DM n°2 : Epreuve **UE4**

Tutorat 2011-2012 : **18 QCMS**

Annexe : Table de la loi Normale centrée réduite p 6

BIOSTATISTIQUES

QCM 1. En France, on dénombre 60 000 détenus répartis dans 200 prisons. Ces établissements pénitenciers sont des lieux de haute prévalence (= nombre de malades à un instant donné) du VIH et des hépatites virales (VHC notamment). Dans le cadre d'un plan gouvernemental d'action pour améliorer la santé des personnes détenues, une étude épidémiologique sur les pathologies en milieu carcéral est menée sur 1000 prisonniers tirés au sort. Les résultats de cette étude montrent que 20 détenus ont été infectés par le VIH et 50 par le virus de l'hépatite C (VHC). Donner la ou les propositions justes.

A) La prévalence de l'infection par le VHC dans la population carcérale française est estimée à 5%

B) La prévalence de l'infection par le VIH observée dans l'échantillon de l'étude est au risque « alpha » = 5% à :

$$IC_{0,95} = [\,0{,}02 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}02\times 0{,}98}{1000}}\ ;\ 0{,}02 + 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}02\times 0{,}98}{1000}}\,]$$

C) Si on souhaite améliorer la précision de l'estimation de la prévalence de l'infection par le VHC dans les prisons française, il nous faut alors diminuer le risque « alpha »

D) Si l'étude avait été menée sur 10 000 prisonniers, l'estimation chez les 60 000 détenus de la prévalence de l'infection par le VIH et par le VHC aurait été plus précise

E) Aucune proposition ne convient

QCM 2. Initiée par le ministère de la santé, une campagne de dépistage du papillomavirus humain (HPV : virus impliqué dans le cancer du col utérin), est menée gratuitement auprès des jeunes femmes âgées de 25 à 64 ans sur la base du volontariat. A l'issu de l'étude, sur une base de 3 000 tests effectués, on dénombre 500 résultats positif et 2500 négatif au HPV. Donner la ou les propositions justes.

A) Le calcul de l'estimation de la prévalence de l'infection par le HPV au risque « alpha » = 1% est

$$IC_{0,99}[\,\frac{1}{6} - 2{,}6\sqrt{\frac{\frac{5}{36}}{3000}}\ ;\ \frac{1}{6} + 2{,}6\sqrt{\frac{\frac{5}{36}}{3000}}\,]$$

B) Le calcul de l'estimation de la prévalence de l'infection par le HPV au risque « alpha » = 1% est

$$IC_{0,99}[\,\frac{1}{6} - 1{,}65\sqrt{\frac{\frac{5}{36}}{3000}}\ ;\ \frac{1}{6} + 1{,}65\sqrt{\frac{\frac{5}{36}}{3000}}\,]$$

C) Si le nombre de test au HPV effectués avait été de 27 000, l'incertitude dans le calcul de l'estimation de la prévalence aurait été divisée par 3

D) A l'issu de cette campagne de dépistage, l'instigateur de cette étude est en mesure de tirer des conclusions quant à la prévalence de l'infection par le HPV dans la population féminine française âgée de 25 à 64 ans

E) Aucune proposition ne convient

QCM 3. En 2010, une étude portant sur les conséquences du tabagisme chez les hommes âgés de 35 à 65 ans, est menée par l'observatoire français des drogues et des toxicomanies sur un échantillon de personnes représentatives de cette population cible. Cette étude indique que la proportion de décès imputables à la consommation de tabac est : $IC_{0,95}[\,0,35 \pm 0,05]$. En 2011, une seconde étude ayant les mêmes objectifs que la première est à nouveau menée sur un échantillon d'hommes de la même tranche d'âge. Cette fois ci la proportion de décès imputables à la consommation de tabac est : $IC_{0,95}[\,0,30 \pm 0,08]$. Donner la ou les propositions justes.

A) Dans la première étude, la proportion de décès imputables au tabac à l'échelle de la population cible a 95% de risque d'être en dehors des bornes de l'intervalle de confiance de l'estimation faite.

B) Dans la deuxième étude, l'estimation de la proportion de décès est comprise entre 30% et 38%

C) La proportion de décès chez les hommes âgés entre 35 et 65 ans imputables au tabac est plus faible en 2011 qu'en 2010

D) Les données de l'énoncé sont suffisantes pour que l'on puisse comparer la taille des effectifs des deux échantillons (celui de 2010 et celui de 2011)

E) Aucune proposition ne convient

QCM 4. Dans le cadre de la préparation d'une thèse ayant pour sujet « les adaptations physiologiques du corps humain aux efforts d'endurance », Nicolas, un jeune doctorant de l'UFR STAPS de Nice, étudie 5 mois durant l'évolution de certains paramètres physiologiques (notamment : VO_2, Ventilation, FC) sur un échantillon de 12 triathlètes professionnels tirés au sort parmi l'ensemble des triathlètes professionnel français. Ces paramètres sont obtenus en condition de repos et en condition d'effort maximal sur ergocycle (sorte de vélo d'appartement sophistiqué). Nicolas s'intéresse tout particulièrement à la FC de repos et à la FC max des athlètes (fréquence cardiaque maximale). Lors du premier test de l'étude, la moyenne des FC de repos relevées est de 45 bat/min, et l'écart type est de 3 bat/min. Donner la ou les propositions justes.

