

# DM n°3 : Tut rentrée 2017 / cours n°3

Tutorat 2017-2018 : 11 QCMS



**QRU 1** : Dans un amphi plein à craquer de PACES on sait que 30% des étudiants dorment, 20% rêvent de la pause alors qu'on n'est seulement à la 11ème diapo, et 10% dorment en rêvant de la pause. Je choisis au hasard un étudiant (BG si possible) dans la salle.

Quelle est la proba  $P_1$  (*trop mim*) qu'il n'ait pas dormi étant donné qu'il rêve de la pause?

- A) 0,5
- B) 1/4
- C) 0,25
- D) 1/8
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

**QRU 2** : A propos des diagrammes en arbre et des probabilités conditionnelles

- A) On parle de probabilités conditionnelles quand l'événement A ne peut pas se produire en même temps que l'événement B.
- B) La probabilité qu'un chemin particulier de l'arbre se réalise est, d'après le théorème de la multiplication, le produit des probabilités de chaque branche du chemin.
- C) La probabilité conditionnelle est la proportion de tous les sujets qui présentent à la fois A et B.
- D) Dans un diagramme en arbre, les chemins s'excluent mutuellement seulement au sein d'une même branche.
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

**QRU 3** : A propos du théorème de Bayes et des probabilités conditionnelles.

- A) Pour  $P(A|B)$ , on restreint l'ensemble des résultats possibles  $\Omega$  à A
- B) Une partition de  $\Omega$  est une subdivision de  $\Omega$  en sous-ensembles disjoints dont la réunion forme  $\Omega$ , et qui s'excluent mutuellement.
- C) Soit l'événement  $M = \{\text{être malade}\}$  et l'événement  $T = \{\text{avoir le test diagnostique positif}\}$ , on a  $P(T) = P(T|M) \times P(M)$
- D) Pour un test de dépistage, les valeurs les plus importantes sont la probabilité d'avoir le test positif en étant malade, et la probabilité d'avoir le test positif en étant sain.
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

**QRU 4** : A propos des probabilités en général.

- A) Si  $A \subset B$ , alors  $P(A \cap B) = P(B)$
- B) Si  $P(A \cap B) = 0$ , alors  $P(A|B) = 1$
- C) Si  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ , les événements A et B sont incompatibles
- D) Dans le cas de 2 événements indépendants, l'apparition de l'un des deux n'influe pas sur l'apparition du 2e. et la probabilité d'avoir le test positif en étant sain.
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

**QRU 5** : Sur 1000 PACES on sait que 800 adorent la Biostat' 400 détestent l'embryo et 100 ne se brossent jamais les dents. Or 12 seulement sont fan de Katy Perry et parmi les PACES qui aiment la biostat 200 haïssent l'embryo. De plus 12% des personnes qui ne se brossent pas les dents sont fan de Katy Perry et parmi ceux qui adorent la biostat et détestent l'embryo on a 50 personnes qui ne se brossent pas les dents.

Quelle est la probabilité qu'un PACES ne se brosse pas les dents et aime la biostat et déteste l'embryo ?

- A) 0,5
- B) 0,25
- C) 1
- D) 0,05
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

**QRU 6** : A propos des diagrammes en arbre...Quelle(s) proposition(s) est (sont) exacte(s) ?

- A) La somme des probabilités d'un chemin est égale à 1
- B) Un événement peut emprunter deux chemins différents car ils ne s'excluent pas mutuellement.
- C) C'est le théorème de Bayes qui permet de calculer la probabilité d'un chemin.
- D) C'est le théorème de la multiplication qui dit que la somme de toutes les branches d'un chemin donne sa probabilité.
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

**QRU 7 :** Sur 100 licornes 10 ont une corne violette et 50 ont une queue multicolore ! Or parmi les licornes à corne violette 4 ont la queue rose, les autres ayant une queue multicolore. Quelle est la probabilité pour un chasseur d'avoir tué une licorne avec une corne violette sachant qu'il voit qu'elle a une queue multicolore ?

- A) 0,6
- B) 0,06
- C) 0,12
- D) 3
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

**QRU 8 :** A propos des événements indépendants et des probas en général. Quelle(s) proposition(s) est (sont) exacte(s) ?

- A)  $P(A \cap B) = P(B \cap A)$
- B) A et B indépendants n'implique pas toujours A et B indépendants.
- C) Si  $P(B \cap A) = P(A) \times P(B)$  les événements sont incompatibles.
- D) Soient A, B et C Si ils sont indépendants deux à deux alors  $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$ .
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

**QRU 9 :** A propos des événements indépendants et des probas en général. Quelle(s) proposition(s) est (sont) exacte(s) ?

