie et en neurologie
- 5% travaillent dans les trois services.

Quelle est la probabilité qu'un médecin pris au hasard ne travaille pour aucun de ces trois services?

V FORMULE D'ADDITIVITE FORTE :

➡ Résolution :

- ➡ On cherche $1 - p(A \cup B \cup C)$
- ➡ $= 1 - [p(A) + p(B) + p(C) - p(A \cap B) - p(A \cap C) - p(B \cap C) + p(A \cap B \cap C)]$
- ➡ $= 1 - [60\% + 30\% + 40\% - 15\% - 10\% - 20\% + 5\%]$
- ➡ $= 1 - 90\%$
- ➡ **$= 10\%$**

10% des médecins ne travaillent dans aucun de ces services!!!

VII EQUIPROBABILITE :

- ➡ **Equiprobabilité** : Tous les évènements élémentaires ont la même probabilité égale à $1/\text{Card}(E)$.

QCM :

- On tire une carte dans un jeu de 32 cartes :
 - A) La probabilité d'avoir un roi ou une dame de couleur noire est de 8
 - B) La probabilité de tirer un 10 ou un carreau est de $\frac{3}{8}$ ème
 - C) La probabilité de tirer un 7 ou un 8 est de $\frac{1}{4}$
 - D) La probabilité de tirer une figure est de $\frac{1}{2}$
 - E) Les propositions A, B, C, D sont fausses.

Les cartes supprimées sont le 2 3 4 5 6

CORRECTION :

- On tire une carte dans un jeu de 32 cartes :
 - **A)** La probabilité d'avoir un roi ou une dame de couleur noire est de 8 **4 possibilités sur 32 soit $4/32 = 1/8$ et non pas 8!!!!**
 - **B)** La probabilité de tirer un 10 ou un carreau est de $3/8^{\text{ème}}$
 $P(10) = 4/32$ $p(C) = 8/32$ mais $p(10 \cup C) = 4/32 + 8/32 - 1/32 = 11/32$
 - **C)** La probabilité de tirer un 7 ou un 8 est de $1/4$
 $4/32 + 4/32 = 8/32 = 1/4$
 - **D)** La probabilité de tirer une figure est de $1/2$
 $4/32 + 4/32 + 4/32 = 12/32 = 3 \times 4 / (4 \times 4 \times 2) = 3/8$
 - **E)** Les propositions A, B, C, D sont fausses.

FIN !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

- Voilà j'espère que mes cours vous ont plu!!!!
Petits conseils méthodo pour finir ce cours en beauté!!

La PACES c'est :

Bisous paillettes



Princesse
Guerric Doigts
de fées



1-Beaucoup d'organisation



2- Un rythme de Travail régulier



Une cigarette raccourcit la vie de 2 minutes.
Une bouteille raccourcit la vie de 4 minutes.
Un jour de travail raccourcit la vie de 8 heures !!

3- Une méthode de travail

Derniers jours de révisions.



facebook.com/VieDeCarabin

avec

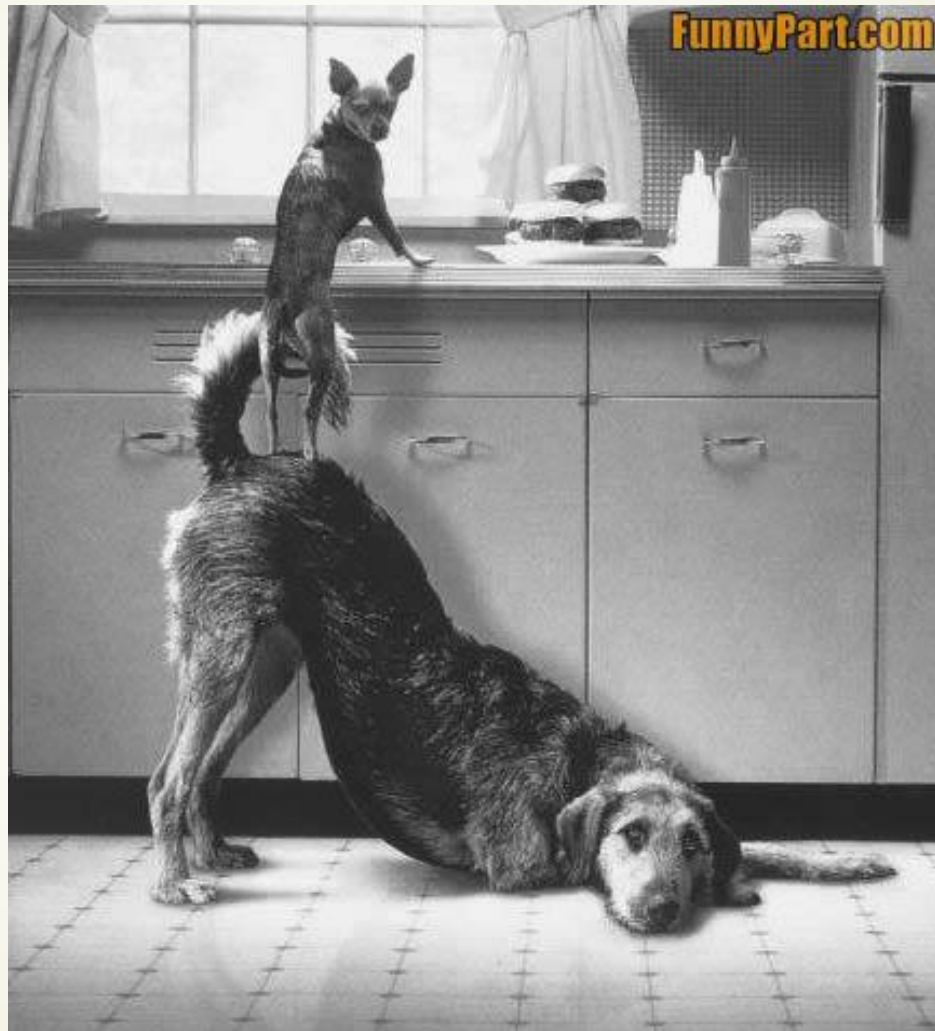


4- De la curiosité



Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

5- De l'entraide



Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

6-Mais vous êtes pas des pigeons non plus! Restez loin des démoralisateurs



7- Des sorties pour se vider la tête



8- Sans excès



9- Beaucoup de motivation



10 ET SURTOUT CROYEZ EN VOUS!!!



Bisous de toute la team biostat'!!! On vous aime!!

Sisi je t'assure même après le cours dégueulasse auquel tu viens d'assister!!!!



Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.