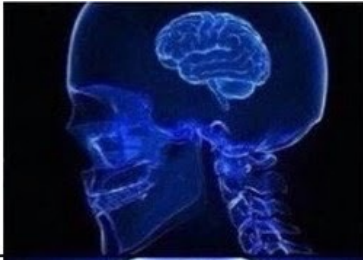


TTR : once upon a tut'

Introduction à la métrologie et à la biométrie

Plan du cours

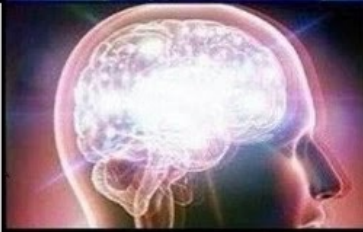
**FAIRE SON
DIAPO DEUX SEMAINES
AVANT LA TTR**



**FAIRE SON
DIAPO UNE
SEMAINE AVANT**



**LE FAIRE
4H AVANT**



**LE FAIRE
PENDANT SON
PROPRE COURS**



- ▶ I. Introduction
- ▶ II. Grandeurs et unités
- ▶ III. Incertitude
- ▶ IV. Erreur
- ▶ V. Éléments de biométrie

I. Introduction

- ▶ **La métrologie** correspond à la mesure physico-chimique des paramètres des individus (dosages des marqueurs, ...).
- ▶ **BIOMETRIE** = mesure des phénomènes biologiques pour l'étude quantitative et/ou qualitative des êtres vivants. (Domaines d'application : agronomie, anthropologie, écologie, médecine).
- ▶ **MESURER** = comparer une grandeur inconnue à une référence dont la traçabilité est établie
 - Il faut disposer d'une référence (un étalon).
 - Il faut assurer la traçabilité avec des unités de référence (généralement le SI).
- ▶ **MESURE** = valeur numérique accompagnée de son unité (placée à droite)

II. Grandeurs et unités

- ▶ **GRANDEUR PHYSIQUE** = attribut susceptible d'être distingué qualitativement et déterminé quantitativement = repérable et mesurable.

Ex : pression, température,

Les grandeurs comparables forment des ensembles : masses, longueurs, capacités.

- ▶ **UNITE** = grandeur particulière choisie comme référence. Chaque unité est nommée, et un symbole lui est attribué (€, Ω ...)

- ▶ En 1960, le système international (SI) d'unités s'instaure et remplace tous les systèmes précédents. Les unités en usage ont été ramenées à des fonctions de 7 unités de base, qui sont théoriquement indépendantes les unes des autres.

GRANDEUR	Unité
Longueur	Mètre
Masse	Kilogramme
Temps	Seconde
Courant électrique	Ampère
Température	Kelvin
Quantité de matière	Mole
Intensité lumineuse	Candela

Ne pas confondre une grandeur (la taille) avec une unité (le mètre) ++

- Et la combinaison de plusieurs unités de base formera des unités dérivées :

Grandeur	Unité	Symbole	Expression en fonctions Des grandeurs fondamentales
Force	Newton	N	$\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$
Travail et énergie	Joule	J	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$
Puissance	Watt	W	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^3$
Pression	Pascal	Pa	$\text{kg} / (\text{m} \cdot \text{s}^2)$
Fréquence	Hertz	Hz	s^{-1}
Charge électrique	Coulomb	C	$\text{A} \cdot \text{s}$
Potentiel électrique	Volt	V	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 / (\text{A} \cdot \text{s}^3)$
Résistance électrique	Ohm	Ω	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 / (\text{A}^2 \cdot \text{s}^3)$
Capacité	Farad	F	$\text{A}^2 \cdot \text{s}^4 / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
Champ magnétique	Tesla	T	$\text{kg} / (\text{A} \cdot \text{s}^2)$
Inductance	Henry	H	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 / (\text{s}^2 \cdot \text{A}^2)$



Comme les nombres supérieurs à 1000 ou inférieurs à 0,01 prennent beaucoup de place et leur lecture est difficile. Le SI comporte des préfixes pour les multiples et les sous-multiples :

