



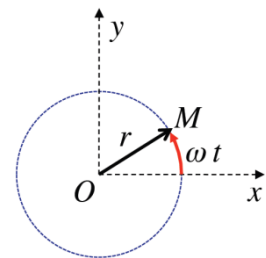
PAES – Tut'entrée 2011-2012
PHYSIQUE GENERALE
Professeur Sépulchre

Mouvement circulaire uniforme :

Position	Vitesse	Accélération
$x(t) = r \cos(\omega t)$	$v_x(t) = -\omega r \sin(\omega t)$	$a_x(t) = -\omega^2 r \cos(\omega t)$
$y(t) = r \sin(\omega t)$	$v_y(t) = \omega r \cos(\omega t)$	$a_y(t) = -\omega^2 r \sin(\omega t)$
$z(t) = 0$	$v_z(t) = 0$	$a_z(t) = 0$
$\ \vec{OM}(t)\ = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = r$	$v = \omega r$	$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

Il est utile de décomposer l'accélération comme la somme vectorielle de:

- $\mathbf{a}_t(t)$, la composante tangentielle, colinéaire à $\mathbf{v}(t)$
- $\mathbf{a}_N(t)$, la composante normale, perpendiculaire à $\mathbf{v}(t)$.
- Si la trajectoire est courbe, $\mathbf{a}_N(t)$ est dirigé vers l'intérieur. Si le mouvement est rectiligne $\mathbf{a}_N(t)=0$.
- Si le mouvement est circulaire uniforme, $\mathbf{a}_t(t)=0$.



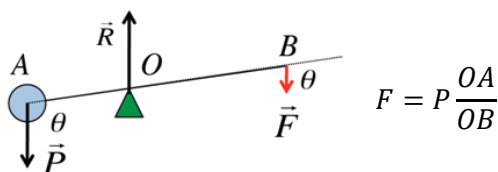
Position du centre d'inertie G d'un corps constitué de masses ponctuelles m_i : $\vec{OG} = \frac{1}{m} \sum m_i \vec{OM}_i$

1^{ère} loi de Newton : $\vec{a}_G = 0 \Leftrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

2^{ème} loi de Newton : $m\vec{a}_G = \sum \vec{F}_{ext}$

3^{ème} loi de Newton : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

Un corps solide est en équilibre statique si tous ses points sont au repos $\Leftrightarrow \sum \vec{F}_i = \vec{0}$ et $\sum \vec{OM} \wedge \vec{F}_i = 0$



Exemple :

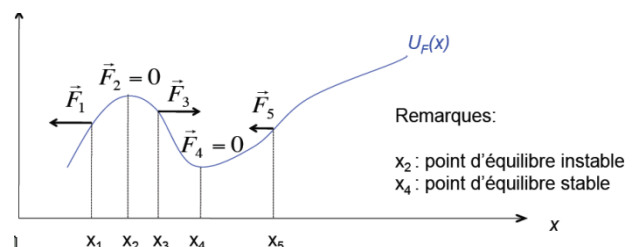
Sur une bascule, on applique une force de valeur x sur le côté $3x$ plus long que l'autre ; quelle valeur en F (en N) doit-on appliquer au côté plus court ?

Réponse : $F = 3x$ N

	Force	Travail	Energie potentielle
Poids (pesanteur)	$-mg$	$-mg(z_B - z_A)$	mgz
Ressort (élasticité)	$-kx$	$-\frac{k}{2}(x_B^2 - x_A^2)$	$\frac{1}{2}kx^2$
Electrostatique (de Coulomb)	$k \frac{Qq}{r^2}$ (additive)	$-kQq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$	$k \frac{Qq}{r}$

avec $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2}$

$$\Rightarrow F_x = -\frac{dU_F}{dx}$$



Champ électrique : C'est la force électrique ($\vec{F} = q\vec{E}$) qui s'exercerait sur une charge unité ($q = 1C$) placée en un point donné.

Les directions tangentes aux lignes de champ représentant un champ électrique indiquent la direction et le sens de ce champ électrique.

Travail d'une force : $W_{AB} = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$

Une force est conservatrice si $W_{AB}(\vec{F})$ ne dépend que des points de départ et d'arrivée A et B.

Les forces de pesanteur, d'élasticité et de Coulomb sont conservatives.

$U_F(B) - U_F(A) = W_{BA} \Rightarrow$ la fonction U_F = énergie potentielle, définie à une constante près.

Lorsque $W_{BA} > 0$, le potentiel $\nearrow$ en allant vers B et $\searrow$ en allant vers A $\Rightarrow$ la force favorise le déplacement de B vers A.