A) L'estimation de la moyenne réelle de la FC de repos chez les triathlètes professionnels français au risque « alpha » = 5% est : $IC_{0,95}[\ 45 - \sqrt{\frac{3}{12}}\ ;\ 45 + \sqrt{\frac{3}{12}}\ ]$

B) L'estimation de la moyenne réelle de la FC de repos chez les triathlètes professionnels français au risque « alpha » = 5% est : $IC_{0,95}[\ 45 - \frac{3}{\sqrt{12}};\ 45 + \frac{3}{\sqrt{12}}]$

C) Si Nicolas décide de doubler l'effectif de son échantillon d'étude, alors la précision de l'estimation augmente, mais le risque pour l'intervalle de confiance de ne pas contenir la véritable moyenne augmente également

D) La loi normale permet de décrire la distribution des FC de repos des athlètes participant à cette étude

E) Aucune proposition ne convient

QCM 5. Concernant les variables aléatoires, donner la ou les propositions justes.

A) Morgane se rend à un arrêt de bus situé sur la ligne 24. La fréquence de passage du bus est de 3 par heure soit un toute les 20 minutes. Le temps d'attente pour Morgane à l'arrêt du bus est une variable aléatoire discrète

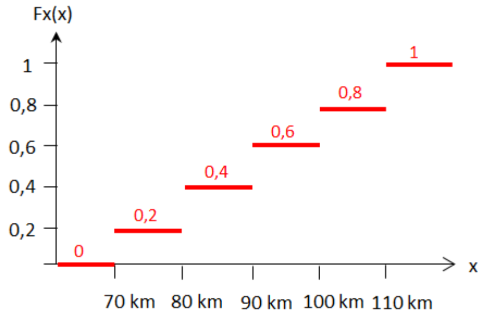
B) Le nombre de personnes faisant la queue au guichet du bureau de poste tous les jours entre 9h et 10h est une variable aléatoire continue

C) Victoria, Morgane et Thibaud jouent ensemble au scrabble. Victoria tire au sort une lettre dans le paquet. La lettre tirée est une variable aléatoire discrète

D) Une menuiserie découpe des profilés en aluminium de 2000 mm de long, destinés à la fabrication de cadres de fenêtre, avant de les conditionner par lot de 10. On décide de prélever un profilé dans un des lots pour vérifier le respect des dimensions. Sachant que la mesure n'est jamais totalement parfaite, la dimension du profilé choisi est une variable aléatoire discrète

E) Aucune proposition ne convient

QCM 6. Killian, jeune adepte de la course en montagne, s'est attaqué le mois dernier à la traversée de la chaine des Pyrénées. En 10 jours, il a parcouru les 900km et franchi les 45000 m de dénivelé qui séparent la mer méditerranée de l'océan atlantique. Les distances quotidiennes parcourues par Kilian furent 70km, 80km, 90km, 100km et 110km selon le profil des étapes. Ces distances effectuées par jour sont représentées dans le graphique ci-contre. Donner la ou les propositions justes.



A) Le graphique représente la fonction de répartition des distances parcourues quotidiennement

B) Killian a parcouru 80 km à 4 reprises

C) D'après ce graphique, il est possible retrouver la représentation de la fonction de distribution des distances parcourues quotidiennement.

D) Les données du graphique sont insuffisantes pour déterminer l'Espérance des distances parcourues quotidiennement

E) Aucune proposition ne convient

QCM 7. La drépanocytose est une maladie qui se caractérise par l'altération de l'hémoglobine, la protéine assurant le transport de l'oxygène dans le sang. Il s’agit d’une maladie génétique héréditaire dite « autosomique récessive » affectant le gène codant cette protéine, et se manifestant dès les premiers mois de la vie (Nota : les deux allèles du gène codant la protéine doivent avoir muté pour que la maladie s'exprime. Un individu Hétérozygote (1 allèle sur 2 est atteint par la mutation) ne déclare pas la maladie, il est dit « porteur sain »). Dans une famille comptant 4 enfants, le père et la mère sont tous deux porteurs sains de la drépanocytose. Donner la ou les propositions justes.

A) La déclaration ou la non déclaration de la maladie suit une loi de Bernouilli
B) Le 2e enfant par ordre d’arrivée a moins de risque de déclarer la maladie que le 4e enfant.
C) Dans ce cas, la loi Normale pourrait permettre de décrire la densité de probabilité de la variable « nombre d’enfant malade »
D) La probabilité pour qu’au moins 1 enfant soit malade est de $\frac{175}{256}$
E) Aucune proposition ne convient

QCM 8. Une étude épidémiologique nationale menée en 2009 montre qu’en France la prévalence (= nombre de personnes malades à un instant donné) du VIH (virus de l’immunodéficience humaine) est de 2 pour 1000. Dans le cadre d’une campagne de dépistage du VIH menée par la région PACA, 10 000 personnes admises dans les centres hospitaliers de la ville sont dépistées. Parmi les lois de probabilité citées, donner celle ou celles qui sont susceptibles de décrire (approximativement ou non) la variable observée : le nombre de personnes diagnostiquées « séropositives » à l’issu de cette campagne.

