



# Partie 2 : Evénements et probabilités élémentaires

# Ensembles, éléments

## - Définitions -

- Population
- Echantillon
- Ensemble
- Élément
- Partition de A



# Ensembles, éléments

## - Notations -

$p \in A$	<b>p est un élément de l'ensemble A</b>
$p \notin A$	p n'est pas un élément de l'ensemble A
$B \subset A$	B est une partie de A
$\emptyset$	Ensemble vide
$E$ ou $\Omega$	Ensemble universel / plein

# Ensembles, éléments

## - Opérations -

Union $A \cup B$	Intersection $A \cap B$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	Particularité si $P(A \cap B) = 0 \rightarrow$ Disjoints / Incompatibles
<b>Inclusion <math>B \subset A</math></b>  Conséquence remarquable : $P(B) \leq P(A)$	<b>Complémentaire de A : <math>A^c</math> ou <math>\bar{A}</math> ou <math>A^c</math></b>  $P(A^c) = 1 - P(A)$
<b>Différence <math>A - B</math></b> = Complémentaire de B relative à A	<b>Différence symétrique <math>A \Delta B</math></b> $\rightarrow$ Lien logique / exclusif

# Ensembles, éléments

## - Ensembles -

- **Ensemble fini** : forcément dénombrable ( $\emptyset$ )
- **Ensemble infini** : dénombrable ( $\mathbb{N}$ ) ou non dénombrable ( $\mathbb{R}$ )
- **Ensemble produit** :  $A \times B$   
 $A = \{a, b, c\}$  et  $B = \{1, 2\} \rightarrow A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$
- **Produit cartésien** : produit de n ensemble ; un élément de ce produit s'appelle n-uplet (ordonné, noté entre parenthèses)
- **Famille d'ensembles / Famille des parties** :  $2^{\uparrow p} = \text{nb de parties d'un ensemble de p éléments}$ . Soit  $A = \{1, 2\} \rightarrow \text{Nb de parties de } A = 2^{\uparrow 2} = 4 \rightarrow P(A) = \{\{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

# Éléments de probabilité

## - Définitions -

- Phénomène aléatoire : hasard
- Phénomène déterministe : régularité de comportement
- Ensemble fondamental
- Événement (sous condition que  $\Omega$  soit dénombrable)
- Événement élémentaire : contient l'information maximale
- Événement certain  $P(\Omega)=1$
- Événement impossible  $P(\emptyset)=0$

# Éléments de probabilité

## - Probabilité -

- Une probabilité est forcément comprise dans l'intervalle  $[0;1]$
- Tente de mesurer les chances de réalisation d'un événement



# Dénombrements

## - P-liste avec remise -

- Avec ordre
- Avec remise



Formule	Application
$E \uparrow p$	<p>On dispose de 3 boîtes et de 5 craies (bleue, rouge, jaune, verte, orange).</p> <p><u>À combien s'élève les possibilités de répartition des 5 craies au sein des 3 boîtes ?</u></p> <p>Réponse : 315</p>



# Dénombrements

## - Arrangement avec répétition –

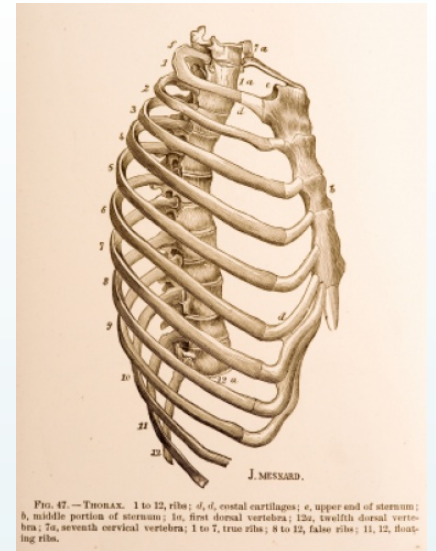
- Avec ordre
- Avec remise

Formule	Application
$p^n$	<u>Combien de mots de 5 lettres peut-on former avec l'alphabet (26 lettres) ?</u> Réponse : $26^5$

