Correction Concours blanc Tut'Rentrée

QCM 1. Réponse D

A) Faux : L'étude étant menée exclusivement sur les personnes diabétiques, l'ensemble des personnes diabétiques de France forme la « population ».

B) Faux : L'échantillon est constitué par une partie seulement des personnes diabétiques vivant en France (= sous ensemble) et est formé selon certaines modalités (ex : tirage au sort, étude menée dans 1 région sur 2, etc …). Mener une étude statistique sur l'ensemble de la « population » est en règle générale inenvisageable car bien trop couteuse.

C) Faux : L'étude ne concernant que les personnes diabétiques, elle ne peut donc pas être extrapolée à tout homme vivant en France. En revanche elle pourrait éventuellement être extrapolée à l'ensemble des hommes diabétiques ayant plus de 50 ans dans le cas où l'étude menée à Nice serait représentative de la « population » de l'étude.

D) Vrai : Toute personne participant à l'étude peut être considérée inclue dans l'échantillon (= sous ensemble de la population)

E) Faux

QCM 2. Réponses A, B.

A) Vrai

B) Vrai

C) Faux : Ensemble INFINI (il y a une infinité d'entiers multiples de 3) dénombrable.

D) Faux : Ensemble INFINI indénombrable

E) Faux.

QCM 3. Réponse A

A) Vrai : Nous sommes bien dans le cas d'une combinaison de n éléments (les 36 élèves) pris p à p parties d'un ensemble : C_{36}^{2}. L'ordre des élèves dans chaque paire n'a pas d'importance. Pour expliquer différemment, il pourrait s'agir de tirer au sort simultanément 2 élèves parmi les 36, et de comptabiliser le nombre de paires d'élèves différentes.

B) Faux : Il ne peut s'agir d'une « p liste avec remise ». Il n'y a pas effectivement pas de « remise » d'élève possible (de plus un même élève ne peut s'associer à lui-même). D'autre part, l'ordre des paires d'élèves n'est pas important.

C) Faux : Il ne peut s'agir d'un « arrangement de n éléments pris p à p» puisque l'ordre des élèves dans chaque paire n'a pas d'importance.

D) Faux

E) Faux

QCM 4. Réponses A, B, D

A) Vrai : Dans le cas présent, nous cherchons à déterminer le nombre de permutations différentes des 5 équipes (correspond aux différents classements possible de ces 5 équipes), l'ordre est donc important.

B) Vrai : Les 5 équipes ne pouvant pas se répéter dans le classement (= sans remise) et leur ordre étant important, les différents classements correspondent donc à des arrangements où 5 éléments (= 5 équipes) sont pris parmi ces 5 éléments. Soit : $A_n^p = A_5^5$ (il s'agit d'un cas particulier où p = n = 5)

C) Faux : Il ne s'agit pas de permutations avec répétition. On ne cherche pas à déterminer les différents classements généraux des coureurs en ne regardant que leur équipe d'appartenance (ex : 1er coureur de l'équipe Astana, 2ème coureur de l'équipe Europcar, 3e coureur de l'équipe Europcar, 4e coureur de l'équipe Radio Shack, 5e coureur de l'équipe Astana, etc…), mais à déterminer les différents classement possibles des équipes (ex : 1er : Astana, 2e Radio Shack, 3e Europcar, 4e FDJ, 5e AG2R).

D) Vrai : Il s'agit bien de permutations de 5 éléments. C'est un cas particulier d'Arrangements de 5 éléments parmi 5 éléments.

E) Faux

QCM 5. Réponse C

A) Faux : L'ordre est évidemment important lorsqu'on écrit un mot, sinon il perd son sens (façon de parler : « MMAAN » a peut être un sens pour Olivier, mais aucun dans la langue française) !

B) Faux : Après avoir posé une lettre dans son mot, Olivier n'y touche plus. Il ne peut donc pas l'utiliser à nouveau. Il n'y a pas de « Remise ». C'est légèrement différent pour les lettres « M » et « A » puisqu'il y en

a 2 de chaque. Bien qu'on ne puisse pas reprendre une de ces lettres posées (= sans remise), le fait qu'elles soient en double indique une répétition.