A) Loi Binomiale B(10 000 ; 0,002)
B) Loi Binomiale B(10 000 ; 20)
C) La loi Normale N (20 ; $\sqrt{19{,}96}$)
D) Loi de Poisson P(20)
E) Aucune proposition ne convient

QCM 9. Au cours de la réforme de la PAES, les modalités d’évaluation des Qcms ayant été modifiés, un test statistique a été mené sur les résultats du concours de médecine de l’année 2010 – 2011, afin d’identifier la nouvelle distribution des notes. Les résultats de ce test indiquent une Espérance de 8 et une Variance de 9 (les notes sont sur 20). Pour pouvoir intégrer la 2^{e} année de médecine un étudiant devait se situer dans les premiers 13,30 % de la promotion et les premiers 69,10% pour pouvoir obtenir le droit au doublement de la PAES. Sachant que la distribution des notes suit une loi normale, donner la ou les propositions justes.

A) La note minimale pour pouvoir obtenir le droit de doubler la PAES est de 6,5/20
B) Avec une note de 12,5 /20 un étudiant peut espérer passer en 2e année
C) La proportion d’étudiants ayant entre 5/20 et 11/20 est approximativement de 68%
D) La proportion d’étudiants ayant plus de 14/20 est approximativement de 5%
E) Aucune proposition ne convient

QCM 10. Dans une urne, on trouve :

- **4 boules blanches**
- **6 boules noires**

On réalise l'expérience aléatoire suivante : on tire des boules de l'urne une à une, sans les remettre, jusqu'à l'obtention d'une boule noire. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches précédant la première boule noire. Dans ces conditions, donner la ou les propositions justes.

A) On peut utiliser un arbre des probabilités pour modéliser une telle épreuve.
B) On peut utiliser une loi géométrique pour modéliser une telle épreuve
C) P(X=1) = 3/5
D) P(X=1) =4/15
E) Aucune des propositions ne convient

<u>QCM 11.</u> <u>(suite du QCM 10).</u> Dans les mêmes conditions, donner la ou les propositions justes.

A) P(X=5) = 3/5
B) P(X=5) = 4/15
C) P(X=5) = 1/10
D) P(X=5) = 1
E) Aucune des propositions ne convient

<u>QCM 12.</u> <u>(suite des QCMs 10 et 11).</u> Dans les mêmes conditions, donner la ou les propositions justes.

A) E(X) = 4/7
B) E (X) = 3/7
C) E (X) = 1/7
D) E (X) = 2/7
E) Aucune des propositions ne convient

<u>QCM 13.</u> <u>(suite des QCMs 10, 11 et 12).</u> On répète l'expérience aléatoire précédente 4 fois dans les mêmes conditions de manière indépendante. On s'intéresse à la probabilité, qu'au cours de ces 4 expériences, la boule noire soit la première boule tirée exactement 2 fois soit P(X=2). Donner la ou les propositions justes.

A) On peut modéliser une telle épreuve à l'aide d'une loi de Bernouilli
B) On peut modéliser une telle épreuve à l'aide d'une loi binomiale
C) On peut modéliser une telle épreuve à l'aide d'une loi géométrique
D) Soit X la variable « la première boule tirée est une boule noire », P (X = 2) = C(2,4) x $(3/5)^2$ x $(2/5)^2$
E) Aucune des propositions ne convient

<u>QCM 14.</u> Soit X une variable aléatoire continue uniforme sur [0;1]. Donner la ou les propositions justes.

A) E(X) = 1/12
B) E(X) = 1/2
C) Var (X) = 1/2
D) Var (X) = $\sqrt{(1/12)}$
E) Aucune des propositions ne convient

<u>QCM 15.</u> On sait que p = 17% des français souffrent d'arthrose. On tire au sort n = 1000 personnes parmi la population générale. On note p_{obs} = 16% la proportion de personnes de l'échantillon souffrant d'ostéoporose. On prendra α = 0,05. Donner la ou les propositions justes.

A) Pour utiliser l'approximation par la loi normale, il faut np ≥ 30
B) Pour utiliser l'approximation par la loi normale, il faut np ≥ 5
C) On ne peut pas utiliser ici d'approximation par la loi normale
D) Pour n suffisamment grand, on a p = [$0,16 \pm 1,96 \sqrt{\frac{0,16 \times 0,84}{1000}}$] dans 95% des cas.
E) Aucune des propositions ne convient

<u>QCM 16.</u> Soit X une variable aléatoire quantitative de moyenne μ et de variance σ^2. On mesure X sur un échantillon de n sujets. On trouve une moyenne m et une variance s^2. Donner la ou les propositions justes.

