



# DM n°3 : Variables et Loïs de proba – Biostat' / UE4

Tutorat 2020-2021 : 10 QRU

**QRU 1 :** Au CHU Pasteur, on recense aujourd'hui 640 personnes hospitalisées en MCO (Médecine, Chirurgie, Odontologie), dont 20% de mineurs. Parmi tous les patients hospitalisés, on prélève un échantillon de 100 personnes. Quelle est la probabilité que dans cet échantillon, 40 soient âgés de moins de 18 ans ? Indiquez la proposition exacte :

- A)  $\frac{C_{128}^{40} \times C_{512}^{60}}{C_{640}^{100}}$
- B)  $C_{100}^{40} \times 0,2^{40} \times 0,8^{60}$
- C)  $C_{128}^{40} \times 0,2^{40} \times 0,8^{60}$
- D)  $\frac{C_{100}^{40} \times C_{640}^{128}}{C_{640}^{100}}$
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

**QRU 2 :** Avec l'hiver arrive la saison des gastros. Sachant qu'une personne atteinte de gastroentérite va à la selle en moyenne 4 fois par jour, quelle est la probabilité qu'exceptionnellement aujourd'hui, votre patient Tchoupi étant atteint n'y aille pas du tout ? Indiquez la proposition exacte :

- A) 1
- B)  $1/e^4$
- C)  $e^4$
- D) 0
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

**QRU 3 :** Simon et Zélie sont passionnés de rando. Au cours d'une d'elles, ils décident de s'improviser photographes animaliers. Or, sur leur circuit de randonnée ils croisent 15 chamois, 25 marmottes, et 10 lièvres. Cachés derrière un buisson, ils déclenchent l'objectif à chaque fois qu'un animal passe. Indiquez la proposition exacte :

- A) La probabilité qu'ils aient leur première photo de marmotte au bout du 3<sup>e</sup> passage est de 0,125
- B) La probabilité que parmi les 5 premières photos, 3 soient des chamois est de 0,3
- C) La probabilité que parmi les 5 premières photos, au moins 1 soit un lièvre est de 0,2
- D) La probabilité photographier un kangourou est de 0,01
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

**QRU 4 :** La durée de vie de votre feutre noir est modélisée par une loi exponentielle de paramètre  $k=0,15$ . Indiquez la proposition exacte :

- A) La probabilité que votre feutre ait une durée de vie inférieure à 6 jours est de  $e^{-0,9}$
- B) La probabilité que votre feutre ait une durée de vie supérieure à 2 semaines est de  $1 - e^{-2,1}$
- C) La probabilité que votre feutre ait une durée de vie comprise entre 3 et 6 jours est de  $e^{-0,45} - e^{-0,9}$
- D) La probabilité que votre feutre ait une durée de vie comprise entre 6 et 9 jours est supérieure à la probabilité qu'il tienne entre 3 et 6 jours
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

**QRU 5 :** Chaque année, la perte de masse musculaire (en g) chez les PASS et PACES suit une loi Normale de moyenne 1200 et d'écart type 300. Indiquez la proposition exacte :

- A) La probabilité que Bob perde plus de 1700g de muscle durant l'année est de
- B) La probabilité que Patrick perde entre 420g et 1,98kg est de 0,05%
- C) Philibert fait partie des 2,5% des premières année ayant perdu le moins de muscle, il a donc perdu environ 600g
- D) Carl lui, le plus stock des anciens P1 nous affirme n'avoir absolument rien perdu. Si c'est vrai, il se place dans les 3% de la promo ayant perdu moins de 200g
- E) Les proposition A, B, C et D sont fausses

**QRU 6 : Light, très prisé, reçoit en moyenne 16 sms par heure. Il ne répond évidemment qu'à ce qui l'arrange, soit à 2 messages par heure (mais pas d'inquiétude, sur le forum il répond à tout !). Indiquez la proposition exacte :**

