DM n°1 UE4 SUJET

QCM 1. Thibaud joue au billard américain (15 boules numéroté de 1 à 15 : 7 boules ayant un n°pair, 8 autres ayant un n°impair) avec ses deux amies, V ictoria et Morgane. Le billard dispose de 6 trous : 3 trous sur son côté droit, et 3 autres trous sur son côté gauche. Thibaud, exceptionnellement doué à ce jeu, rentre les 15 boules à la suite. Donner la ou les propositions justes.

A) Le nombre de répartitions différentes possibles des 15 boules entre le côté droit et le côté gauche du billard est de : 15^2

B) Le nombre de répartitions différentes possibles des 15 boules entre le côté droit et le côté gauche du billard est de : 2^{15}

C) Si on considère l'ordre dans lequel les boules sont sorties du jeu (c'est-à-dire entrées dans un trou, peu importe lequel), il existe 15^6 ordres différents.

D) Si on considère l'ordre dans lequel les boules sont sorties du jeu (c'est-à-dire entrées dans un trou, peu importe lequel) , il existe 6^{15} ordres différents.

E) Aucune proposition ne convient.

QCM 2. Comme tous les dimanches soir, Morgane se rend au casino Ruhl pour jouer à la roulette. Elle dispose de 4 jetons de montants différents : 1€ , 10€, 100€ et 1000€. A l'annonce du croupier « Faites vos jeux », Morgane décide de miser au moins 1 jeton sur le numéro 36. Donner la ou les propositions justes.

A) Morgane a la possibilité de miser 15 montants différents compris entre 1€ et 1111€.

B) Morgane a la possibilité de miser 24 montants différents compris entre 1€ et 1111€.

C) Morgane a la possibilité de miser 16 montants différents compris entre 1€ et 1111€.

D) Morgane a la possibilité de miser 4 montants différents compris entre 1€ et 1111€

E) Aucune proposition ne convient

QCM 3. Nos trois Chef Tut', Thibaud, Morgane et Victoria, ayant enfin terminé l'organisation de la Tut'Rentrée, décident de jouer à une partie de YAMS. Le jeu consiste à lancer 5 dés identiques afin d'obtenir certaines combinaisons (ex : Carré, full, brelan, Yams = 5 nombres identiques, etc…). Victoria lance les 5 dés simultanément une seule fois. Donner la ou les propositions justes.

A) Victoria obtient la combinaison { 2,4,2,1,5}, celle-ci est identique à la combinaison { 4,2,2,1,5}.

B) Il existe 5 possibilités de faire un YAMS (= tous les dés présentent un nombre identique).

C) Le nombre de combinaisons différentes que Victoria est susceptible d'obtenir est de 6^5

D) Le nombre de combinaisons différentes que Victoria est susceptible d'obtenir est de $6!$

E) Aucune proposition ne convient

QCM 4. La partie de YAMS terminée, Victoria, Morgane et Thibaud entreprennent pour tuer le temps de faire une partie de POKER. Le jeu consiste à distribuer 5 cartes à chaque joueur à partir d'un jeu de 54 cartes. L'objectif est d'avoir en main la meilleure combinaison de 5 cartes (ex : Quint flush = suite de la même couleur, Carré = 4 cartes identiques, Brelan = 3 cartes identiques, Paire, etc…). Donner la ou les propositions justes.

A) L'ordre des cartes en main est important

B) Le nombre de combinaisons de 5 cartes que peut avoir en main Thibaud est de $\frac{54\,!}{(54-5)!}$

C) Les 4 dames du jeu ont été distribuées et donc réparties dans les mains des 3 joueurs. Le nombre de répartitions possibles de ces 4 Dames est de 3^4

D) La probabilité pour Morgane d'avoir aucune des 4 dames est de $\frac{2^4}{3^4}$

E) Aucune des propositions ne convient

QCM 5. Lors d'un Tutorat d'UE4, Victoria, s'attaque par défi en même temps que les PAESiens au sujet de biostat. Le niveau étant si relevé, elle décide par simple curiosité de répondre aux 20 Qcms proposés absolument au hasard. Pour chaque Qcm, elle peut choisir parmi les 4 propositions A, B, C, D celle ou celles qui conviennent. Dans le cas où aucune ne conviendrait, elle choisirait la proposition E. Chaque Qcm répondu juste compte pour 1 point. Donner la ou les propositions justes.