A) m est une estimation ponctuelle de μ
B) s^2 est une estimation ponctuelle de σ^2
C) μ est une estimation ponctuelle de m
D) σ^2 est une estimation ponctuelle de s^2
E) Aucune des propositions n'est vraie

<u>QCM 17.</u> Dans l'optique des élections présidentielles de 2012, le gouvernement décide d'envoyer un courrier à 1000 sympathisants UMP pour connaître leurs intentions de vote. Seuls 200 répondent. Parmi les 200 réponses :

- **125 déclarent qu'ils voteront de nouveau pour le président sortant**
- **75 déclarent qu'ils ne voteront pas pour le président sortant**

On calcule le pourcentage des sympathisants ne souhaitant pas voter pour le président sortant.

IC = $[\,\mathbf{0{,}375 - 1{,}96}\sqrt{\frac{0{,}375\times 0{,}625}{200}}\;;\;\mathbf{0{,}375 + 1{,}96}\sqrt{\frac{0{,}375\times 0{,}625}{200}}\,]$

IC = 37,5% $\pm$ **6,7%**
IC = [30,8 ; 44,2] %
On s'intéresse maintenant à toutes les issues du vote. Donner la ou les propositions justes.

A) La méthode utilisée ici est une méthode d'estimation fiable.
B) Suite à cette étude, on peut considérer qu'il y a entre 55,8 et 69,2% de la population française qui votera pour le président sortant en 2012.
C) Suite à cette étude, on peut considérer qu'il y a entre 55,8 et 69,2% des sympathisants UMP qui voteront pour le président sortant en 2012
D) Cette étude permet de donner une bonne estimation du futur résultat des élections de 2012.
E) Aucune des propositions ne convient.

<u>QCM 18.</u> Donner les propositions vraies :

A) Plus le nombre de personnes inclues dans un échantillon est important et plus la précision augmente
B) Plus le nombre de personnes inclues dans un échantillon est important et plus la précision diminue
C) Plus le risque de première espèce α est important et moins l'intervalle de confiance est resserré
D) Plus le risque de première espèce α est important et plus l'intervalle de confiance est resserré
E) Aucune des propositions ne convient

Table de la loi Normale centrée réduite

$$F(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

t	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Correction DM n°2 UE 4
BIOSTATISTIQUE

QCM 1. Réponse D

A) Faux : L'étude ayant été menée sur un échantillon et non sur l'ensemble de la population carcérale, l'estimation de la prévalence de l'infection par le VHC à l'échelle de cette population cible ne peut pas être précise, elle doit donc toujours être accompagnée d'un intervalle de confiance (calculé avec un risque « alpha » fixé au préalable) autour de la valeur trouvée au niveau de l'échantillon soit : $IC_{0,95} = [\,0,05 - 1,96\sqrt{\frac{0,05\times0,95}{1000}}\ ;\ 0,05 + 1,96\sqrt{\frac{0,05\times0,95}{1000}}\,]$. 0,05 étant la prévalence de l'infection par le VHC trouvée lors de l'étude et $1,96\sqrt{\frac{0,05\times0,95}{1000}}$ étant l'incertitude au risque « alpha »= 5%.

B) Faux : Au niveau de l'échantillon on ne parle pas d'estimation de la prévalence. En effet l'étude prend en compte chaque individu de cet échantillon. La prévalence de l'infection par le VIH trouvée (2%) est donc précise. Nul besoin d'intervalle de confiance !

C) Faux : Il faut augmenter le risque « alpha ». En effet, si « alpha » augmente, alors ε diminue et l'intervalle de confiance également. Néanmoins, le risque de ne pas inclure la véritable prévalence de l'infection par le VHC à l'échelle de la population carcérale sera également plus important.

D) Vrai : Si l'effectif augmente alors l'intervalle de confiance se réduit et la précision de l'estimation est par conséquent meilleure.

E) Faux

QCM 2. Réponse A, C

A) Vrai : Au risque « alpha » = 1%,$IC_{0,99}[\,p_o - \varepsilon\, s;\ p_o + \varepsilon\, s\,]$ avec ε = 2,6

B) Faux : voir la correction de l'item A

C) Vrai : $IC_{0,99}[\,p_o - 2,6\sqrt{\frac{po \times qo}{n}}\ ;\ p_o + 2,6\sqrt{\frac{po\times qo}{n}}\,] \rightarrow IC_{0,99}[\,p_o - i;\ p_o + i\,] \rightarrow\ i = 2,6\sqrt{\frac{po\times qo}{n}}$, si n est multiplié par 9 (27 000 / 3000 = 9), alors i est divisé par 3 :$\frac{i}{3} = 2,6\sqrt{\frac{po\times qo}{n\times 9}} = 2,6 \times \frac{1}{\sqrt{9}} \times \sqrt{\frac{po\times qo}{n}}$ → l'incertitude est divisé par 3.

D) Faux : Les conditions dans lesquelles a été réalisé cette campagne ne permettent pas d'extrapoler les résultats obtenus sur l'échantillon à la population globale. En effet, l'échantillon des femmes testées n'est pas représentatif de la population féminine française âgée de 25 à 64 ans puisqu'il a été constitué sur la base du volontariat et non par tirage au sort.