Prefix	Symbol	10^n	Decimal	Short scale	Since
yotta	Y	10^{24}	1,000,000,000,000,000,000,000,000	Septillion	1991
zetta	Z	10^{21}	1,000,000,000,000,000,000,000	Sextillion	1991
exa	E	10^{18}	1,000,000,000,000,000,000	Quintillion	1975
peta	P	10^{15}	1,000,000,000,000,000	Quadrillion	1975
tera	T	10^{12}	1,000,000,000,000	Trillion	1960
giga	G	10^9	1,000,000,000	Billion	1960
mega	M	10^6	1,000,000	Million	1960
kilo	k	10^3	1,000	Thousand	1795
hecto	h	10^2	100	Hundred	1795
deca	da	10^1	10	Ten	1795
		10^0	1	One	
deci	d	10^{-1}	0.1	Tenth	1795
centi	c	10^{-2}	0.01	Hundredth	1795
milli	m	10^{-3}	0.001	Thousandth	1795
micro	μ	10^{-6}	0.000 001	Millionth	1960
nano	n	10^{-9}	0.000 000 001	Billionth	1960
pico	p	10^{-12}	0.000 000 000 001	Trillionth	1960
femto	f	10^{-15}	0.000 000 000 000 001	Quadrillionth	1964
atto	a	10^{-18}	0.000 000 000 000 000 001	Quintillionth	1964
zepto	z	10^{-21}	0.000 000 000 000 000 000 001	Sextillionth	1991
yocto	y	10^{-24}	0.000 000 000 000 000 000 000 001	Septillionth	1991

III. Incertitude

$$x - dx < X < x + dx$$

Avec X = valeur vraie ; x = valeur lue, mesurée ; dx = incertitude de x

Le résultat de la mesure d'une grandeur est caractérisé par un couple (x, dx) et une unité de mesure

IV. Erreur

- ▶ ERREUR ABSOLUE = différence entre le résultat d'un mesurage et la valeur vraie de la grandeur physique. Elle s'exprime dans l'unité de la mesure.

$$e = | x - X |$$

- ▶ ERREUR RELATIVE = rapport entre l'erreur de mesure et la valeur vraie. Elle s'exprime en pourcentage.

$$er = e/X$$

► Il existe différents types d'erreurs :

□ **Les erreurs systématiques (ou biais)**

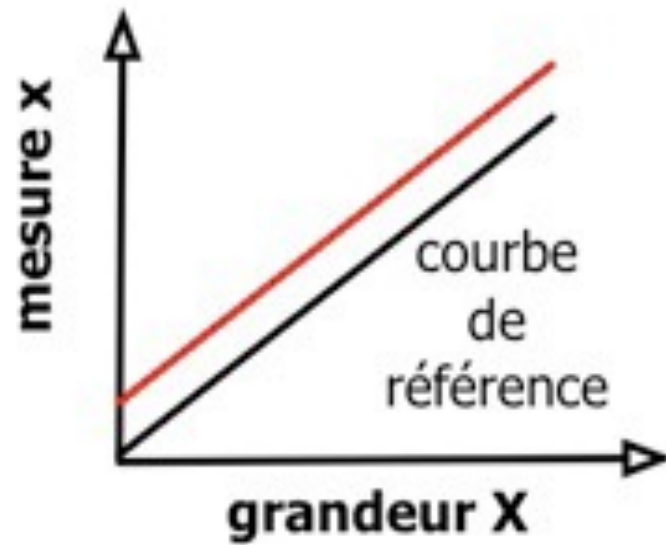
- ⊙ Ce sont des erreurs reproductibles reliées à leur cause par une loi physique, donc susceptible d'être éliminées par des corrections convenables.

□ **Les erreurs aléatoires**

- ⊙ Ce sont des erreurs, non reproductibles, qui obéissent à des lois statistiques.

□ **Les erreurs accidentelles**

- ⊙ Elles résultent d'une fausse manœuvre, d'un mauvais emploi ou de dysfonctionnement de l'appareil. Elles ne sont généralement pas prises en compte dans la détermination de la mesure.
- ⊙ Il en existe 5 : (cf. diapo suivante)



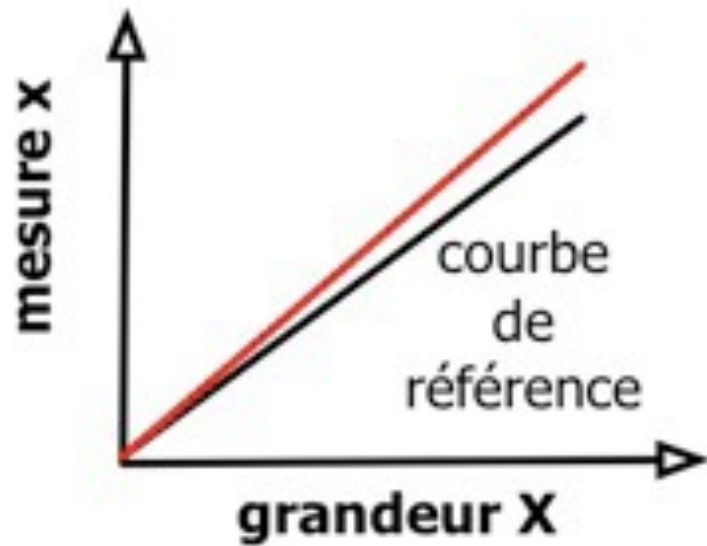
Erreur de zéro (offset)