A) La probabilité pour Victoria de répondre juste au Qcm n°1 est de $\frac{1}{16}$

B) La probabilité pour Victoria de répondre juste au Qcm n°1 est de $\frac{1}{15}$

C) La probabilité pour Victoria de répondre juste au Qcm n°2 sachant qu'elle a répondu juste au Qcm n°1 est de $\frac{1}{15^2}$

D) La probabilité pour que Victoria n'ait répondu juste à aucun Qcm sur les 20 est de $\frac{15^{20}}{16^{20}}$

E) Aucune proposition ne convient

QCM 6. Une étude épidémiologique récente montre que 0,5% de la population française souffrirait de diabète de type I (insulino-dépendant). Cette même étude montre qu' $\frac{1}{1\,000\,000}$ de la population aurait à la fois un diabète de type I et souffrirait d'un cancer du pancréas. Donnez la ou les propositions justes.

A) La probabilité de souffrir d'un cancer du pancréas sachant que l'on a un diabète de type I est de $\frac{1}{5000}$

B) La probabilité de ne pas souffrir d'un cancer du pancréas sachant que l'on a un diabète de type I est de $\frac{4999}{5000}$

C) La probabilité d'avoir un diabète de type I et de ne pas souffrir d'un cancer du pancréas est de $\frac{4999}{1\,000\,000}$

D) Les informations de l'énoncé ne nous permettent pas de déterminer la proportion de la population souffrant d'un cancer du pancréas.

E) Aucune proposition ne convient

QCM 7. Une étude de santé publique menée sur la population française révèle que les fumeurs réguliers (au moins 1 cigarette par jour) ne représentent que 20 % de la population des sportifs, contre 40 % pour les non-sportifs. Cette même étude montre que les personnes âgées entre 12 et 24 ans pratiquant une activité sportive en compétition, sont trois fois moins nombreuses à fumer que les non pratiquant du même âge. La proportion de sportifs (au moins 3h d'activité physique hebdomadaire) en France est de 20%, celle des fumeurs est de 36%. Donner la ou les propositions justes

A) Les événements « être Fumeur (F) » et « être Sportif (S) » sont indépendants

B) Les événements « être Fumeur (F) » et « être Sportif (S) » sont incompatibles

C) La probabilité d'être « Sportif » sachant que l'on est « Fumeur » est de $\frac{10}{18}$

D) La probabilité de « ne pas être Fumeur ($\overline{F}$)» sachant que l'on est « Sportif » est de $\frac{8}{18}$

E) Aucune des propositions ne convient

QCM 8. Nous sommes au printemps 2012 et l'heure est venue de désigner notre nouveau président de la République. Une fois n'est pas coutume, le président sera désigné par tirage au sort. Soit une urne dans laquelle se trouvent 3 boules Rouges, chacune d'entre elles contenant le nom d'un membre du parti socialiste (PS) , 2 boules Bleues, chacune contenant le nom d'un membre de l'UMP et 1 boule Orange contenant le nom d'un membre du MODEM. Thibaud, jeune étudiant en médecine, est chargé de procéder au tirage au sort. Donner la ou les propositions justes.

A) Les événements « Désigner un membre de l'UMP » et « Désigner un membre du PS » sont forcément indépendants.

B) Les événements « Désigner un membre de l'UMP » et « Désigner un membre du PS » sont forcément incompatibles.

C) Ces deux événements peuvent être incompatibles et indépendants

D) La probabilité de « Ne pas tirer une boule bleue ET ne pas tirer une boule rouge » est égale à 0

E) Aucune proposition ne convient

QCM 9. Soit un jeu de 32 cartes. Morgane demande à Victoria de tirer successivement 2 cartes sans les remettre dans le paquet. Donner la ou les propositions justes.

A) La probabilité de tirer le Roi de cœur au deuxième tirage sachant que le Roi de pique a été tiré au premier est de $\frac{1}{32} \times \frac{1}{31}$

B) La probabilité de tirer du cœur aux deux tirages est de $\frac{\frac{8!}{(8-2)!}}{\frac{32!}{(32-2)!}}$

C) La probabilité de tirer du cœur au deuxième tirage sachant que la Dame de trèfle a été tirée au premier est de $\frac{8}{31}$

D) La probabilité de tirer du cœur au premier tirage et du pique au deuxième tirage est de $\frac{8\times 8}{\frac{32!}{(32-2)!}}$

E) Aucune réponse ne convient

QCM 10. L'épreuve de Biostatistique comprend 45 questions avec 5 propositions de réponses mais une seule est correcte. Un étudiant en PAES est sûr d'avoir répondu correctement à 22 questions sur les 45. Sur les 23 questions restantes, il a répondu au hasard. On cherche la probabilité qu'il ait au moins 23 bonnes réponses à l'épreuve *(indication : $0,8^{23} = 0,006$)* :

A) 0,200

B) 0,994

C) 0,020

D) 0,094

E) Aucune des propositions ne convient

QCM 11. Soit une équipe de Basket de 5 personnes. Chacune des personnes reçoit au hasard un numéro de maillot compris entre 1 et 5. Donner les vraies :

A) Le nombre de répartitions possibles des maillots est de 5!