- A) La probabilité qu'il soit boycotté et ne reçoive aucun message dans les 2 prochaines heures est de  $e^{-16}$
- B) La probabilité que soudainement il réponde à 10 messages dans la prochaine heure est de  $\frac{2^{10}e^{-2}}{10!}$
- C) L'intervalle de temps entre 2 réponses suit une loi Poisson de paramètre 0,5
- D) L'écart-type des messages reçus est de 4
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

**QRU 7 : Carl, féru de mode, a aujourd'hui une veste bleu roi (mais pas assortie à ses baskets). Il se demande quelle est la probabilité que 15 personnes sur les 200 personnes qu'il croise quotidiennement, se retournent sur lui dans la rue aujourd'hui, sachant qu'en moyenne, le bleu roi attire l'attention de 30% de la population. Indiquez la proposition exacte :**

- A)  $0,3^{15}$
- B)  $7,5^{15}$
- C)  $C_{200}^{15} 0,3^{15}$
- D)  $C_{200}^{15} 0,7^{15} * 0,3^{185}$
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses, mais Carl a un style de ouf

**QRU 8 : Les soirs de fête aux urgences, les patients arrivent quasiment en continue. La probabilité qu'un brancard du SAMU franchissent les portes des urgences le jour de Noël entre 22h et 22h10 suit une loi uniforme. Indiquez la proposition exacte :**

- A) L'heure moyenne d'arrivée du brancard est de 22h02
- B) La fonction de densité de cette variable suit  $f(x) = 1/(b-a)$  sur R
- C) La variance (en minutes) de cette variable aléatoire est de  $25/3 = 8,33$
- D) La probabilité pour que le brancard arrive entre 22h08 et 22h09 est de 0,2
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

**QRU 9 : Zélie, votre super tutrice d'anat, prépare des fiches incroyables pour votre S2. Les 4 qu'il lui reste à faire sont : 1) Locomoteur 2)Organe des sens 3)Digestif 4)Système nerveux. Elle n'arrive pas à se décider, et décide donc de procéder par tirage au sort. Donnez la proposition exacte :**

- A) La probabilité qu'elle tire « Organe des sens » suit une loi de Poisson
- B) Zélie tire au sein des 4 sujets jusqu'à tomber sur « système nerveux ». La probabilité qu'il lui faille pour cela 1 seul tirage est de 0,2
- C) Elle procède à 5 tirages, la probabilité qu'elle tire 3 fois « Locomoteur » est de  $C_3^5 0,25^3 \times 0,75^2$
- D) Elle procède de nouveau à 5 tirages, la probabilité qu'elle tire « Digestif » moins de 5 fois est de  $C_5^4 0,25^4 \times 0,75^1$
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

**QRU 10 : On comptabilise l'été sur une plage (bientôt bientôt...) environ 200 vagues par heure. On regarde sur l'ensemble d'une journée (8h – 18h) combien de flopees bleues s'écrasent sur les galets. Indiquez la proposition exacte :**

- A) Pour calculer la probabilité d'observer 100 vagues entre midi et 14h, on peut utiliser une loi Binomiale de moyenne 400
- B) Non, l'item A est faux car la moyenne est de 200
- C) La probabilité d'observer 200 vagues entre 15 et 17h est de  $\frac{200^{400}e^{-200}}{400!}$
- D) La probabilité d'observer entre 348 et 452 vagues entre 17h et 19h est de 99%
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

## CORRECTION DM 3 Variables Aléatoires et Loïs de probabilité :

### QRU 1 : A

- A) Vrai : le taux de sondage est  $>0,10$  donc on utilise la loi hypergéométrique.  $\frac{C_D^k \times C_{N-D}^{n-k}}{C_N^n}$ , avec  $k=40$ ,  $D=20\% \times 640$ ,  $n=100$  et  $N=640$
- B) Faux
- C) Faux
- D) Faux
- E) Faux

### QRU 2 : B

- A) Faux
- B) Vrai : Vous avez une moyenne par UNITE DE TEMPS, ça doit vous indiquer directement qu'on utilise la loi POISSON :  $\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} = \frac{4^0 e^{-4}}{0!} = e^{-4} = 1/e^4$
- C) Faux
- D) Faux
- E) Faux