E) Faux

QCM 3. Réponse D

A) Faux : L'estimation est : $IC_{0,95}[\,0,35 \pm 0,05]$. 0,95 signifie que la véritable proportion de décès dans la population cible a 95% de chance d'être comprise dans l'intervalle de confiance de l'estimation. Par conséquent, le risque alpha (risque pour la véritable proportion de décès d'être en dehors des bornes de l'intervalle de confiance) et de 1-0,95 = 0,05 soit 5% dans le cas présent.

B) Faux : $IC_{0,95}[\,0,30 \pm 0,08] = IC_{0,95}[\,0,22\ ;\ 0,38]$ → La proportion de décès est donc comprise entre 22% et 38%.

C) Faux : Les intervalles de confiance des estimations de 2010 et de 2011 se chevauchant, il ne nous est pas possible d'affirmer avec certitude que la proportion de décès imputables au tabac dans la population cible est plus élevée en 2010 qu'en 2011.

D) Vrai : Les proportions observées sur les 2 échantillons sont connues (p_o et donc q_o), l'incertitude « i » aussi, ainsi que le risque « alpha » (→on connait donc ε). A partir de là, on peut calculer l'effectif des deux échantillons et donc les comparer:

$$i = \varepsilon\sqrt{\frac{po\times qo}{n}} \rightarrow n = \varepsilon^2 \times \frac{po\times qo}{i^2}$$

E) Faux

QCM 4. Réponse E

A) Faux : L'estimation de la moyenne réelle de la FC de repos chez les triathlètes professionnels français au risque « alpha » = 5% est : $IC_{0,95}[\,45 - 1,96\,\frac{3}{\sqrt{12}};\ 45 + 1,96\,\frac{3}{\sqrt{12}}]$

B) Faux : Voir correction item A

C) Faux : Si on augmente l'effectif de l'échantillon de l'étude, alors la précision de l'estimation augmente bien, mais la probabilité pour la véritable moyenne de ne pas être dans l'intervalle de confiance de l'estimation ne change pas ! Il s'agit du risque « alpha ». Le risque « alpha » est indépendant de l'effectif, et est fixé lors de l'interprétation des résultats au moment du calcul de l'intervalle de confiance.

D) Faux : L'effectif est trop réduit (n < 30) pour que la loi Normale décrive la distribution des FC de repos.

E) Vrai

<u>QCM 5.</u> Réponse E

A) <u>Faux</u> : Il s'agit d'une variable aléatoire continue. Le temps d'attente possible est défini dans un intervalle [0' ;20'] et non par des instants précis.

B) <u>Faux</u> : Il s'agit d'une variable aléatoire discrète puisqu'il est tout à fait possible de compter les individus. Il s'agit d'un ensemble « infini dénombrable ».

C) <u>Faux</u> : Une variable aléatoire doit être un nombre, or la lettre tirée par Victoria n'en est pas un !

D) <u>Faux</u> : Il s'agit d'une variable aléatoire continue. En effet, les infimes variations de longueur possibles, liées à la relative précision des découpes en atelier, sont comprises dans un intervalle.

E) <u>Vrai</u>

<u>QCM 6.</u> Réponses A, C

A) <u>Vrai</u> : Il s'agit bien de la fonction de répartition des distance parcourues chaque jour par Kilian. En abscisse les distance qu'il a parcouru quotidiennement, et en ordonné la proportion cumulée du nombre de jours au cours desquels ces distances ont été parcourues. Interprétation du graphique : 0,2 pour 70km soit 0,2 x 10jours = 2 jours, donc Killian a effectué 70km à deux reprises. 0,4 – 0,2 = 0,2 pour 80km soit 0,2 x 10jours = 2 jours, donc Killian a effectué 80km à deux reprises, etc… . En Cumulé : 70km → 0,2 , 80km → 0,4 , 90km → 0,6 , 100km → 0,8 , 110km → 1.

B) <u>Faux</u> : L'interprétation du graphique montre qu'il a parcouru 80km à 2 reprises

C) <u>Vrai</u>: Pour représenter la fonction de distribution des distances parcourues quotidiennement, il faut simplement retrouver la proportion du nombre de jours au cours desquels ces distances ont été parcourues: 0,2 pour 70km. 0,4 – 0,2 = 0,2 pour 80km, etc… . Cette distribution se représente sous forme de diagramme en bâton.

D) <u>Faux</u> : L'interprétation du graphique nous permet de déterminer l'Espérance des distances effectuées par jour. E(X)= 0,2 x 70 + 0,2 x 80 + 0,2 x 90 + 0,2 x 100 + 0,2 x 110 = 90 km

E) <u>Faux</u>

<u>QCM 7.</u> Réponses A, D

A) <u>Vrai</u> : Le statut de l'enfant est soit « malade » (les parent ayant 50% de risque de transmettre l'allèle atteint, et l'enfant déclarant la maladie si et seulement si les deux allèles sont atteints, P(malade) = ½ x ½ = 0,25), soit « non malade » (P(non malade) = 1- P(malade) = 0,75. Il s'agit bien d'une « épreuve » unique dont l'issue est binaire ⇨ Loi de Bernouilli.