# Dénombrements

## - Permutation avec répétition -

- Avec ordre
- Sans remise



Formule	Application
$n! / k_1! k_2! k_3! \dots k_n!$	<p>10 animaux répartis en 3 catégories : 2 dans l'espèce A, 3 dans l'espèce B, 5 dans l'espèce C. On observe l'ordre d'arrivée au terrier.</p> <p><u>Quel est le nombre d'ordre d'arrivée au terrier possible ?</u></p> <p>Réponse : <math>P_{10,2,3,5} = 10! / 2! 3! 5!</math></p>

# Dénombrements

## - Permutation d'un ensemble fini à $n$ éléments

➤ Avec ordre

➤ On tire jusqu'au bout

➤ Sans remise

Formule	Application
$n!$	<p>6 cartes avec les lettres R, A, F, A, E, L</p> <p><u>Combien de combinaisons possibles de ces lettres peut-on créer ?</u></p> <p>Réponse : <b>6!</b></p> <p><u>Quelle est la probabilité d'obtenir le prénom R A F A E L ?</u></p> <p>Réponse : <b>1/6!</b></p>

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite

# Dénombrements

## - Arrangement de $n$ éléments pris $p$ à $p$ -

➤ Avec ordre

➤ On ne tire pas jusqu'au bout

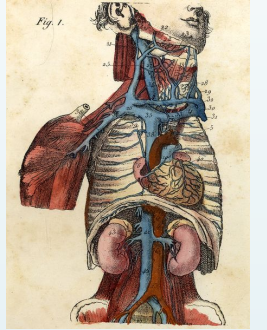
➤ Sans remise

Formule	Application
$n!/(n-p)!$	<p>Parmi 12 destinations, on souhaite faire un circuit de 4 voyages dans un ordre précis.</p> <p><u>Combien avons-nous de possibilités d'arrangements des destinations ?</u></p> <p>Réponse : <math>12!/(12-4)!</math></p>

# Dénombrements

## - Combinaison de $n$ éléments pris $p$ à $p$ -

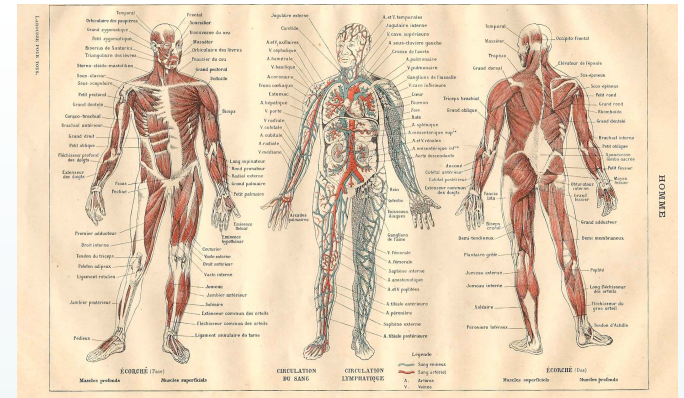
- Sans ordre
- Sans remise



Formule	Application
$n! / p! (n-p)!$	<p><u>Parmi 12 individus, combien peut-on constituer d'échantillon de 5 personnes et ce sans remise et sans ordre ?</u></p> <p>Réponse : <math>C_{12}^5 = 12! / 5! 7!</math></p>

# Dénombrements

## - Equiprobabilité -



Formule	Application
$P(A \downarrow k) = \frac{C \downarrow D \uparrow k \times C \downarrow \{N-D\} \uparrow \{n-k\}}{C \downarrow N \uparrow n}$	<p>Une boîte contient 10 articles (N) dont 4 défectueux (D). On tire 3 articles au hasard (n).</p> <p><u>Quelle est la probabilité pour que, parmi les 3 tirés au sort, 2 soient défectueux (k) ?</u></p> <p>Réponse : <math>\frac{C \downarrow 4 \uparrow 2 \times C \downarrow 6 \uparrow 1}{C \downarrow 10 \uparrow 3}</math></p>



**Fin**