Fonction énergie potentielle :

$$U(\vec{r}_1; \vec{r}_2; \dots; \vec{r}_n) = k \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \text{ avec } i < j$$

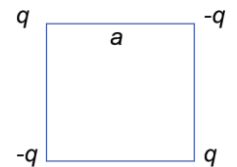
$U < 0 \Rightarrow$ système lié (il faut fournir l'énergie $-U$ pour dissocier la structure)

$U > 0 \Rightarrow$ système instable (le système peut libérer une énergie U en se dissociant)

Exemple :

Calculer l'énergie électrostatique de 4 charges placées sur les sommets d'un carré de côté a .

Réponse : $U = 2 \frac{q^2}{a\sqrt{2}} - 4 \frac{q^2}{a} = k \frac{q^2}{a} 2 \left(\frac{1-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right) J$



Différence de potentiel électrique entre B et A = tension électrique : travail de la force électrique sur une charge d'unité lorsqu'elle se déplace de B vers A = différence d'énergie potentielle d'une charge unité entre ces deux points : $V_B - V_A = \int_B^A qE(\vec{r}) d\vec{r} \Rightarrow 1V = 1 J.C^{-1}$

Fonction potentielle électrique :

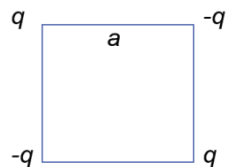
$$V(\vec{r}) = k \sum_{i=1}^N \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \Rightarrow \text{décrit le champ}$$

potentiel électrique créé par une distribution de charges ponctuelles quelconque.

Exemple :

Calculer le potentiel électrique au centre d'un carré de côté a formé de 4 charges.

Réponse : $V = 2k \frac{q}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} + 2k \frac{-q}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 0 V$



Energie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} mv^2$

Théorème de l'énergie cinétique : $E_c(B) - E_c(A) = W_{AB} \Rightarrow$ loi de conservation de l'énergie totale.

Dipôle électrique : distribution de 2 charges $+q$ et $-q$ placées en deux points.

Moment dipolaire du dipôle :

$$\vec{p} = 2 a q \vec{u}$$

(ordre de grandeur : $p = 1,6.10^{-29} C.m$ pour $q = 1 e$)

Exemple :

Calculer le moment dipolaire de la molécule HCl sachant que la distance séparant les 2 atomes est $10^{-10}m$.

Réponse : $p = 10^{-10} * (17 + 1) * 1,6.10^{-19} = 2,88.10^{-28} C.m$

Potentiel électrique d'un dipôle :

$$V(M) = k \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^2}$$

Exemple :

Calculer le potentiel électrique créé par HCl à un point distant de $3m$.

Réponse : $V = 9.10^9 * \frac{2,88.10^{-28}}{9} = 2,88.10^{-19} V$

Force sur un dipôle dans un champ $\vec{E}$ constant : $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$

Energie potentielle d'un dipôle dans un champ électrique : $U(\theta) = p E (1 - \cos\theta)$ ou $= -pE \cos\theta$

Moment dipolaire induit : $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ (concerne les molécules symétriques $\rightarrow$ molécules non polaires)

Moment dipolaire permanent : $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ avec α plus élevé (barycentre $\neq$ barycentre. $\rightarrow$ molécules polaires) ; α d'une molécule polaire $\searrow$ quand $T \searrow$.

Interaction dipôle-ion $\rightarrow$ SOLVATATION dans un solvant polaire $\Rightarrow$ la mobilité des ions est réduite.

Interaction dipôle-dipôle $\rightarrow$ à la base des forces de Van Der Waals (forces à courtes portées rendant compte du changement de matière).

Charge d'un condensateur : $Q = V C$ avec $C =$ capacité du condensateur en F (Farad)

Capacité d'un condensateur : $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ dans le vide (avec $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ S.I.}$)

Permittivité d'un matériau : $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, ϵ_r dépend de la fréquence lorsque le courant est alternatif.

Energie emmagasinée dans un condensateur :
 $W = \frac{1}{2} C V^2$

Exemple :

Calculer la charge et l'énergie emmagasinée d'un condensateur constitué de 2 plaques d'1cm² séparées d'1mm soumis à une tension de 10V dans le vide.

Réponse :

$$C = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{10^{-4}}{10^{-3}} = 8,85 \cdot 10^{-13} \text{ F}$$

$$Q = 10 \cdot 8,85 \cdot 10^{-13} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 8,85 \cdot 10^{-13} \cdot 10^2 = 4,43 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

Diélectriques : matériaux sans charges libres mais sujets au phénomène de polarisation.

Conducteurs : matériaux possédant des charges libres pouvant se laisser traverser par un courant.

Loi d'Ohm : $V_A - V_B = R_{AB} I$

Puissance consommée : $P = R_{AB} I^2$

Lois des nœuds : (conservation du courant) la somme des courants qui entrent par un nœud est égale à la somme des intensités de courant qui en sortent.