B) <u>Faux</u> : Chacun des 4 enfants a exactement le même risque de présenter la maladie, soit 25% de risque. En effet la probabilité de déclarer la maladie est indépendante du statut des autres enfants.

C) <u>Faux</u> : Tout d'abord il fallait voir que la loi Binomiale décrit la distribution des probabilités dans ce cas. Le nombre « n » d'enfant (= « n » essais indépendants) n'est pas suffisamment grand pour que l'on puisse approximer la loi Binomiale par la loi Normale. Ici n = 4 et p = 0,25, d'où n x p = 1 < 5 (la condition pour pouvoir approximer la loi Binomiale par la loi Normale est np ≥ 5 ET nq ≥ 5).

D) <u>Vrai</u> : P(Nb d'enfants malade ≥ 1) = 1 – P(Nb d'enfants malade < 1) = 1 – P(Nb d'enfants malade = 0) = $1 - \boldsymbol{C_4^0} \times (\frac{1}{4})^{\mathbf{0}} \times (\frac{3}{4})^{\mathbf{4}} = 1 - (1 \times 1 \times \frac{3^4}{4^4}) = 1 - \frac{81}{256} = \frac{175}{256}$

E) <u>Faux</u>

<u>QCM 8.</u> Réponses A, C, D

A) <u>Vrai</u> : Le nombre de personnes dépistées « n » étant très faible par rapport à l'ensemble de la population française « n » (n / N < 0,1) la loi Binomiale peut décrire le comportement de la variable observée. Cependant, le nombre élevé de personnes comprises dans l'échantillon (10000) constitue un problème pour déterminer chaque probabilité (P(X = 0 personne diagnostiquée) = $\boldsymbol{C_{10\,000}^0} \times (\frac{2}{1000})^{\mathbf{0}} \times (\frac{998}{1000})^{\mathbf{10\,000}}$; P(X = 1 personne diagnostiquée) = $\boldsymbol{C_{10\,000}^1} \times (\frac{2}{1000})^{\mathbf{1}} \times (\frac{998}{1000})^{\mathbf{9\,999}}$; etc… jusqu'à P(X = 10 000personnes diagnostiquées) =$\boldsymbol{C_{10\,000}^{10\,000}} \times (\frac{2}{1000})^{\mathbf{10\,000}} \times (\frac{998}{1000})^{\mathbf{0}}$). La loi Binomiale décrit très bien en théorie le comportement de la variable « nombre de personnes diagnostiquées « séropositives ». Mais, on se rend bien compte que les calculs sont très longs ! C'est pour cette raison que l'on n'utilisera pas la loi Binomiale lorsque l'échantillon de départ est trop important. On cherchera plutôt à approximer la loi Binomiale par une autre loi de probabilité, telles que la loi Normale ou la loi de Poisson si les conditions d'utilisation sont vérifiées.

B) <u>Faux</u> : Les paramètres de la loi Binomiale dans le cas présent sont : nombre d'individu dans l'échantillon « n » et probabilité d'être porteur du VIH « p » → B(n ; p) = B(10 000 ; 0,002)

C) <u>Vrai</u> : Dans ce cas la loi Normale sera privilégiée pour décrire le comportement de la variable observée. Il s'agit d'une approximation de la loi Binomiale par la loi Normale. Les conditions d'utilisation sont vérifiées : n x p = 20 > 5 et n x q = 9980 > 5 → N (µ ; σ) = N (np ; $\sqrt{npq}$) = N(0,002 x 10 000 ; $\sqrt{0{,}002 \times 0{,}998 \times 10\,000}$)

D) <u>Vrai</u> : La loi de Poisson peut décrire le comportement de la variable observée. Il s'agit d'une approximation de la loi Binomiale par la loi de Poisson. Les conditions d'utilisation sont vérifiées : n > 50 et p < 0,10 → P (λ) = P (np) = P(10 000 x 0,002)

E) <u>Faux</u>

<u>QCM 9.</u> Réponse A, B, C

A) <u>Vrai</u> : Soit « x » la note minimale pour le doublement. « z » = la valeur de « x » centrée réduite. L'espérance (µ) est de 8 et l'écart type est de $\sqrt{9} = 3$. La méthode à suivre est la suivante:

⇨ Chercher dans la « Table de la loi Normale centrée réduite » la valeur de « z » pour P(Z ≤ z) = 0,3090. En effet nous cherchons la proportion de la promotion dont la note est au dessus de la note minimale (X ϵ [x ;+∞[ ), or la Table de la loi Normale centrée réduite nous donne la proportion de la promotion dont la note est en dessous de la note minimale (X ϵ]– ∞ ; x]). D'où : 1 - 0,6910 = 0,3090.