B) Le nombre de répartitions possibles des maillots est de 5^5

C) Le capitaine devant absolument avoir le numéro 1, le nombre de répartition possible des maillots devient alors 4!

D) On attribue maintenant le numéro 1 à l'une des 5 personnes choisie au hasard, le nombre de répartition possible des maillots devient alors 5!

E) aucune des propositions ne convient

QCM 12. Un sac contient 10 bulletins, indiscernables au toucher, de 3 sortes :

- **4 sont marqués « oui »**
- **3 sont marqués « non »**
- **3 sont marqués « blanc »**

Le joueur tire un bulletin de l'urne et l'y remet après l'avoir lue. Il joue 4 parties indépendamment les unes des autres. Pour vous aider, on donne

- **$6^4 = 1296$**
- **$4^4 = 256$**
- **$3^4 = 243$**
- **10 000 = 16 x 625**

Donner les vraies :

A) La probabilité qu'il tire au moins une fois un bulletin « oui » est de : 216/625

B) La probabilité qu'il tire au moins une fois un bulletin « oui » est de : 81/625

C) La probabilité qu'il tire au moins une fois un bulletin « oui » est de : 2/5

D) La probabilité qu'il tire au moins une fois un bulletin « oui » est de : 3/625

E) Aucune des propositions ne convient

QCM 13. <u>(suite du QCM 12)</u> : Lors d'un second jeu, le joueur tire simultanément 2 bulletins. On s'intéresse à la probabilité d'obtenir un tirage de deux bulletins de sortes différentes. Donner les vraies :

A) Il s'agit d'un tirage ordonné sans remise

B) Le calcul des probabilités fait intervenir les arrangements

C) P (« 2 bulletins différents ») = 11/15

D) P (« 2 bulletins différents ») = 41/45

E) Aucune des propositions ne convient

QCM 14. On dispose :

– **d'un dé cubique équilibré dont une face porte le n°1, deux faces portent le n°2 et trois faces portent le n°3.**
– **D'une urne contenant 10 boules indiscernables au toucher, portant les lettres : L,O,G,A,R,I,T,H,M,E.**
Un joueur réalise une épreuve en 2 étapes :
– **<u>1ère étape :</u> il jette le dé et note le numéro obtenu**
– **<u>2ème étape :</u> il tire au hasard et simultanément de l'urne le nombre de boules indiqué par le dé.**
Il gagne la partie si toutes les boules tirées portent des voyelles et perd dans le cas contraire.
Donner les vraies :

A) La probabilité que le joueur gagne la partie est de 43/180
B) La probabilité que le joueur gagne la partie est de 23/180
C) On considère dans cet item que le joueur a gagné la partie. La probabilité pour qu'il ait obtenu le n°1 avec le dé est de 12/23
D) On considère dans cet item que le joueur a gagné la partie. La probabilité pour qu'il ait obtenu le n°1 avec le dé est de 12/35
E) Aucun des items ne convient

QCM 15. Soit un QCM à 5 propositions. 1 à 4 propositions parmi les 5 peuvent être exactes (avoir 5 propositions exactes est donc exclu). On considère la réponse donnée par l'étudiant correcte si toutes les propositions exactes et uniquement les propositions exactes sont cochées. Donner les propositions vraies :

A) En répondant au hasard, on a une chance sur 5 d'avoir la réponse exacte
B) En répondant au hasard, on a une chance sur 32 d'avoir la réponse exacte
C) En répondant au hasard, on a une chance sur 25 d'avoir la réponse exacte
D) En répondant au hasard, on a une chance sur 23 d'avoir la réponse exacte
E) Aucune des propositions ne convient

QCM 16. Soit une population composée de 50% d'homme et de 50% de femme. 15% d'entre eux ont déjà eu la varicelle. On sait que cette maladie touche prioritairement les femmes (65% des malades sont des femmes). Donner les propositions vraies :

A) Dans la population, la part des femmes ayant déjà eu la varicelle est comprise entre 4 et 6%
B) Dans la population, la part des femmes ayant déjà eu la varicelle est comprise entre 9 et 11%
C) Dans la population, la part des femmes ayant déjà eu la varicelle est comprise entre 14 et 16%
D) Dans la population, la part des hommes n'ayant jamais eu la varicelle est comprise entre 44 et 46%
E) Aucune des propositions ne convient