Loi des mailles : (conservation de l'énergie électrique) la somme algébrique des tensions le long d'un circuit fermé du réseau s'annule.

RAPPEL :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Equation de la dynamique d'un e⁻ libre : $m \frac{dv}{dt} = eE - \beta v \Rightarrow$ Vitesse de dérive (max) : $v_0 = \frac{eE}{\beta}$

$\hookrightarrow$ Temps moyen entre 2 collisions : $\tau = \frac{m}{\beta}$

Coefficient de viscosité : $\beta = \frac{k_B T}{D}$ avec $k_B = 1,4 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$; $D =$ coef. de diffusion

$$\hookrightarrow v_0 = \frac{eE D}{k_B T} ; \quad \tau = \frac{m D}{k_B T}$$

Résistance : $R = \frac{k_B T}{N_0 e^2 D} \frac{L}{S}$

Résistivité ρ et conductivité σ : $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{k_B T}{N_0 e^2 D}$

R est proportionnelle à L et inversement proportionnel à S .

Exemple :

La conductivité d'un fil électrique est de 200 S.m^{-1} , quelle est la résistance induite par ce fil de longueur 31,4cm et de rayon 1mm ?

Réponse : $R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{L}{S} = 0,005 \cdot \frac{31,4 \cdot 10^{-2}}{\pi \cdot (10^{-3})^2} = 500 \Omega$

Solide :

si $T \nearrow \Rightarrow D \rightarrow$ et $\rho \nearrow$

Liquide :

si $T \nearrow \Rightarrow D \nearrow$ et $\rho \searrow$

Conservation de l'énergie totale : $E = E_c + E_p$

Equation d'un oscillateur harmonique : $K = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega_0^2 x^2$

Proche de l'équilibre, le pendule est un oscillateur harmonique (f^2 négligeable)

Oscillations harmoniques : $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$

avec A = amplitude fixée par l'énergie du système,

ω_0 = pulsation propre de l'oscillateur, ne varie pas avec A ,

φ = phase, dépend du choix des C.I.

avec K et ω_0 = cstes	K	ω_0
Ressort	$\frac{2E}{m}$	$\sqrt{\frac{k}{m}}$
Pendule	$\frac{2E}{ml^2}$	$\sqrt{\frac{g}{l}}$
Circuit LC	$\frac{2E}{LC^2}$	$\sqrt{\frac{1}{LC}}$

Période : $T = \frac{2\pi}{\omega_0} \rightarrow$ **Pulsation :** $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \nu \cdot 2\pi \Rightarrow$ la pulsation ω est une vitesse angulaire (rad.s^{-1})

Equation d'un oscillateur harmonique ralenti (ressort) : $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = -\gamma \frac{dx}{dt} - \omega_0^2 x^2$ où $\begin{cases} \gamma = \frac{\beta}{m} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases}$

Oscillations amorties pseudo périodiques : $x(t) = A e^{-\frac{\gamma}{2}t} \sin(\omega_1 t + \varphi)$

Les oscillations amorties pseudo-périodiques ont lieu si : $\omega_1^2 = \omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2$

Temps d'amortissement : $\tau = \frac{2}{\gamma}$

Pseudo-période : $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$

Ordre de grandeur du nombre d'oscillations : $\frac{\tau}{T_1} = \frac{\omega_1}{\gamma\pi}$

Lorsqu'un oscillateur est amorti, on peut encore obtenir des oscillations périodiques en soumettant le système à un forçage périodique. Il existe alors un **régime entretenu** avec des oscillations de fréquence identique à celle du forçage périodique : $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Phénomène de résonance : si $Q \gg 1$ $A_{\max}$ pour $\omega \in \left[\omega_0 - \frac{\gamma}{2}; \omega_0 + \frac{\gamma}{2}\right]$ (=bande passante du résonateur)

Fréquences propres au corps humain : 2 à 80 Hz

Oscillateurs couplés :

- **Modes propres :** mouvements périodiques des oscillateurs où les masses ponctuelles passent par leur position d'équilibre toutes au même moment.

↻ **Mode symétrique :** $\omega_s = \sqrt{\frac{g}{l}}$ (identique à la pulsation propre d'un seul pendule)

↻ **Mode anti-symétrique :** $\omega_s = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{2k}{m}}$

- Les mouvements apériodiques complexes peuvent être décomposés en mouvements plus simples grâce aux modes propres.
- **Phénomène de battements :** oscillations périodiques dont l'amplitude est modulée en alternance au cours du temps.

Facteur de qualité : $Q = \frac{\omega_0}{\gamma}$
 ↗ si l'amortissement ↘,
 l'oscillateur est un résonateur
 et $\frac{Q}{\pi}$ proche de τ/T_1