C) Vrai : L'ordre est important, il n'y a pas de « Remise » et on utilise tous les éléments (les 5 lettres) dont on dispose. Il s'agit donc bien de permutations. Cependant, la difficulté dans ce cas et de tenir compte des lettres qui se répètent. Il y a 2 lettres « M » et 2 lettres « A ». On se retrouve donc dans une configuration de « permutations avec répétition » d'où : $P_5 = \frac{5!}{2!2!1!}$

D) Faux : Comme expliqué en C, Il s'agit bien de permutations de 5 éléments mais il faut tenir compte de la répétition des lettres « A » et « M ».

E) Faux

QCM 6. Réponse E

A) Faux : Il s'agit bien d'un événement de l'univers Ω . Parmi l'ensemble des résultats possibles, tous les résultats ayant « Roi de cœur » au 1er et 2e tirage constitue un sous ensemble de Ω .

B) Faux : Card (Ω) = 32^4. L'ordre est bien important mais il y a également « Remise ». Il y a donc 32 x 32 x 32 x 32 résultats possibles.

C) Faux : Un résultat élémentaire est unique dans l'Univers Ω, or il y a 4 ! résultats (= évènements élémentaires) constitués de {10 pique, As trèfle, 7 cœur, 9 carreau}. Exemple de résultats élémentaires : (10 pique, As trèfle, 7 cœur, 9 carreau), (As trèfle, 10 pique, 9 carreau, 7 coeur) ; etc..

D) Faux : Il s'agit d'un évènement impossible ∅ .Un événement élémentaire (appartenant à Ω par définition) ne peut comporter 5 cartes.

E) Vrai

QCM 7. Réponses A, C

A) Vrai : P (O -) = 1 – P(O) = 1 – 0,1 = 0,9

B) Faux : On demande la probabilité pour qu'une personne soit obèse ET souffre de diabète : P(O∩D)=P(D / O) x P(O) = 0,05 x 0,1 = 0,005

C) Vrai : P(O/D) = $\frac{P(O\cap D)}{P(D)} = \frac{0,005}{0,01} = 0,5$

D) Faux : Voir item C

E) Faux

QCM 8. Réponses B, C

A) Faux : Voir item B

B) Vrai : On demande la probabilité pour qu'une personne ne soit pas obèse ET souffre de diabète : P (O- ∩D) = P(D) – P(O∩D) = 0,01- 0,005 = 0,005. Afin de mieux visualiser cette propriété, il est préférable de dessiner un diagramme en arbre.

C) Vrai : P(D/O-) = $\frac{P(O-\cap D)}{P(O-)} = \frac{0,005}{0,9} = \frac{5}{900}$. Autre méthode : P(D/O-) = $\frac{P(O-\cap D)}{P(O-)} = \frac{P(O-|D)\times P(D)}{P(O-)} = \frac{(1-P(O|D))\times P(D)}{P(O-)} = \frac{0,5\times 0,01}{0,9} = \frac{5}{900}$

D) Faux : Voir item C

E) Faux

QCM 9. Réponses A, C

A) Vrai : Deux événements sont indépendants ssi : P(V∩O) = P (V) x P (O) = 0,15 x 0,3 = 0,045. C'est le cas.

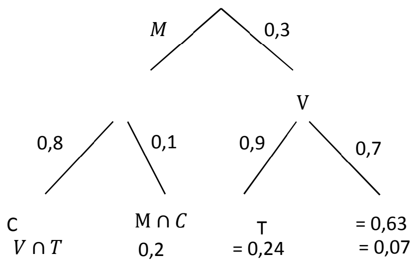
B) Faux : Deux événements sont incompatibles ssi : P(V∩O) = ∅. Or P(V∩O) = 0,045.

C) Vrai puisque les événements V et O sont indépendants.

D) Faux

E) Faux

QCM 10. Réponses A, C, D



A) <u>Vrai</u> : P (M) = P(M ∩C) + P (M ∩ T) = 0,13

B) <u>Faux</u> : P (V) = P(V ∩C) + P (V ∩ T) = 0,87

C) <u>Vrai</u> : P (M ∩ C) = P (C) x P (M/C) = 0,06

D) <u>Vrai</u> : P(C / M) = $\frac{P(C\cap M)}{P(M)} = \frac{0{,}06}{0{,}13}$

E) <u>Faux</u>

QCM 11. Réponses B,D

A) <u>Faux</u>

B) <u>Vrai</u> : Ici, le principe est de choisir pour chaque patient le pôle qui lui est adapté.