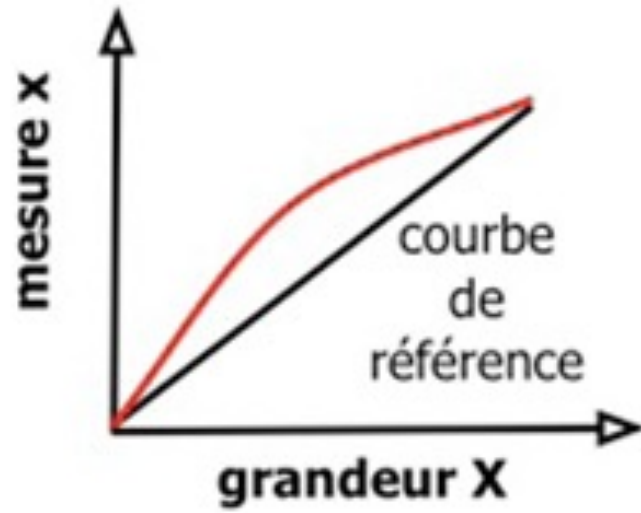
- ⊙ Ne dépend pas de la valeur de la grandeur mesurée
- ⊙ Erreur de zéro = valeur de x quand $X=0$



Erreur d'échelle (gain)

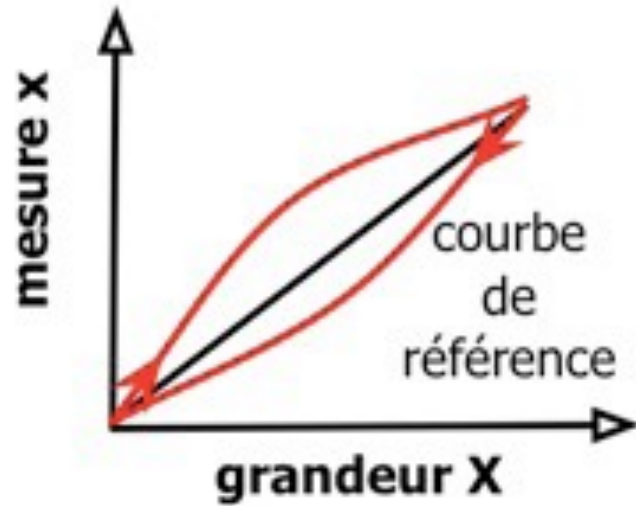
- ⊙ Dépend de façon linéaire de la valeur de la grandeur mesurée





Erreur de linéarité

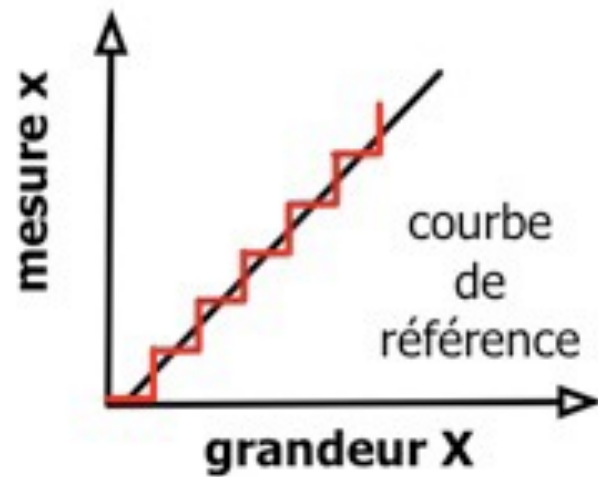
- ⊙ La caractéristique n'est pas une droite



Erreur due au phénomène d'hystérésis

- ⊙ Il y a un phénomène d'hystérésis lorsque le résultat de la mesure dépend de la mesure précédente





Erreur de mobilité

⊙ II La caractéristique est en escalier.
Cette erreur est souvent due à une numérisation du signal

- ▶ **FIDÉLITÉ** = étroitesse entre une série de mesures et la moyenne des valeurs.
- ▶ Donne une indication sur les erreurs aléatoires.
- ▶ **JUSTESSE** = étroitesse entre la valeur trouvée et la valeur de référence.
- ▶ Donne une indication sur les erreurs systématiques.



haute fidélité
basse justesse



haute justesse
basse fidélité



haute exactitude

V. Éléments de biométrie

<u>MORPHOLOGIQUES</u> Forme des individus	<u>PHYSIOLOGIQUES</u> Fonctionnement des individus
Métriques Mesurable par rapport à une unité déterminée Ex : taille, longueur du corps, poids en grammes, température, ...	Métriques Mesurable par rapport à une unité déterminée Ex : dosages sanguins, pression artérielle, spirométrie ...
Numériques Dénombrable Ex : nombre de dents	Appréciation qualitative Unité arbitraire Ex : adiposité, calvitie, ...