QCM 17. Soient 2 mutations génétiques M1 et M2 localisées sur 2 gènes différents. Lorsque M1 est présente, M2 est présente dans 80% des cas. Lorsque M2 est présente, M1 est présente dans 60% des cas. M2 est l'unique cause d'une pathologie touchant 3% de la population. La pénétrance de la mutation M2 est de 1/3 (Pénétrance : proportion d'individus ayant la mutation M2 et exprimant la maladie)

Aide* : *P (Mutation) = Prévalence (pathologie) / pénétrance
Donner les propositions vraies :

A) P(M2) = 3%

B) P(M2) = 9%

C) P(M1) = 6,75%

D) P(M1) = 12%

E) Aucune des propositions ne convient

QCM 18. Les malades atteints d'un cancer C ont été exposés dans 80 cas sur 100 à un agent toxique A. La prévalence de ce cancer dans la population est de 2‰ On suppose que 16% de la population a été exposée à A. Donner les propositions vraies :

A) $P(C|A) = 0,8$

B) $P(A|C) = 0,8$

C) $P(A \cap C) = 1,6$ **‰**

D) Une personne exposée à A a une chance sur cent de développer le cancer C

E) Aucune des propositions ne convient

QCM BONUS POUR LES MORDUS DE BIOSTAT UNIQUEMENT !

QCM 19. La prévalence d'une maladie tropicale est de 1%. Quand le sujet est porteur d'un certain génotype G, il a 20 chances sur 100 de développer la maladie. Quand il ne porte pas G, il a 100 fois moins de chances d'attraper la maladie. Donner les propositions vraies :

A) P(G) < 1%

B) 1% < P(G) < 3%

C) 3% < P(G) < 6%

D) 6% < P(G) < 9%

E) Aucune des propositions ne convient

DM n°1 UE4 CORRECTION

QCM 1. Réponse : B

A) Faux : Pour chaque boule jouée, Thibaud a le choix de la rentrer soit du côté droit, soit du côté gauche. D'où : 2 choix pour la boule n°1, 2 choix pour la boule n°2, etc, et ce pour les 15 boules. On a donc : 2x2x2x…x2 = 2^{15}.

B) Vrai: Voir la correction de l'item A.

C) Faux : Il existe 15 ! (= 15 x 14 x 13 x 12 x … x 2 x 1)ordres différents. Le nombre d'ordres différents correspond à l'ensemble des permutations possibles. (ex : 15, 2, 3 , 5 , 6, …., 11 = 1 permutation, ou bien : 2, 4 , 7 ,11, … ,1 = une 2ème permutation, etc…)

D) Faux : Idem item C

E) Faux

QCM 2. Réponse : A

A) Vrai: Morgane peut miser 1, 2, 3 ou 4 jetons ! Dans le cas où elle miserait 2,3 ou 4 jetons, on considère que l'ordre n'a aucune importance puisque seule la somme des valeurs des jetons nous intéresse. D'autre part elle ne peut utiliser 2 fois le même jeton, il n'y a donc pas de notion de « Remise ». Pas d'ordre, pas de remise, on se trouve donc dans une configuration de « combinaisons » de jetons. D'où le nombre de montants différents (= nb de combinaisons de jeton) = card (Ω) = C_4^1 (choix d'1 jeton parmi 4) + C_4^2 (choix de 2 jetons parmi 4) + C_4^3 (choix de 3 jetons parmi 4) + C_4^4 (choix de 4 jetons parmi 4) = 4 + 6 + 4 + 1 = 15 combinaisons de jetons possibles ou 15 montants différents.

B) Faux

C) Faux : Attention, il est bien dit que Morgane mise au moins 1 jeton. L'absence de mise C_4^0 (choix de 0 jeton parmi 4) n'est donc pas une possibilité.

D) Faux

E) Faux

QCM 3. Réponse : A

A) Vrai : Les dés étant identiques, on ne fait pas la distinction entre eux ! Expliqué autrement, cela reviendrait à dire, dans l'hypothèse où Victoria déciderait de lancer les 5 dés l'un après l'autre, que l'ordre n'a aucune importance. D'où : { 2,4,2,1,5} = { 4,2,2,1,5}.

B) Faux : Item Facile ! il existe 6 possibilités : Pour faire un YAMS, Victoria doit obtenir sur les 5 dès les nombres 1,2,3,4,5 ou 6.

