UE 4

PROBABILITES

PROBABILITE CONDITIONNELLE
THEOREME DE BAYES
INDEPENDANCE EN PROBABILITE

By Chewbacca

Probabilités conditionnelles:

$$P(A|B) = (P(A \cap B))/(P(B))$$

Théorème de la multiplication

$$P(A\cap B)=P(A\,|\,B)\times P(B)=P(B\,|\,A)\times P(A)$$

QCM

Vous avez 4h……

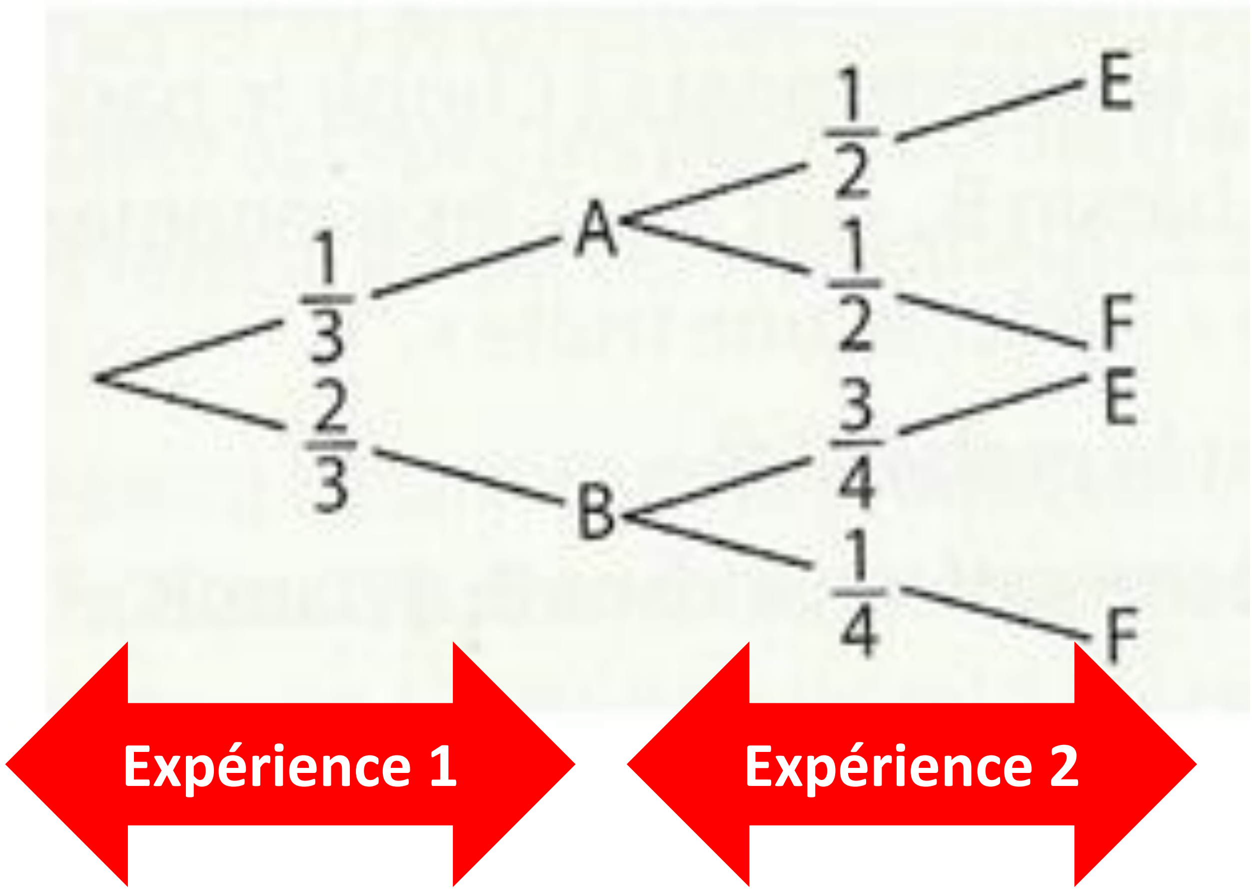
A la gare SNCF, 50% des trains sont en retard… Mais seulement 20% des trains en retard sont des TGV.
Quelle est la probabilité qu'un TGV soit en retard?

A.0,4 B. 0,1 C. 0,1% D. 0,4%

E. Les réponses A, B, C et D sont fausses

Réponse B!!!!!

Diagramme en arbre



Chemin 1

Chemin 2

Chemin 3

Chemin 4

Dans notre exemple, la probabilité du chemin 1 est notée P(A∩E).
En appliquant le théorème de la multiplication

$$P(A\cap E)=P(A)\times P(E|A)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$$

La probabilité conditionnelle est la proportion de sujets présentant A parmi ceux présentant B

Alors que la probabilité d'une intersection est la proportion de tous les sujets qui présentent à la fois A et B.

Formule de Bayes

Théorème de la multiplication :

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

Probabilité conditionnelle :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Formule de Bayes :

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

Théorème de Bayes

$$E = A1 \cup A2 \text{ et } B = B \cap E$$

Théorème des probabilités totales:

$$P(B) = P(B \cap A1) + P(B \cap A2)$$

- **Théorème des probabilités totales appliqué à B :**

$P(B) = P(A1 \cap B) + P(A2 \cap B)$

- **Application du Théorème de la multiplication :**

$P(B) = P(B|A1) \times P(A1) + P(B|A2) \times P(A2)$

- **Application de la formule de Bayes pour A1 par exemple :**

$P(A1|B) = P(A1 \cap B) / P(B) = P(B|A1) \times P(A1) / P(B)$

- **Théorème de Bayes :**

$$P(A1|B) = \frac{P(B|A1) \times (P(A1)}{P(B|A1) \times P(A1) + P(B|A2) \times P(A2)}$$


La colère en moi je ne retiens plus!
Si nous faire chier comme ça, il continue!
Ce sabre, il recevra, dans son cul!

QCM

Dans une certaine population, la probabilité d'être malade est de 0,01. On fait un test de dépistage. D'après les essais, la probabilité que le test soit positif sachant qu'on est malade est 0,9. La probabilité que le test soit positif sachant qu'on est non malade est 0,001. Mais pour éviter toute confirmation diagnostique invasive, ce qui nous intéresse réellement, c'est la probabilité d'être malade sachant que le test est positif. Quelle est cette probabilité?

A. 0,9 B.0,8 C.0,4 D.0,1

E. Les réponses A, B, C et D sont fausses

Réponse A

D’abord on détermine les évènements:

M+=Être malade   T+=Test positif   M-=Être non malade T-=Test négatif

On détermine ce que l’on cherche:

P(M+|T+)

On regroupe nos informations:

P(T+|M+)=0,9 P(T+|M-)=0,001 P(M+)=0,01   P(M-)=0,99

Vous pensez tout de suite au théorème de Bayes comme vous êtes des machines!

$$P(M+|T+) = \frac{P(T+|M+) \times P(M+)}{P(T+|M+) \times P(M+) + P(T+|M-) \times P(M-)}$$

$$= \frac{0,9 \times 0,01}{0,9 \times 0,01 + 0,001 \times 0,99}$$

=0,9

Evènements indépendants :

$P(A|B)=P(A)$ et $P(B|A)=P(B)$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Inclusion

$$P(A \mid B)=(P(A))/(P(B))$$

$$P(B \mid A)=(P(A)\ \ )/(P(A))=1$$

Exclusion

$P(A \cap B) = 0$

D'où : $P(A|B) = P(B|A) = 0$

A suivre…….