VARIABLE QUANTITATIVE		VARIABLE QUALITATIVE	
Mesurée ou dénombrée Ex : taille, poids, nombre de cigarettes fumées par jour, ...		Ne peut être mesurée, mais susceptible de classement Binaire (oui/non) Multiple Non ordonnée (ex : statut marital) ou ordonnée (ex : gravité d'une maladie)	
INTERVALLE	RELATIVE	NOMINALE	ORDINALE
Il existe une valeur nulle arbitraire	Le zéro n'est pas arbitraire et signifie l'absence ou la nullité.	Les valeurs sont collectivement exhaustives et mutuellement exclusives (tout le monde peut être classé, mais dans 1 seule catégorie).	Les valeurs sont classées en rang ou ordonnées selon un critère connu.
La distance qui sépare 2 catégories est connue	Il existe une égalité d'intervalles et de rapports.	L'ordre des catégories et les distances existantes entre elles sont ignorés, et chaque valeur doit être bien définie	La distance existante entre 2 catégories adjacentes n'est pas connue et peut varier d'une paire de catégories à l'autre.
Ex : température mesurée en °C	Ex : température mesurée en Kelvin	Ex : homme / femme	Ex : degré de douleur (pas mal / mal / très mal), score d'Apgar (= état initial d'un nouveau-né)

Les variables quantitatives :

► **discrète (discontinue)** = ne prend que des valeurs isolées, généralement entières, appartenant à un certain intervalle.

→ Les valeurs sont issues d'un dénombrement.

→ ex: nombre d'enfants, âge civil

► **continue** = susceptible de prendre toute valeur dans un certain intervalle.

→ Les valeurs sont issues d'une mesure.

→ ex: poids, taille, distance, âge réel

Les 3 biométries :

► La biométrie clinique se rapporte à l'échelle de l'individu.
(examen clinique, tension artérielle, tension oculaire, audiométrie, spirométrie)

► La biométrie biologique se rapporte à une échelle plus petite : cellule, molécule, ...

(Liquides biologiques : sang, urines, fèces et hématologie)

► La biométrie composite :

- Indices cliniques : IMC
- Indices biologiques : Temps de Quick

TTR : once upon a tut'

Probabilités élémentaires et dénombrements

Plan du cours

- ▶ I. Introduction
- ▶ II. Ensembles, Eléments
- ▶ III. Dénombrements
- ▶ IV. Eléments de probabilités



I. Introduction

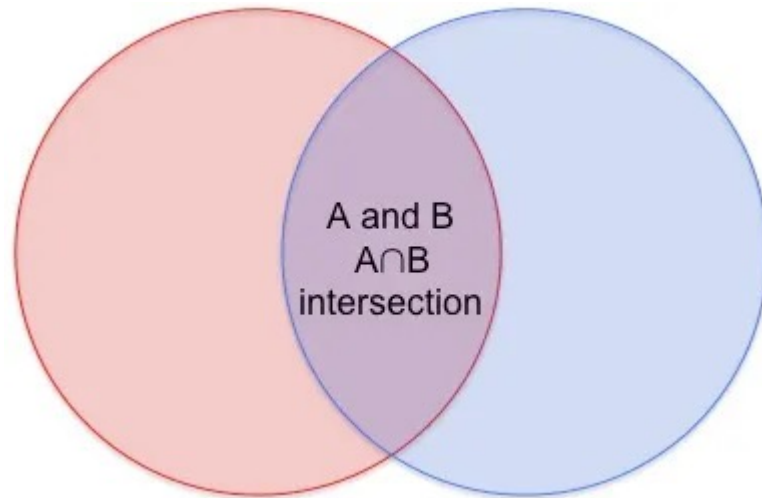
- ▶ Une population est un **ensemble d'objets**, d'êtres vivants (population réelle) ou d'objets abstraits (population fictive) de même nature :
 - ▣ Tous les étudiants de PASS de France
- ▶ On étudie alors tous les individus d'un sous-ensemble de cette population : ce sous-ensemble s'appelle un **échantillon**.

