

UE 4



PROBABILITES



PROBABILITE CONDITIONNELLE THEOREME DE BAYES INDEPENDANCE EN PROBABILITE

By Chewbacca

Probabilités conditionnelles:

$$\mathbf{P(A|B)} = (\mathbf{P(A \cap B)})/(\mathbf{P(B)})$$

Théorème de la multiplication

$$P(A \cap B) = P(A \mid B) \times P(B) = P(B \mid A) \times P(A)$$

**Ça va chier
des bulles!**

QCM

Vous avez 4h.....



A la gare SNCF, 50% des trains sont en retard... Mais seulement 20% des trains en retard sont des TGV.

Quelle est la probabilité qu'un TGV soit en retard?

A. 0,4 B. 0,1 C. 0,1% D. 0,4%

E. Les réponses A, B, C et D sont fausses

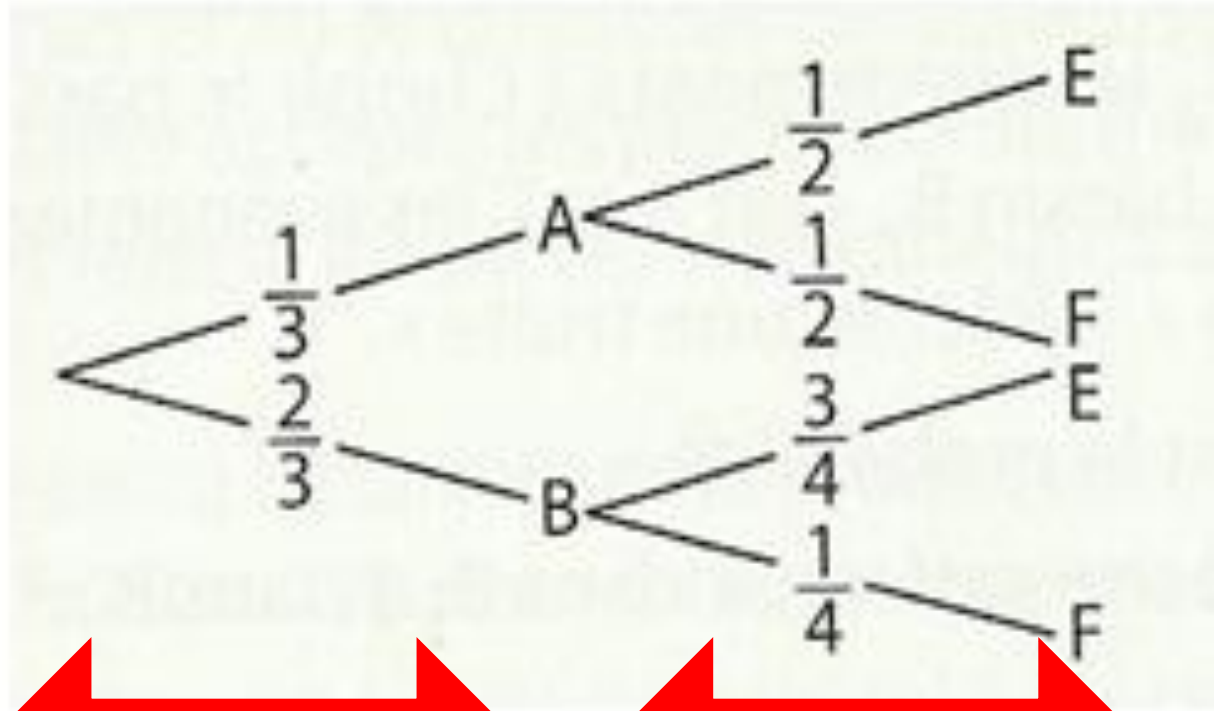
Réponse B!!!!!!

Optic 2000
!!!!!!



The background of the slide is a high-resolution astronomical image, likely from a space telescope. It shows a dense field of galaxies at various distances and orientations. Some galaxies are bright and clear, showing spiral or elliptical structures, while others are faint and distant. Interspersed among the galaxies are numerous individual stars, appearing as bright points of light with diffraction spikes. The overall color palette is dominated by the black of space, with various shades of blue, white, and yellow from the celestial objects.