- A)  $P(B | A) = \frac{P(B)}{P(A)}$  n'est pas une expression de la formule de Bayes.
- B) Quand  $A \subset B$ , A et B sont indépendants.
- C) Quand  $P(A \cap B) = 0$  A et B sont indépendants.
- D) Si A et B sont incompatibles on dit qu'ils sont exclusifs et non pas disjoints.
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

**QRU 10 :** Eva est une jeune tut' de biostat, au cours de la tut' rentrée il y a 50% de chance qu'elle soit en retard... Mais seulement 20% des jours parmi ceux où Eva est en retard sont des jours où elle n'a pas cours. Quelle est la probabilité qu'Eva soit en retard et qu'elle n'ait pas cours ?

- A) 0,4
- B) 0,1
- C) 0,2
- D) 1 (c'est sûr en vrai elle est toujours en retard)
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

**QRU 11 :** Dans une certaine population, la probabilité d'être malade est de 0,01. On fait un test de dépistage. D'après les essais, la probabilité que le test soit positif sachant qu'on est malade est 0,9. La probabilité que le test soit positif sachant qu'on est non malade est 0,001. Mais pour éviter toute confirmation diagnostique invasive, ce qui nous intéresse réellement, c'est la probabilité d'être malade sachant que le test est positif. Quelle est cette probabilité ?

- A) 0,9
- B) 0,8
- C) 0,4
- D) 0,1
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses.

1/	A	2/	B	3/	B	4/	D	5/	D
6/	E	7/	C	8/	A	9/	E	10/	B
11/	A								

**QRU 1 : Réponse A**

A) Vrai : On cherche la probabilité qu'un PACES n'ai **pas** dormi étant donné qu'il rêve de la pause!

$P(P)$  : Proba de PACES qui rêvent de pause = 20% = 0,2

$P(A)$  : Proba de PACES qui dorment = 30% = 0,3

$P(\bar{A})$  : Proba de PACES qui ne dorment pas =  $1 - P(A) = 1 - 0,3 = 0,7$

$P(A \cap P)$  : Proba de PACES qui dorment et rêvent de la pause = 10% = 0,1

On veut donc :  $P(\bar{A}|P)$

Or  $P(P) = P(\bar{A} \cap P) + P(A \cap P)$  = proba de PACES qui rêvent de pause = Proba de PACES qui **dorment** et rêvent de pause + Proba de PACES qui **ne dorment pas** et rêvent de pause  $\rightarrow P(\bar{A} \cap P) = P(P) - P(A \cap P)$

$P(\bar{A}|P) = P(\bar{A} \cap P) / P(P) = [P(P) - P(A \cap P)] / P(P) = [0,2 - 0,1] / (0,2) = 1/2 = 0,5$

Comme on pouvait voir sur le schéma! Un schéma bien fait aide beaucoup!

B) Faux

C) Faux : pareil que la B lol

D) Faux

E) Faux

**QRU 2 : Réponse B**

A) Faux : Quand les probabilités associées aux résultats possibles d'une expérience dépendent du résultat de l'expérience précédente.

B) Vrai

C) Faux : C'est la définition de l'intersection, la proba conditionnelle est la proba de A sachant B donc parmi B.

D) Faux : Dans un diagramme en arbre, les chemins s'excluent mutuellement ~~seulement au sein d'une même branche~~. La fin c'est n'importe quoi.

E) Faux

**QRU 3 : Réponse B**

A) Faux : Pour  $P(A|B)$ , on restreint l'ensemble des résultats possibles  $\Omega$  à **B** car c'est P de A parmi B et non A.

B) Vrai : elle sert tout le temps (par ex pour les erreurs de mesure d'appareils en analyses médicales).

C) Faux : Soit l'événement  $M = \{\text{être malade}\}$  et l'événement  $T = \{\text{avoir le test diagnostique positif}\}$ , on a  $P(T) = P(T|M) \times P(M)$

$P(T) = P(T|M) \times P(M) + P(T|\bar{M}) \times P(\bar{M})$  (avoir le test positif quand on est malade + avoir le test positif quand on est sain (mais dépistage positif))

D) Faux : ce qui nous intéresse plus c'est la probabilité d'être vraiment malade si on a le test positif.

E) Faux

**QRU 4 : Réponse D**

A) Faux : Si  $A \subset B$ , alors  $P(A \cap B) = P(A)$ .

B) Faux : Si  $P(A \cap B) = 0$ , alors  $P(A|B) = 0$

C) Faux : Les événements sont indépendants.

D) Vrai : par définition c'est vrai

E) Faux

**QRU 5 : Réponse D**

A) Faux :

B) Faux :

C) Faux :

D) Vrai :  $P(B)$  : PACES qui aiment la biostat = 800/1000

$P(E)$  : PACES qui détestent l'embryo = 400/1000

$P(D)$  : PACES qui ne se brossent pas les dents = 10/1000

Parmi les PACES qui aiment la Biostat' 200 détestent l'embryo =  $P(E|B) = 200/800$

Parmi ceux qui aiment la biostat et détestent l'embryo 50 ne se brossent pas les dents =  $P(D|B \cap E) = 50/200$

$P(E \cap B \cap D) = P(E|B) \times P(D|B \cap E) = (200/1000) \times (50/200) = 5/100$