II. Ensembles, Éléments

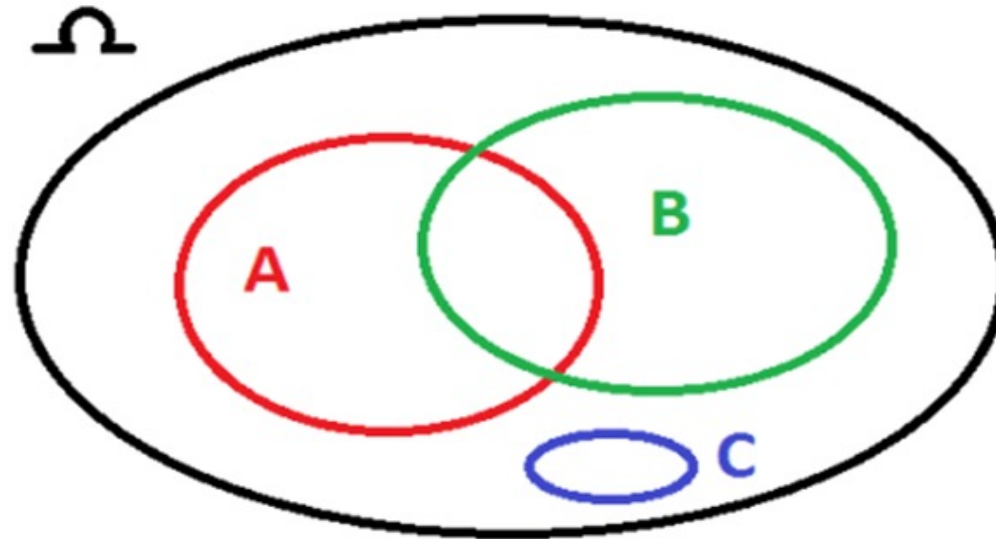
- ▶ **Ensemble** : Liste ou collection d'objets définis. (Ex : les étudiants en PASS)
- ▶ **Élément de l'ensemble** : Objet appartenant à l'ensemble. (Ex : vous-même au sein de l'ensemble « étudiants en PASS »)
- ▶ L'ensemble peut se définir en extension (=explicite) ou il peut aussi se définir en compréhension (=implicite).
- ▶ On peut noter que :
 - p est un élément de l'ensemble A signifie que p appartient à A ($p \in A$).
Ex : 3 appartient à l'ensemble $A : \{1 ; 2 ; 3\}$.
 - Si l'ensemble B est une partie de l'ensemble A signifie que B est compris dans A ($B \subset A$).
Ex : $B : \{1 ; 2\}$ est une partie de $A : \{1 ; 2 ; 3\}$.
 - L'ensemble vide est noté \emptyset .
 - L'univers est noté Ω (oméga)

Les Opérations :

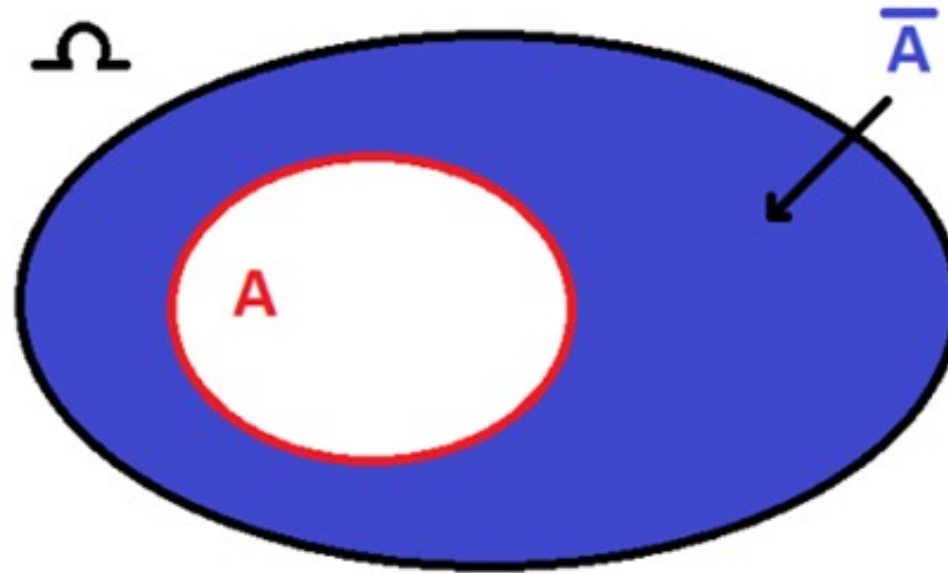
- ▶ **L'intersection** entre deux ensembles A et B se note « $A \cap B$ », et signifie que l'on prend en compte le ou les éléments appartenant à la fois à A et à B.
- ▶ Lorsque $A \cap B = \emptyset$, on dit qu'il n'y a pas de solution. Les ensembles A et B sont disjoints



- **La réunion**, on note « $A \cup B$ » la réunion des ensembles A et B. Cette opération consiste à prendre en compte le ou les éléments appartenant soit à A, soit à B, soit aux deux ensembles en même temps.

