UE4 : Cours 2 : Evénements et probabilités élémentaires

INTRODUCTION

Les probabilités forment une branche des mathématiques permettant de modéliser les phénomènes où le hasard intervient. On sélectionne un échantillon de la population au hasard (par tirage au sort), puis on extrapole à l'ensemble de la population les résultats obtenus sur cet échantillon.

I ELEMENTS ET ENSEMBLES

Définitions :

Ensemble : Liste ou collection d'objets définis, nommés éléments. Peut-être en **extension/explicite** (Ex : A= {1, 2, 3, 4, 5, 6} ou en **compréhension/implicite** (A= {chiffre présent sur un dé à 6 faces}.

Ensemble fini	Ensemble infini dénombrable	Ensemble infini indénombrable
Ensemble vide (∅) ou contenant un nombre fini d'éléments. *Ex : {Chiffre pairs}* *{0 2 4 6 8}*	Si chaque élément de l'ensemble peut correspondre à un entier naturel unique. *Ex : {ensemble N}*	*Ex : {Ensemble R} ou intervalle de R*

Opération :

Soit A un ensemble inclus dans Ω (ensemble universel)

p ∈ A	p est un élément de A
B inter A (∩)	Ensemble des points tels que p ∈ B et p ∈ A
B union A (∪)	Ensemble des points tels que p ∈ B ou p ∈ A ou p ∈ B∩A
Ā ou ∁ A ou complémentaire de A	Ensemble des points tels que p n'appartient pas à A.
B – C	La différence entre B et C est l'ensemble des points tels que p ∈ B mais n'appartient pas à C.
BΔC	La différence symétrique est l'ensemble des points tels que p ∈ B p ∈ C mais p n'appartient pas à B inter C.

$\complement(A \cap B) = \complement A \cup \complement B$

$\complement(A \cup B) = \complement A \cap \complement B$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

II ENSEMBLE PRODUIT, CARDINAL D'UN ENSEMBLE, FAMILLE D'ENSEMBLE

Définitions :

Cardinal d'un ensemble Card(E)	Nombre d'éléments de l'ensemble E
L'ensemble produit de A et B AxB	L'ensemble de tous les couples ordonnés avec a∈A b∈B
La famille des parties d'un ensemble A	Ensemble de tous les sous ensemble de A Le nombre de partie d'un ensemble de p éléments est 2^p
Une partition d'un ensemble A	Subdivision de A en sous ensemble disjoint dont la réunion forme A

Nb : Le cardinal de l'ensemble AxB est le produit des cardinaux de chaque ensemble.
Si p(A inter B) = Ensemble vide alors les deux ensembles A et B sont dits disjoints.

III DENOMBREMENTS :

AVEC REMISE	SANS REMISE			
ORDONNE :	ORDONNE :			NON ORDONNE :
Un même ensemble E sur lequel on reproduit p fois un tirage. **$Card(E)^p$**	On va jusqu'au bout du tirage : Permutation : **n!**	On ne va pas jusqu'au bout du tirage: Arrangement **$A_n^p = n!/(n-p)!$**	Plusieurs dans une même catégorie **Permutation avec répétition :** **$n!/k_1!k_2!..$**	Combinaisons **$C_n^p = n!/p!(n-p)!$**

IV INTRODUCTION AUX PROBABILITES :

Egalement appelé non déterministes elles servent à modéliser les phénomènes aléatoires.

Définitions :

$P(\Omega) = 1$ l'ensemble certain ou fondamental est l'ensemble des événements possibles.
$P(\emptyset) = 0$ (ensemble vide ou impossible)

Nb : Toute probabilité est donc comprise entre 0 et 1

Un événement élémentaire est un unique point de Ω

V FORMULE D'ADITIVITE FORTE :

Propriété d'additivité forte :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - (P(A\cap C) + P(A\cap B) + P(B\cap C)) + P(A\cap B\cap C)$$

Equiprobabilité :

Tous les évènements élémentaires ont la même probabilité égale à $1/Card(\Omega)$.