⇨ Seulement, la table de la loi normale centrée réduite ne propose que des valeurs comprises entre 0,5 et 1. L'astuce est donc de chercher la valeur de « z » pour P(Z ≤ z) = 0,6910 → z = 0,5

⇨ Or si P(Z ≤ z = + 0,5) = 0,6910, alors P(Z ≤ z = - 0,5) = 1 – 0,6910 = 0,3090 … je retombe donc sur mes pattes ! La valeur de z que je cherche est donc : **z = – 0,5**

⇨ Dernière étape : Je pars de la valeur centrée réduite « z » pour retrouver la valeur d'origine « x » : $z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{x-8}{3}$ ⇨ $x = 3z + 8 = 3 \times -0{,}5 + 8 = 6{,}5$

⇨La note minimale pour pouvoir obtenir le droit de doubler la PAES est donc de 6,5/20.

B) <u>Vrai</u> : 2 méthodes sont possibles :

<u>1ère méthode</u> : Même principe que pour l'item A… mais avec le raisonnement inverse.

⇨ Je pars de la valeur de ma note : x = 12,5 et cherche sa valeur centrée réduite : $z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{12{,}5-8}{3} = 1{,}5$

⇨ Je cherche dans la table de la loi normale centrée réduite P(Z ≤ z = 1,50) ⇨ Je trouve : 0,9332

⇨ Cette valeur (0,9332) correspond à P(Z ≤ z = 1,50) mais également à P(X ≤ x = 12,5) ! Donc approximativement 93,3% de la promotion a une note inférieure à 12,5, par conséquent 1- 0,9332 = 0,0668 ≈ 6,7% de la promotion à une note supérieure ou égale à 12,5/20

⇨ Un étudiant ayant 12,5/20 est donc largement dans les premiers 13,3%.

<u>2ème méthode :</u> Même principe que pour l'item A.

⇨Je cherche « z » dans la table de la loi Normale centrée réduite pour P(Z ≤ z = ?) = 1 – 0,1330 = 0,8670

⇨Je trouve z = 1,11

⇨ Je pars de la valeur centrée réduite « z » pour retrouver la valeur de la note minimale « x » : $z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{x-8}{3}$ ⇨ $x = 3z + 8 = 3 \times 1{,}11 + 8 = 11{,}33$

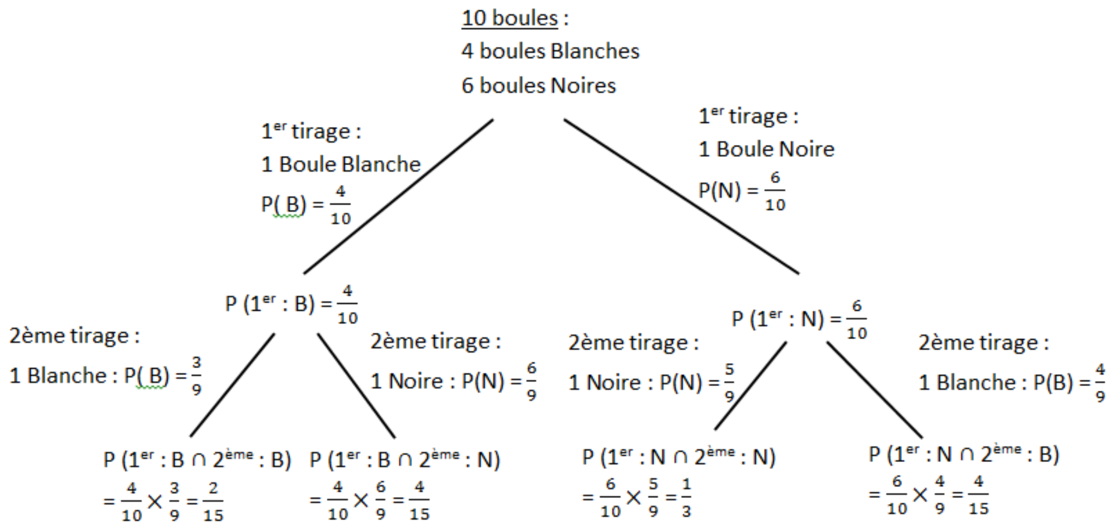
⇨ L'étudiant doit donc avoir au minimum 11,33/20 pour être dans les premiers 13,3% de la promotion. Ayant 12,5/20 il peut espérer passer en 2e année.

C) <u>Vrai</u> : Dans ce cas, nul besoin de longs calculs ! il faut dans un premier temps remarquer que 5/20 correspond à µ - σ (8 – 3) et 11/20 correspond à µ + σ (8 + 3). <u>Vous devez savoir</u> que la proportion (ou densité de probabilité) comprise dans l'intervalle [µ-σ ; µ+σ] est égale approximativement à 68% !

D) <u>Faux</u> : Dans ce cas, nul besoin de longs calculs également ! il faut dans un premier temps remarquer que 14/20 correspond à µ + 2σ (8 + 6). <u>Vous devez savoir</u> que la proportion (ou densité de probabilité) comprise dans l'intervalle [µ+ 2σ ; +∞[correspond approximativement à 2,5% (plus précisément il s'agit de l'intervalle [µ + 1,96σ ; +∞[qui correspond à 2,5%) ! Donc la proportion d'étudiants ayant plus de 14/20 ne peut être de 5%.