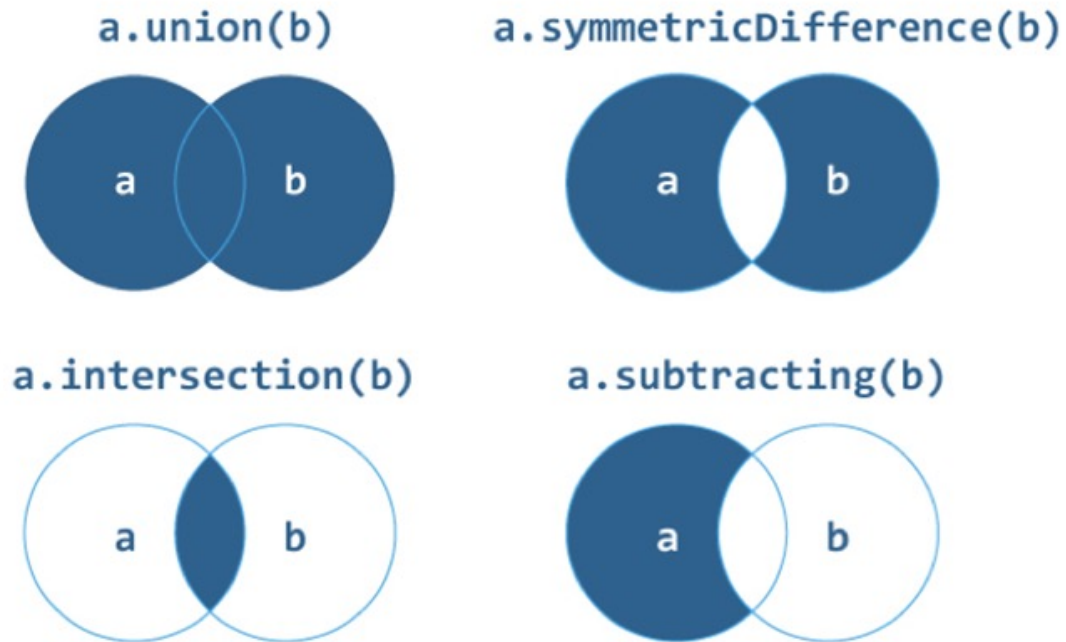


- **Le complémentaire** d'un ensemble A noté \bar{A} il représente tout ce qui n'appartient pas à l'ensemble en question.



- ▶ **La différence** est tout simplement notée $A-B$ et représente ce qui appartient à A , mais qui n'appartient pas à B . Elle est aussi appelée complémentaire de B relatif à A .
- ▶ **La différence symétrique**, elle, représente tout ce qui appartient à A ou à B , sans appartenir à $A \cap B$. Elle correspond au lien logique ou exclusif.

On la note $A \Delta B = A \cup B - A \cap B$



Opérations importantes à connaître :

Il n'est pas nécessaire d'apprendre tout ça par cœur, une fois que vous avez compris c'est juste de la logique)

$$A \cup A = A$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cup \Omega = \Omega$$

$$A \cup \complement A = \Omega$$

$$\complement \complement A = A$$

$$\complement(A \cup B) = \complement A \cap \complement B$$

$$A \cap A = A$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cap \Omega = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cap \complement A = \emptyset$$

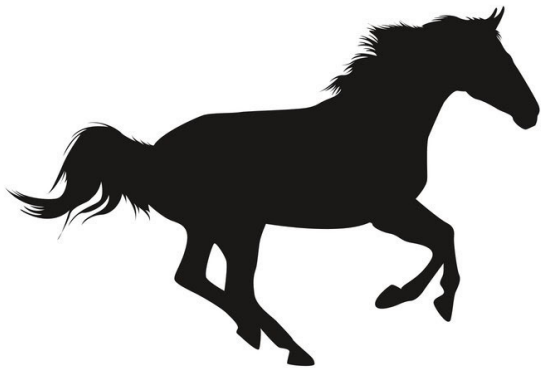
$$\complement \Omega = \emptyset, \complement \emptyset = \Omega$$

$$\complement(A \cap B) = \complement A \cup \complement B$$

Les Ensembles

► Les différents types d'ensembles :

Ensembles finis	Ensembles infinis	
Ensemble nul ou contenant un nombre fini d'éléments Ex : (2, 4, 6, 8)	Dénombrables : Chaque élément peut être compté Ex : Ensemble des entiers naturels (1 2 3 4 5 ...)	Indénombrables : On ne peut pas compter tous les éléments Ex : Ensembles des réels (1.1 1.111 1.111 1.111111...)