Diagramme en arbre



Chemin 1

Chemin 2

Chemin 3

Chemin 4

Expérience 1

Expérience 2

Dans notre exemple, la probabilité du chemin 1 est notée $P(A \cap E)$.

En appliquant le théorème de la multiplication

$$P(A \cap E) = P(A) \times P(E|A) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$



La probabilité conditionnelle est la proportion de sujets présentant A parmi ceux présentant B

Alors que la probabilité d'une intersection est la proportion de tous les sujets qui présentent à la fois A et B.

Formule de Bayes

The background of the image is a deep space photograph. It features a vast field of stars, many of which appear as bright, multi-pointed sources of light due to diffraction. Scattered throughout the dark void are numerous galaxies, some showing distinct spiral patterns and others appearing as more diffuse, irregular shapes. The overall color palette is dominated by the black of space, with highlights in white, yellow, and orange from the stars, and some hints of blue and purple from the galaxies.

Théorème de la multiplication :

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

Probabilité conditionnelle :

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Formule de Bayes :

$$P(A | B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

The background of the slide is a high-resolution astronomical image, likely from a space telescope. It depicts a dense field of galaxies and stars. The galaxies vary in shape, including spiral, elliptical, and irregular forms, and are scattered across the frame. The stars appear as bright, multi-pointed sources of light, creating a sparkling effect against the dark cosmic backdrop. The overall color palette is dominated by the deep blacks of space, punctuated by the warm yellows and oranges of distant stars and the cooler blues and purples of some galaxies.

Théorème de Bayes


$$E=A1\cup A2 \text{ et } B=B\cap E$$

Théorème des probabilités totales:

$$P(B)=P(B\cap A1)+P(B\cap A2)$$

- **Théorème des probabilités totales appliqué à B :**

$$P(B) = P(A1 \cap B) + P(A2 \cap B)$$

- **Application du Théorème de la multiplication :**

$$P(B) = P(B|A1) \times P(A1) + P(B|A2) \times P(A2)$$

- **Application de la formule de Bayes pour A1 par exemple :**

$$P(A1|B) = P(A1 \cap B) / P(B) = P(B|A1) \times P(A1) / P(B)$$

- **Théorème de Bayes :**

$$P(A1|B) = \frac{P(B|A1) \times P(A1)}{P(B|A1) \times P(A1) + P(B|A2) \times P(A2)}$$

**La colère en moi je ne retiens plus!
Si nous faire chier comme ça, il continue!
Ce sabre, il recevra, dans son cul!**



QCM

Dans une certaine population, la probabilité d'être malade est de 0,01. On fait un test de dépistage. D'après les essais, la probabilité que le test soit positif sachant qu'on est malade est 0,9. La probabilité que le test soit positif sachant qu'on est non malade est 0,001. Mais pour éviter toute confirmation diagnostique invasive, ce qui nous intéresse réellement, c'est la probabilité d'être malade sachant que le test est positif. Quelle est cette probabilité?

A. 0,9

B.0,8

C.0,4

D.0,1

E. Les réponses A, B, C et D sont fausses

Réponse A

D'abord on détermine les évènements:

$M+$ =Être malade $T+$ =Test positif $M-$ =Être non malade $T-$ =Test négatif

On détermine ce que l'on cherche:

$P(M+|T+)$

On regroupe nos informations:

$P(T+|M+)=0,9$ $P(T+|M-)=0,001$ $P(M+)=0,01$ $P(M-)=0,99$

Vous pensez tout de suite au théorème de Bayes comme vous êtes des machines!

$$\begin{aligned} P(M+|T+) &= \frac{P(T+|M+) \times P(M+)}{P(T+|M+) \times P(M+) + P(T+|M-) \times P(M-)} \\ &= \frac{0,9 \times 0,01}{0,9 \times 0,01 + 0,001 \times 0,99} \\ &= 0,9 \end{aligned}$$

Evènements indépendants :

$$P(A|B)=P(A) \text{ et } P(B|A)=P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Inclusion

$$P(A \mid B) = (P(A) \cap B) / (P(B))$$

$$P(B \mid A) = (P(A) \cap B) / (P(A)) = 1$$

Exclusion

$$P(A \cap B) = 0$$

$$\text{D'où : } P(A|B) = P(B|A) = 0$$

A suivre.....