Le 1er patient a <u>5 choix</u>, le 2ème a <u>5 choix</u>, le 3ème <u>5 choix</u>, … , le 10ème a <u>5 choix</u>.
Donc le nombre de « dispersions » distinctes possibles est donnée par
$\underbrace{5x5x \dots x\,5}_{10\text{ fois}} = 5^{10}$

C) <u>Faux :</u> Soient :

– Ω = univers = ensemble des dispersions distinctes possibles des patients dans les 5 pôles. Card Ω = 5^{10}
– A = événement « tous les patients sont dirigés vers le même pôle ». Card A = 1

P = card A / card Ω
P = 1 / 5^{10}

D) <u>Vrai :</u> Soient :

– Ω = univers = ensemble des dispersions distinctes possibles des patients dans les 5 pôles. Card Ω = 5^{10}
– B = événement « un des 5 pôles est vide ». Calculons son cardinal :

a) Il faut choisir le pôle qui reste vide. Il y a <u>5 possibilités</u>.

b) Il ne reste plus que <u>4 choix possibles pour chaque patient.</u> Ainsi, Le 1er patient a 4 choix, le 2ème a 4 choix, le 3ème 4 choix, … , le 10ème a 4 choix, soit $\underbrace{4x4 \dots x4}_{10\text{ fois}} = 4^{10}$ nombre de « dispersions » distinctes possibles des patients.

c) finalement, **Card B = 5 x 4^{10}**

d) P = Card B / Card Ω
P = 5 x 4^{10} / 5^{10} = 4^{10} / 5^{9}

E) <u>Faux</u>

QCM 12. Réponses A, B

A) <u>Vrai</u>

B) <u>Vrai</u> : Ici, il faut prendre les choses à l'envers …

La probabilité que l'enfant trouve la sortie au 4ème essai = probabilité que l'enfant se trompe au cours de ses 3 premiers essais :

a) P(se tromper au 1er essai) = ¾
b) P (se tromper au 2 ^{ème} essai) = 2/3
c) P (se tromper au 3 ^{ème} essai) = ½
d) P (trouver la sortie au 4ème essai) = P (se tromper au 1er <u>ET</u> au 2ème <u>ET</u> au 3ème essai)
P = ¾ <u>x</u> 2/3 <u>x</u> ½ = ¼

C) <u>Faux</u>

D) <u>Faux</u>

E) <u>Faux</u>

QCM 13. Réponses A, D

Soient les évènements suivants :
– R = évènements « tirer une boule rouge »
– Cu = événement « tirer une boule dans la boîte cubique »
– Cy= événement « tirer une boule dans la boîte cylindrique »

A) <u>Vrai</u>

B) <u>Faux :</u>

P (« tirer au hasard une boule rouge ») = **P(R)**

= P (« tirer une boule rouge dans la boîte cubique » ou « tirer une boule rouge dans la boîte cylindrique »)

= P [(R∩Cu) U (R∩Cy)]

= P (R∩Cu) + P(R∩Cy) → Théorème des probabilités totales car (R∩Cu) et (R∩Cu) sont deux évènements disjoints.

<u>P = 0,5 x 10 /13 + 0,5 x 3/7</u>
où :
– 0,5 = probabilité de choisir lune des deux boîtes
– 10/13 = probabilité de tirer une boule rouge après avoir choisi le boîte cubique
– ¾ = probabilité de tirer une boule rouge après avoir choisi le boîte cylindrique

C) <u>Faux</u>

D) <u>Vrai</u>

P (« la boule tirée par l'enfant provienne de la boîte cubique sachant qu'elle est rouge »)
P = P (Cu $|_R$) = P (R∩Cu) / P(R)
avec (calculé aux items précédents) :
– P(R) = 0,6
– **P (R∩Cu) = 0,5 x 10 /13**