Les ensembles produits :

Soient deux ensembles : A et B. L'ensemble produit de A et B est l'ensemble des couples ordonnés $(a ; b)$, avec $a \in A$ et $b \in B$.

$$\text{Card}(A) * \text{Card}(B)$$

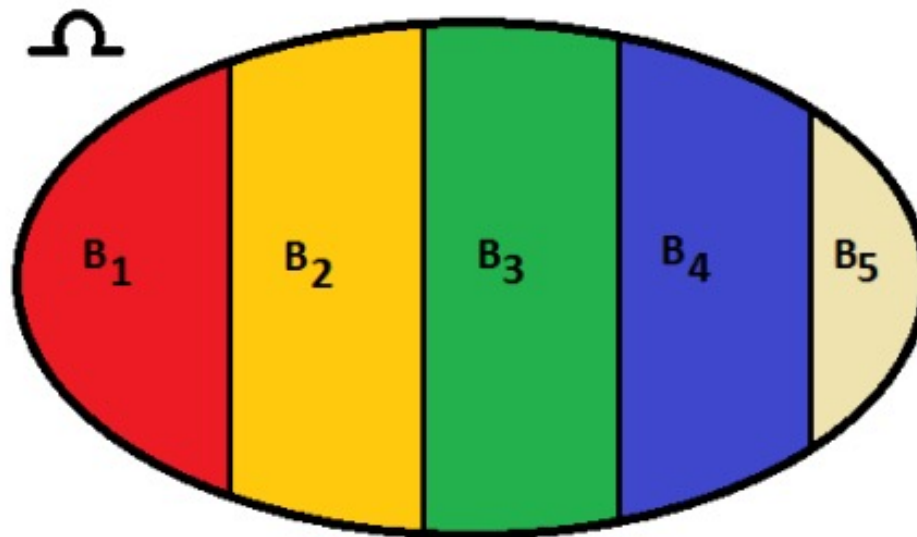
- ▶ avec $\text{Card}(A)$ le nombre d'éléments de l'ensemble A et de même pour $\text{Card}(B)$.

Les familles d'ensembles :

Soit l'ensemble $A = \{1, 2, \dots\}$. Cet ensemble est constitué de différents sous-ensembles $(\{1\}, \{1, 2\} \dots)$, et tous ces sous-ensembles forment la famille des parties de A. Un ensemble contenant p éléments possède

$$2^p \text{ parties (= sous-ensembles).}$$

La partition est la division de l'ensemble A en sous-ensembles disjoints dont la réunion forme A



III. Dénombrements

Avec remise		Sans remise			
Ordonné		Ordonné			Non ordonné
p-liste avec remise	<u>Arrangements</u> avec répétition	<u>Arrangements</u> de n éléments pris p à p	<u>Permutation</u> d'un ensemble fini à n éléments	<u>Permutations</u> avec répétition	Combinaisons de n éléments pris p à p parties d'un ensemble
On prend 1 élément dans E, on le remet et on répète p fois	On prend 1 élément dans n, on le remet et on répète p fois	On prend SUCCESSIVEMENT (=les uns après les autres) p éléments parmi n sans remettre	On prend les éléments 1 à 1 sans les remettre jusqu'à épuisement p = n	On prend les éléments 1 à 1 jusqu'à épuisement en ne tenant compte que des catégories	On prend SIMULTANEMENT (=tous en même temps) p éléments parmi n
(Card E) ^p	n ^p	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	n!	$\frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_x!}$	$C_n^p = \frac{n!}{p! (n-p)!}$

IV. Éléments de probabilités

Il existe deux types de phénomènes :

- les phénomènes déterministes, dont l'issue est prévisible (comme les lois de physique)
- les phénomènes aléatoires, dont l'issue n'est pas prévisible (cela peut être un lancer de dé par exemple).

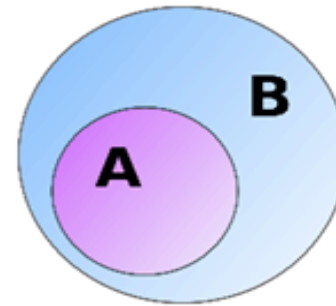
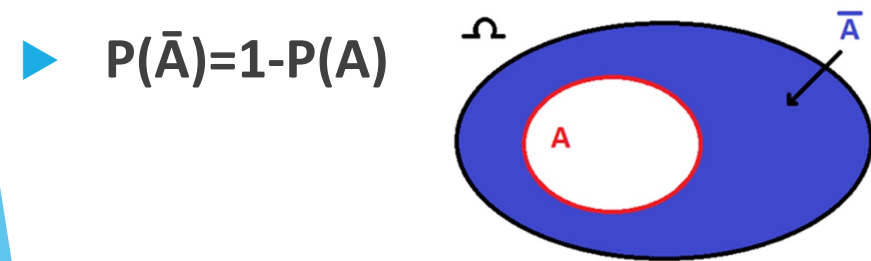
En probabilités, on travaille dans un ensemble fondamental (noté Ω) qui représente l'ensemble de tous les résultats possibles.