C) Faux : ATTENTION : Le nombre de combinaisons possibles (ou plutôt d'arrangement dans ce cas) serait effectivement de 6^5 dans le cas où les dés seraient différenciables (par la couleur par exemple : 1 dé Rouge, 1 Jaune, 1 Bleu, 1 Vert, 1 Rose) ! Dans ce cas, alors l'ordre aurait une importance et on se trouverait dans une configuration d'Arrangement avec répétition. Nota : Le dénombrement par le calcul de l'ensemble des combinaisons possibles sachant que les 5 dés sont identiques dépasse mes compétences, néanmoins il peut se faire à la main (cad en détaillant l'ensemble des combinaisons).

D) Faux : On ne se trouve absolument pas dans la configuration de permutations puisqu'on peut retrouver le même nombre sur plusieurs dés (notion de remise), d'autre part l'ordre n'a pas d'importance dans ce cas.

E) Faux

QCM 4. Réponses : C, D

A) Faux : Les cartes en main sont interchangeables. Avoir par exemple en main {Roi de pique, 3 de carreau, Dame de trèfle, 4 de carreau, As de cœur} est équivalent à {3 de carreau, As de cœur, Dame de trèfle, Roi de pique, 4 de carreau}

B) Faux : $\frac{54\,!}{(54-5)!}$ nous donne le nombre d' « Arrangements possibles » (dans ce cas l'ordre est important). Or dans ce Qcm, on recherche le nombre de « Combinaisons » (l'ordre des cartes n'a pas d'importance). D'où : nombre de Combinaisons possibles = card (Ω) = $\frac{54\,!}{5!\,(54-5)!}$

C) Vrai : Chacune des 4 Dames (Trèfle, pique, carreau et cœur) a la possibilité de se trouver dans la main de Victoria, Thibaud ou Morgane, soit 3 possibilités. D'où : 3 possibilités pour la Dame de Trèfle, 3 possibilités pour la dame de pique, etc… . On a donc : Nombre de répartitions possibles = card (Ω) =3 x 3 x 3 x 3= 3^4.

D) Vrai : De façon intuitive, la dame de trèfle a 2 chances sur 3 pour ne pas être distribuée à Morgane. Idem pour les 3 autres Dames. D'où : P (0 Dames dans la main de Morgane) = $\frac{2}{3}$ x $\frac{2}{3}$ x $\frac{2}{3}$ x $\frac{2}{3}$ = $\frac{2^4}{3^4}$. Vu autrement, les 4 dames ont seulement la possibilité d'être distribuées à Victoria et Thibaud. On se trouve donc dans la configuration de l'item C, avec 2 possibilités pour chaque Dames. D'où : card (répartition des Dames entre Vic et Thib) = 2 x 2 x 2 x 2 = 2^4. La probabilité est donc: $\frac{\text{card (répartition des Dames entre Vic et Thib)}}{\text{card }(\Omega)} = \frac{2^4}{3^4}$

E) Faux

QCM 5. Réponses : A, D

A) Vrai : Le nombre de possibilités de réponses soit card(Ω) = C_4^0 (aucune des 4 propositions n'est juste = 1 possibilité : E) + C_4^1 (1 proposition est juste = 4 possibilités : A,B,C ou D) + C_4^2 (2 propositions sont justes = 6 possibilités : AB, BC, CD, DA, AC ou BD) + C_4^3 (3 propositions sont justes ou bien 1 proposition est fausse parmi les 4 = 4 possibilités : ABC, BCD, CDA, ABD) + C_4^4 (les 4 propositions sont justes = 1 possibilité : ABCD), donc card (Ω) = 16. Soit l'événement élémentaire A = « Répondre juste au Qcm n°1 » alors card (A) = 1. D'où la probabilité de l'événement A « Répondre juste au Qcm n°1 » = $\frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{1}{16}$

B) Faux : voir item A

C) Faux : L'événement A « Répondre juste au Qcm n°1 » est indépendant de l'événement B « Répondre juste au Qcm n°2 ». Donc P(B|A) = P(B) = $\frac{1}{16}$

D) Vrai : La probabilité de répondre juste à un Qcm est de $\frac{1}{16}$, donc la probabilité de répondre faux est de $\frac{15}{16}$. La probabilité pour faire les Qcms n°1 et 2 faux (par exemple) est de $\frac{15}{16} \times \frac{15}{16} = \frac{15^2}{16^2}$, si on suit le même raisonnement, la probabilité pour faire les 20 Qcms faux est de $\frac{15}{16} \times \frac{15}{16} \times \ldots \times \frac{15}{16} \times \frac{15}{16} = \frac{15^{20}}{16^{20}}$.

E) Faux

QCM 6. Réponses : A, B, C, D

A) Vrai : Soit l'événement « D = Avoir le diabète de Type 1 » et l'événement « C = souffrir d'un cancer du pancréas » et l'événement « $C \cap D$ = avoir un diabète de type 1 ET souffrir d'un cancer du pancréas ».