E) <u>Faux</u>

QCM 14. : Réponses C, D

Le plus important dans ce genre de QCM est de traduire d'entrée de jeu l'énoncé.
Soient les évènements suivants :
– M = événement « être malade » → P (M) = 0,1
– (< 15 ans) = événement « avoir moins de 15 ans » → P (< 15 ans) = 0,2
– (> 15 ans) = événement « avoir plus de 15 ans » → P (> 15 ans) = 0,8
– P (< 15 ans $|_M$) = 0,7

1) P (« être malade et d'avoir moins de 15 ans »)
= **P (< 15 ans ∩ M)** *on utilise la <u>formule de la multiplication</u>*
= P (<15 ans $|_M$) x P(M)
= 0,7 x 0,1 = **0,07**

2) P (« être malade et d'avoir plus de 15 ans »)
= **P (> 15 ans ∩ M)** *on utilise la <u>formule de la multiplication</u>*
= P (<15 ans $|_M$) x P(M)
= 0,3 x 0,1 = **0,03**

3) Prévalence de la maladie chez les plus de 15 ans
= **P (M $|_{> 15 \text{ ans}}$)** *on utilise le <u>théorème de Bayes</u>*
= P (> 15 ans ∩ M) / P (> 15 ans)
= P (<15 ans $|_M$) x P(M) / P(> 15 ans)

= 0,3 x 0,1 / 0,8

QCM 15. Réponses : A, C

1) Une **combinaison** est un tirage **non ordonné** sans remise
2) Un **arrangement** est un tirage **ordonné** avec remise.

QCM 16. Réponses A, C

A) Vrai

B) Faux

C) Vrai

Soient les évènements indépendants suivants :
F = événement « être fumeur » → P(F) = 0,2
P = événement « avoir son permis » → P(P) = 0,6

P (« être fumeur et avoir son permis »)
= P (F ∩ P)
= P(F) x P (P) car F et P sont indépendants
= 0,2 x 0,6 = 0,12

D) Faux

On vous demande ici de calculer la proportion de gens ayant leur permis chez les fumeurs →
P (« avoir son permis sachant qu'on est fumeur »)
= P (P $_{|F}$)
= P (F ∩ P) / P (F)
= 0,12 / 0,2
= **0,6**

60% des fumeurs ont leur permis de conduire.

E) Faux

QCM 17. Réponses A, C

A) Vrai

B) Faux :

P (« un individu ait au moins un retard au cours du 1er mois »)
= P (« avoir 1 retard au cours du 1er mois ») + P(« avoir 2 ou plus retards au cours du 1er mois »

On cherchera donc dans le tableau tous les individus qui ont eu un retard au cours du 1er mois puis 2 ou plus retard au cours du 1er mois, quelque soit le nombre de retards au cours du 2ème mois.

Retard le 1er mois / Retard le 2ème mois	0	1	2 ou plus	total
0	262	212	73	547
1	250	73	23	346
2 ou plus	60	33	14	107
total	572	***318***	***110***	1000

P = 318/1000 + 110/1000 = **0,428**

C) Vrai :

On raisonne de même mais au cours du 2ème mois

P (« un individu ait au moins un retard au cours du 1er mois »)
= P (« avoir 1 retard au cours du 2ème mois ») +P(« avoir 2 ou plus retards au cours du 2ème mois»

On cherchera donc dans le tableau tous les individus qui ont eu un retard au cours du 2ème mois puis 2 ou plus retard

au cours du 1er mois, quelque soit le nombre de retards au cours du 1er mois.

Retard le 1er mois / Retard le 2ème mois	0	1	2 ou plus	total
0	262	212	73	547
1	250	73	23	***346***
2 ou plus	60	33	14	***107***
total	572	318	110	1000

P = 346/1000 + 107/1000 = **0, 453**

D) Faux:

P (« avoir au moins un retard au cours des deux mois ») *on passe par l'inverse*
= 1 – P (« n'avoir aucun retard aucun des deux mois »)
= 1 – 262/1000 = **0,738**

NB :
- R1 : « avoir au moins un retard au cours du 1er mois »
- R2 : « avoir au moins un retard au cours du 2ème mois »

… ne sont pas disjoints : certains individus peuvent être arrivés en retard au cours du 1er et du 2ème mois. Donc :

P (R1 U R2) ≠ P(R1) + P(R2)
P(R1 U R2) = P (R1) + P (R2) – P (R1 ∩ R2)

E) Faux