Un évènement, quant à lui, est un sous-ensemble de l'ensemble fondamental :

- ▶ L'évènement élémentaire : constitué uniquement d'un seul résultat de l'ensemble.
- ▶ L'évènement impossible ou ensemble vide
- ▶ L'évènement certain

Une probabilité associée à un événement un nombre allant de 0 à 1, elle permet de mesurer la chance de réalisation de l'événement en question

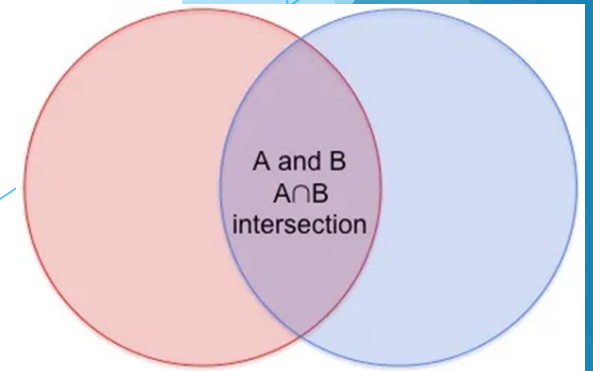
- ▶ $P(\emptyset) = 0$, ce qui signifie que l'événement impossible ne peut pas se produire.
- ▶ $P(\Omega) = 1$
- ▶ Si $P(A \cap B) = 0$, alors A et B s'excluent mutuellement, ils sont dits **incompatibles**. Cela signifie que les deux événements ne peuvent pas se produire en même temps (par exemple, on ne peut pas obtenir pile et face lorsqu'on lance une pièce). Dans ce cas-là, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.*



- ▶ Si A est inclus dans B, alors $P(A) \leq P(B)$ (car A une partie de B).

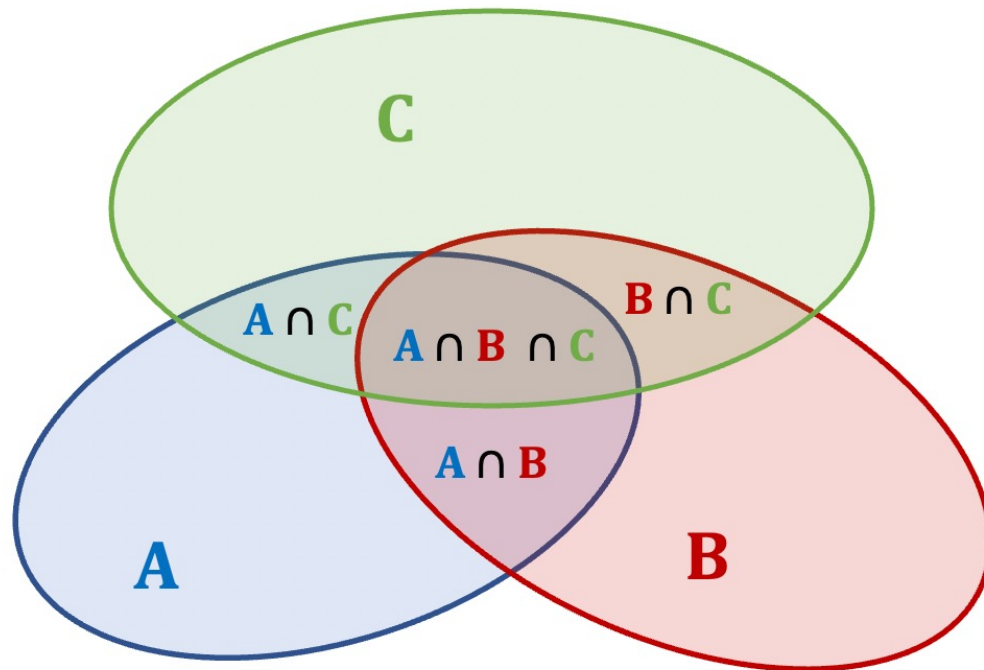
- ▶ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ = théorème des probabilités totales.

- ▶ Si A et B sont incompatibles, $A \cap B = \emptyset$ donc $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.*



La propriété d'additivité forte ou formule de Poincaré (d'inclusion-exclusion ou de crible)

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$



► Lors d'une situation d'équiprobabilité, chaque évènement élémentaire a la même probabilité

► Dans ce cas-là, la probabilité d'un évènement A est :

$$\text{► } P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$$

► Avec Card(A) le « nombre de cas favorables » et Card(Ω) le « nombre de cas possibles ».

FIN