D'où : P (C|D) = $\frac{P(C\cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{1}{1\,000\,000}}{\frac{5}{1000}} = \frac{1}{5000}$

B) Vrai : P ($\bar{C}$|D) = 1 - P (C|D) = $\frac{4999}{5000}$

C) Vrai : $P(\bar{C} \cap D)$ = P(D) - $P(C \cap D)$ = $\frac{5}{1000} - \frac{1}{1\,000\,000} = \frac{4999}{1\,000\,000}$

D) Vrai : Il manque une information pour déterminer P(C). Par exemple : P (C|$\bar{D}$) ou $P(C \cap \bar{D})$ou encore $P(\bar{C} \cap \bar{D})$, etc . Ne pas hésiter à tracer un diagramme en arbre. Ainsi, vous visualiserez mieux les informations essentielles qu'il vous manque pour déterminer une probabilité.

E) Faux

QCM 7. Réponse : E

A) Faux : Les deux événements « être Fumeur (F) » et « être Sportif (S) » sont dépendants, puisque selon que l'on soit sportif ou non, la probabilité d'être fumeur varie. D'autre part P(F|S) = 0,2 ce qui est différent de P(F)=0,36. En effet si les 2 événements avaient été indépendants, alors, P(F|S) = P (F) = 0,36.

B) Faux : Ils sont bien compatibles puisqu'on peut tout à fait être à la fois « Sportif » ET « Fumeur ».

C) Faux : P(S|F) = $\frac{P(S)\times P(F|S)}{P(F)} = \frac{0{,}2 \times 0{,}2}{0{,}36} = \frac{1}{9}$

D) Faux : P($\bar{F}$|S) = 1 - P(F|S) = 1 – 0,2 = 0,8 = $\frac{8}{10}$

E) Vrai

QCM 8. Réponse : B

A) Faux : Ce sont deux événements forcément dépendants, puisque la probabilité de désigner un membre du PS dépend de la probabilité de ne pas désigner un membre de l'UMP ou du MODEM. Démonstration : P(Boule Rouge) = $\frac{3}{6}$, P(boule Bleue) =$\frac{2}{6}$, P(boule Orange) =$\frac{1}{6}$. Les événements étant disjoints, P(boule Rouge ∩ boule Bleue) = P(boule Rouge ∩ boule Orange) = P(boule Orange ∩ boule Bleue) = 0. La propriété de 2 événements A et B indépendant est : P (A ∩ B) = P(A) x P(B). Dans ce Qcm : P(boule Rouge ∩ boule Bleue) = 0 ≠ P(boule Rouge) x P(boule Bleue) = $\frac{3}{6} \times \frac{2}{6}$ = 1.

B) Vrai : Incompatibles, puisque les événements sont tous disjoints.

C) Faux : On a vu dans l'item A qu'ils étaient forcément dépendants et incompatibles.

D) Faux : La probabilité de tirer une boule bleue ET un boule rouge = P (boule Rouge ∩ boule Bleue) = 0. D'où la probabilité de ne pas tirer une boule bleue ET une boule rouge = Complémentaire de P (boule Rouge ∩ boule Bleue) = 1 - P (boule Rouge ∩ boule Bleue) = 1 – 0 = 1. (Remarque : c'est aussi égale à P (Complémentaire boule Rouge U Complémentaire boule Bleue)).

E) Faux

QCM 9. Réponses : B, C, D

A) Faux : P(Roi de cœur 2^{e} tirage | Roi de pique 1er tirage) = $\frac{1}{31}$. Par contre P(Roi de cœur 2^{e} tirage ∩ Roi de pique 1er tirage) = $\frac{1}{32} \times \frac{1}{31}$

B) Vrai : P(cœur 2^{e} tirage ∩ coeur 1er tirage) = $\frac{A_8^2}{A_{32}^2} = \frac{\frac{8!}{(8-2)!}}{\frac{32!}{(32-2)!}} = \frac{8\times 7}{32\times 31}$

C) Vrai : J'ai le choix entre 8 cartes de cœur parmi les 31 cartes restantes

D) Vrai : 1er tirage : 8 chances sur 32 d'avoir du cœur. 2^{e} tirage :8 chances sur 31 d'avoir du pique. D'où : $\frac{8\times 8}{\frac{32!}{(32-2)!}} = \frac{8\times 8}{32\times 31}$

E) Faux

QCM 10. Réponse B

A) Faux

B) Vrai : Sachant que l'élève a déjà répondu juste à 22 question,la probabilité qu'il ait au moins 23 réponses justes équivaut à la probabilité qu'il réponse juste à au moins une des 23 questions restantes.