E) <u>Faux</u>

<u>QCM 10.</u> réponse A,D



A) Vrai : voir l'arbre des probabilités ci-dessus

B) Faux : Pour utiliser une telle loi, il aurait fallu réaliser la même épreuve mais en remettant à chaque fois les boules dans l'urne. En effet, ici, la probabilité de tirer une boule noire change en fonction de la boule tirée à chaque tirage

C) Faux

D) Vrai :

P(X=1) = P(« tirer une boule blanche au 1er essai **et** tirer une boule noire au 2ème essai »)

P(X=1) = P(« tirer une boule blanche au 1er essai) x P(« tirer une boule noire au 2ème essaie sachant qu'on a tiré une boule blanche au 1er essai)

P(X=1) = 4/10 x 6/9 = 4/15

E) Faux

QCM 11. (suite du QCM 10)Réponse E

A) Faux

B) Faux

C) Faux

D) Faux

E) Vrai :

On demande P (X= 5)
P(X=5) = P (tirer 5 boules blanches avant de tirer une boule noire)

Or, il n'y a dans l'urne que 4 boules blanches dans l'urne. Il s'agit donc de l'évènement impossible. **P(X=5) = 0**

QCM 12. (suite des QCMs 10 et 11) : Réponse A

E(X) = ∑ (pi xi)

xi	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
pi	**3-/5**	4/10 x 6/9 = **4/15**	4/10 x 3/9 x 6/8 = **1/10**	4/10 x 3/9 x 2/8 x 6/7 = **1/35**	4/10 x 3/9 x 2/8 x 1/7 x 6/6 = **1/210**
xipi	**0**	**4-/15**	2 x 1/10 = **1/5**	3 x 1/35 = **3/35**	4 x 1/210 = **2/105**

E(X) = 0 + 4/15 + 1/5 + 3/35 + 2/105
E(X) = 28/105 + 21/105 + 9/105 + 2/105 = **60 / 105 = 4/7**

A) Vrai

B) Faux

C) Faux

D) Faux

E) Faux

QCM 13. (suite des QCMs 10, 11, 12) : réponse B et D

A) Faux

B) Vrai

C) Faux :

En effet, il s'agit d'une répétition de 4 épreuves de Bernouilli où on considère :

- un succès : « obtenir une boule noire au 1er tirage»
- un échec : « obtenir une boule blanche au 1er tirage»

On fixe bien le nombre d'essais à n=4, puis on cherche la probabilité d'obtenir un certain nombre de succès, ici, 2.

NB : ne pas confondre loi binomiale et géométrique. En effet, dans une loi géométrique, on cherche le nombre d'essais au bout desquels on obtient un succès.

D) Vrai :

On applique la loi binomiale : $P (X= k) = C(k,n) (p)^k (q)^{n-k} P(X= 2) = C(2,4) (3/5)^2 (2/5)^2$

E) Faux

QCM 14. Réponse B

A) Faux

B) Vrai :

E(X) = (0,1) / 2 = **1/2**

C) Faux

D) Faux :Var (X) = $(0-1)^2/12$ = **1/12**

E) Faux

<u>QCM 15.</u> Réponse B, D

A) <u>Faux</u>

B) <u>Vrai</u> : On peut considérer ici que l'expérience réalisée obéit à une **loi binomiale**. En effet, on tire au hasard n personnes, donc on réalise <u>n essais</u>. Parmi ces n personnes, on regarde combien souffrent **d'arthrose**, c'est à dire le <u>nombre de « succès »</u>. Une approximation de la loi binomiale par la normale peut bien se faire pour **$np \geq 5$.**

C) <u>Faux</u> : On peut approximer puisque 0,17 x 1000 = 170

D) <u>Vrai</u> : On utilise ici **l'intervalle de confiance.**

E) <u>Faux</u>

<u>QCM 16.</u> Réponse A, B

A) <u>Vrai</u>

B) <u>Vrai</u>

C) <u>Faux</u>

D) <u>Faux</u>

E) <u>Faux</u>

<u>QCM 17.</u> Réponse E

Tout d'abord, on précise dans l'énoncé que les courriers ont été envoyés à des sympathisants UMP. Ainsi, il n'y a <u>pas eu TAS parmi la population</u>. Quelques soit le résultat obtenu, il ne pourra pas être extrapolé à l'ensemble de la population française.

De plus, rien ne précise non plus dans l'énoncé qu'il y ait eu TAS parmi les sympathisants de l'UMP. Ainsi, ce résultat n'est pas extrapolable à l'ensemble des sympathisants UMP.

Enfin, ce genre d'étude par retour de courrier est très difficile à mettre sur pied et à interpréter.

A) <u>Faux</u>

B) <u>Faux</u>

C) <u>Faux</u>

D) <u>Faux</u>

E) <u>Vrai</u>

<u>QCM 18.</u> Réponses A et D

A) <u>Vrai</u> : quand n augmente, l'IC diminue et la précision augmente

B) <u>Faux</u>

C) <u>Faux</u>

D) <u>Vrai</u> : quand α augmente, cela signifie que le risque de se tomber à côté de l'IC augmente et donc que l'IC est plus resserré.

E) <u>Faux</u>