E) Faux

### QRU 6 : Réponse E

- A) Faux : La somme des probas finales est égale à 1  
B) Faux : Les chemins s'excluent mutuellement Ex : si je prend le chemin « je suis vacciné et j'ai bu un verre de jus d'orange » je ne peux pas prendre à la fois le chemin « je ne suis pas vacciné et j'ai bu un verre de jus » ni « je suis vacciné et je n'ai pas bu un verre de jus ». Les chemins s'excluent, c'est soit l'un soit l'autre  
C) Faux : C'est le théorème de la multiplication qui permet de calculer la probabilité d'un chemin.  
D) Faux : Oui c'est le théorème de la multiplication mais il s'agit d'un produit et non d'une somme  
E) Vrai

### QRU 7 : Réponse C

- A) Faux : 0,6 c'est  $P(M|V)$  petit filou, cad la proba d'avoir tué une licorne à queue multicolore sachant que sa corne est rose.  
B) Faux : 0,06 c'est  $P(V \cap M)$  cad proba de tuer une licorne à corne violette ET à queue multicolore et non pas sachant multicolore.  
C) Vrai : Si on traduit l'énoncé :  
« Sur 100 licornes 10 ont une corne violette » =  $10/100 = P(\text{Corne Violette}) = P(V) = 0,1$   
« 50 ont une queue multicolore » =  $50/100 = P(\text{Queue Multicolore}) = P(M) = 0,5$   
« Or parmi les licornes à corne violette 4 ont la queue rose » =  $P(\text{queue rose sachant violette}) = P(R|V) = (\text{queue rose et corne violette}) / (\text{cornes violettes}) = 4/10 = 0,4$   
« Les autres ayant une queue multicolore » = sur les 10 licornes à corne violette 4 ont une queue rose donc « les autres » se sont les 6 autres =  $P(M|V) = 6/10 = 0,6$   
« Combien de licornes ont une corne violette sachant que leur queue est multicolore? » = On cherche  $P(V|M)$  or on a  $P(M|V)$  : On utilise donc la formule de Bayes!  
Application de la formule de Bayes :  
Application de la formule de Bayes :  
$$P(V|M) = \frac{P(M|V) \times P(V)}{P(M)} = \frac{0,6 \times 0,1}{0,5} = 0,12$$
  
D) Faux : Une proba est soit en pourcentage soit inférieure ou égale à 1.  
E) Faux

### QRU 8 : Réponse A

- A) Vrai :  $P(A \cap B) = P(B \cap A)$  toujours c'est comme dire « j'ai des pommes et des pêches » ou « j'ai des pêches et des pommes »  
B) Faux : A et B indépendants n'implique pas toujours A et  $\bar{B}$  indépendants, ça l'implique toujours c'est une des conséquences !  
C) Faux : Si  $P(B \cap A) = P(A) \times P(B)$  les événements sont compatibles. Ils sont indépendants !  
D) Faux : Soient A, B et C Si ils sont indépendants deux à deux alors  $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$ . Si 1) ils sont indépendants deux à deux et 2)  $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$  ALORS ils sont tous les trois indépendants. Si et seulement si on a déjà les deux conditions précédentes.  
E) Faux

### QRU 9 : Réponse E

- A) Faux :  $P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)}$  n'est pas une expression de la formule de Bayes. C'est la formule de Bayes quand  $A \subset B$ .  
B) Faux : Quand  $A \subset B$ , A et B sont indépendants. Ils ne peuvent pas être indépendant car A est inclus dans B.  
C) Faux : Quand  $P(A \cap B) = 0$  A et B sont indépendants. Ils sont alors disjoints, ils sont indépendants quand  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$   
D) Faux : Incompatibles=exclusif=disjoints.  
E) Faux

### QRU 10 : Réponse B

- A) Faux :  
B) Vrai : On cherche  $P(\text{Retard} \cap \text{pas cours}) = P(\text{Pas cours} | \text{retard}) \times P(\text{retard}) = 0,5 \times 0,2 = 0,10$   
C) Faux :  
D) Faux : Le premier jour elle était à l'heure soyez pas de mauvaises langues :p (après la fatigue a eu raison d'elle)  
E) Faux

### QRU 11 : Réponse A

- A) Vrai : D'abord on détermine les événements : M+=Être malade T+=Test positif M-=Être non malade T-=Test négatif  
On détermine ce que l'on cherche:  $P(M+|T+)$  On regroupe nos informations:  $P(T+|M+) = 0,9$   $P(T+|M-) = 0,001$   
 $P(M+) = 0,01$   $P(M-) = 0,99$  Vous pensez tout de suite au théorème de Bayes comme vous êtes des machines!  $P(M+|T+) = \frac{P(T+|M+) \times P(M+)}{P(T+|M+) \times P(M+) + P(T+|M-) \times P(M-)} = \frac{0,9 \times 0,01}{0,9 \times 0,01 + 0,001 \times 0,99} = 0,9$   
B) Faux :  
C) Faux :

- D) Faux :
- E) Faux