Soit X la variable aléatoire : « répondre correctement à une question »
On cherche donc
P(X ≥ 1)
= 1 – P(X=0)
= 1 – P(«répondre faux aux 23 questions restantes»)

Or, comme une question présente 5 items et qu'un seul d'entre eux est juste, on a :
1) P(répondre juste) = p = 0,2
2) P(répondre faux) = q = 0,8

Finalement, **P(X ≥ 1) = 1 – P(X=0) = 1 – (0,8)^{23} = 0,994**

C) Faux

D) Faux

E) Faux

QCM 11. Réponses : A,C,D

A) Vrai

B) Faux

En effet, lorsqu'on distribue les maillots au hasard,
– la 1ère personne à choisir a 5 choix
– la 2ème personne a 4 choix ...
– … La 5ème personne n'a pas plus qu'un seul choix

d'où **5x4x3x2x1 = 5!** répartitions possibles des maillots.

C) Vrai

Ici, le capitaine a obligatoirement le maillot n°1.
Il reste donc **4 personnes pour 4 maillots**. On raisonne ensuite de la même manière qu'au A et B
– la 1ère personne à choisir a 4 choix
– la 2ème personne a 3 choix ...
– … La 4ème personne n'a pas plus qu'un seul choix

d'où **4x3x2x1 = 4!** répartitions possibles des maillots.

D) Vrai

Ici, une personne, prise au hasard parmi les 5, désire obtenir le maillot n°1. Il y a donc 5 possibilités.
Ensuite, on raisonne comme au C : Il reste donc **4 personnes pour 4 maillots**.

- la 1ère personne à choisir a 4 choix
- la 2ème personne a 3 choix ...
- … La 4ème personne n'a pas plus qu'un seul choix

d'où **5x4x3x2x1 = 5!** répartitions possibles des maillots.

E) Faux

QCM 12. Réponse : E

A) Faux

B) Faux

C) Faux

D) Faux

E) Vrai

Ici, il faut passer par l'inverse.
Soient les évènements :

- A : « trouver au moins 1 bulletin marqué oui »
- B : « ne trouver aucun bulletin marqué oui »

On cherche P(A)
Or, A et B sont deux évènements complémentaires
Donc, **P(A) = 1 – P(B)**

P(B) = P(« ne trouver aucun bulletin marqué oui »)
P(B) = P(« ne pas trouver un bulletin marqué oui à la 1ère **ET** à la 2ème **ET** à la 3ème **ET** à la 4ème partie »)

P(B) = P(« ne pas trouver un bulletin marqué oui à la 1ère partie ») **X** P(« ne pas trouver un bulletin marqué oui à la 2ème partie ») **X** P(« ne pas trouver un bulletin marqué oui à la 3ème partie ») **X** P(« ne pas trouver un bulletin marqué oui à la 4ème partie »)

P(B) = $0,6^{4}$
P(B) = $(6/10)^4$
P(B) = 1296 / 10 000
P(B) = 81/625

Attention, on ne s'arrête pas là !!!!

P(A) = 1 – P(B) = 544/625

QCM 13. Réponse : C

A) Faux

On tire simultanément 2 bulletins. Il s'agit donc d'un tirage non ordonné sans remise.

B) Faux

Le tirage étant non ordonné, on fera intervenir dans le calcul des combinaisons et non des arrangements.

C) Vrai

On passera ici par l'inverse. Soient les deux évènements suivants :

- « obtenir 2 bulletins identiques »
- « obtenir 2 bulletins différents »

Ce sont donc des évènements complémentaires.
Donc, **P(« bulletins différents) = 1 - P(« 2 bulletins identiques »)**

On cherchera dans un premier temps
P(« 2 bulletins identiques) = P (« 2 bulletins oui **ou** 2 bulletins non **ou** 2 bulletins blancs)

P(« 2 bulletins identiques) = P (« 2 bulletins oui ») + P (« 2 bulletins non ») + P (« 2 bulletins blancs »)
P(« 2 bulletins identiques) = (C(2;4) + C(2;3) + C(2;3)) / C(2;10)
P(« 2 bulletins identiques) = 12/45 soit 4 /15

En effet,
- P (« 2 bulletins oui ») = nombre de paires de bulletins oui possibles / ensemble de paires possibles de bulletins

P (« 2 bulletins oui ») = C(2;4) / C(2;10)

- De même, P (« 2 bulletins non ») = C(2;3) / C(2;10)
- De même, P (« 2 bulletins blancs ») = C(2;3) / C(2;10)

Finalement,
P(« bulletins différents) = 1 - P(« 2 bulletins identiques »)
P(« bulletins différents) = 1 – 4/15 = 11/15

D) Faux

Ici, on a effectué le même calcul mais en utilisant des arrangements au lieu des combinaisons

E) Faux

QCM 14. Réponse B et C

A) Faux

B) Vrai : Calcul de la probabilité de gagner la partie :

On utilise le théorème des probabilités totales :
P(G) = P(G∩1) + P(G∩2) + P(G∩3)
P(G) : P_1(G) x P(1) + P_2(G) x P(2) + P_3(G) x P(3)
P(G) = 4/10 x 1/6 + (C(2;4)/C(2;10) x 2/6 + (C(3;4)/(C3;10)) x 3/6
P(G) = 2/30 + 2/45 + 1/60 = **23/180**

C) Vrai : Calcul de la probabilité d'obtenir 1 au lancer de dé, sachant qu'on a gagné :

P_G(1) = P(G∩1)/P(G)
P_G(1) = (2/30) / (23/180) = **12/23**

D) Faux

E) Faux

QCM 15. Réponse E

A) Faux

B) Faux

C) Faux

D) Faux

E) Vrai :

P(« Réponse exacte») = Card (« Réponse exacte ») / Card (« ensemble des réponses possibles »)

- Calcul de Card («Réponse exacte») : Card (« Réponse exacte ») = 1
- Calcul de Card («ensemble des réponses possibles ») :

Pour chacune des 5 cases, il y a 2 possibilités : la cocher ou ne pas la cocher.
Il y a 2^5 façons de cocher les cartes

Comme l'énoncé précise qu'il y a entre 1 et 4 propositions justes par QCM, il faut également exclure les deux cas :
- aucune case cochée
- toutes les cases cochées

Donc, **Card («ensemble des réponses possibles »)= 2^{5} – 2 = 32 – 2 = 30**

- Calcul de P(« Réponse exacte») : **Calcul de P(« réponse exacte ») = 1/30**

QCM 16. réponse B,D

A) <u>Faux</u>

B) <u>Vrai</u>

C) <u>Faux :</u>

$P(F \cap V) = P(F_{|V}) \times P(V) = 0{,}65 \times 0{,}15 = 0{,}975$
Soit $\mathbf{P(F \cap V) = 9{,}75\%}$

D) <u>Vrai:</u>

$P(H \cap \cancel{V})$
$= P(H) - P(H \cap V)$
$= P(H) - P(H_{|V}) \times P(V) =$
$= 0{,}5 – 0{,}35 \times 0{,}15$
$= 0{,}4475$
Soit $\mathbf{P(H \cap \cancel{V}) = 44{,}75\%}$

E) <u>Faux</u>

QCM 17. Réponse B,C

A) <u>Faux</u>

B) <u>Vrai</u>

P (M2) = prévalence / pénétrance
$P(M2) = 0{,}03 \times 3 = 0{,}09$ soit **9%**

C) <u>Vrai</u>

D) <u>Faux</u>

On utilise le théorème de Bayes :
$P(M1_{|M2}) = P(M2_{|M1})\, P(M1) / P(M2)$

Donc $P(M1) = P(M1_{|M2}) \times P(M2) / P(M2_{|M1})$
$P(M1) = 0{,}6 \times 0{,}09 / 0{,}8 = 0{,}0675$ soit **6,75%**

E) <u>Faux</u>

QCM 18. Réponses B,C,D

A) <u>Faux</u>

B) <u>Vrai</u>

C) <u>Vrai:</u>

$P(A \cap C) = P(A_{|C}) \times P(C) = 0{,}8 \times 0{,}002 = 0{,}0016$ soit **0,16%**

D) <u>Vrai</u>

$P(C_{|A}) = P(A \cap C) / P(A) = 0{,}0016 / 0{,}16 = 0{,}01$ soit **1 pour 100**

E) <u>Faux</u>

QCM 19. Réponse C

A) <u>Faux</u>

B) <u>Faux</u>

C) <u>Vrai:</u>

On cherche **P(G)**
On décompose alors P(M) de la manière suivante :

$\mathbf{P(M) = P(M \cap G) + P(M \cap nonG)}$
$P(M) = P(M_{|G}) \times P(G) + P(M_{|non\ G}) \times P(non\ G)$
$P(M) = P(M_{|G}) \times P(G) + P(M_{|non\ G}) \times (1 – P(G))$

Puis, on remplace :
$P(M) = 0{,}01 = 0{,}2 \times P(G) + 0{,}002\,(1- P(G))$

D'où, **P(G) = 0,4 soit 4%**

D) <u>Faux</u>

E) Faux