### QRU 3 : A

- A) Vrai : les mots clés « au bout de » doivent vous indiquer qu'on utilise la loi Géométrique. Sa formule est  $pq^{n-1}$  soit  $0,5 \times 0,5^2 = 0,125$
- B) Faux : Dans le cadre des valeurs discrètes, si on cherche une probabilité de type  $P(X=a)$  parmi un échantillon  $n$ , on pense à la loi Binomiale ! (ici on a bien un taux de sondage faible donc on exclue la loi hypergéométrique). On a donc  $P(X=3) = C_5^3 \times 0,3^3 \times 0,7^2$ , car la probabilité de photographier un chamois est de  $15/50 = 0,3$ .
- C) Faux : On est toujours dans le cadre d'application de la loi Binomiale. On peut faire ce calcul car  $P(X>0) = 1 - P(X=0)$ . Donc on a  $1 - (C_5^0 \times 0,2^0 \times 0,8^5) = 1 - 0,8^5$
- D) Faux : pas de kangourou en vue sur leur circuit
- E) Faux

### QRU 4 :

- A) Faux : selon la loi exponentielle,  $P(X < x) = 1 - e^{-kx}$ . On a ici  $k=0,15$  et  $x=6$  donc  $P(X < 6) = 1 - e^{-0,15 \times 6} = 1 - e^{-0,9}$
- B) Faux :  $P(X > x) = 1 - P(X < x)$ , donc ici  $P(X > 14) = 1 - P(X < 14) = 1 - [1 - e^{-0,15 \times 14}] = e^{-2,1}$
- C) Vrai :  $P(a < X < b) = P(X < b) - P(X < a)$   
Donc ici  $P(3 < X < 6) = P(X < 6) - P(X < 3) = [1 - e^{-0,15 \times 6}] - [1 - e^{-0,15 \times 3}] = 1 - e^{-0,9} - 1 + e^{-0,45} = e^{-0,45} - e^{-0,9}$
- D) Faux : Item de déduction qui ne nécessite pas de calcul mais que vous visualisiez la courbe de la densité de probabilité de la loi exponentielle (décroissante, qui tend vers 0). Du fait de la décroissance de la courbe, l'aire sous la courbe dans l'intervalle  $[3,6]$  est nettement supérieure à l'aire sous la courbe (donc à la probabilité) dans l'intervalle  $[6,9]$ .
- E) Faux

### QRU 5 : C

- A) Faux :  $1700 \approx 1200 + 1,65 \text{ ec.t.}$  Or, la probabilité donnée dans le cours est « il y a 10% de chances pour que  $X < m - 1,65 \text{ ec.t.}$  OU  $X > m + 1,65 \text{ ec.t.}$  ». La courbe de la loi normale étant symétrique, on a 5% de chances pour que  $X > m + 1,65 \text{ ec.t.}$  Dans notre cas, Bob a donc 5% de chances de perdre plus de 1700g de muscle cette année.
- B) Faux :  $420 = 1200 - 2,6 \times 300 = 1200 - 2,6 \text{ ec.t.}$  et  $1980 = 1200 + 2,6 \text{ ec.t.}$  Or on donne dans le cours que « il y a 1 chance sur 100 pour que  $X < m - 2,6 \text{ ec.t.}$  ou  $X > m + 2,6 \text{ ec.t.}$  ». Dans cette propriété, on regarde donc à « l'extérieur de l'intervalle. Ici on cherche la probabilité d'être à l'intérieur de l'intervalle  $[m - 2,6 \text{ ec.t.} ; m + 2,6 \text{ ec.t.}]$ .  
Or,  $P(420 < X < 1980) = 1 - P(X < 420 \cup X > 1980) = 1 - 1\% = 99\%$ .
- C) Vrai : On donne dans le cours : «  $P(X < m - 1,96 \text{ ec.t.} \cup X > m + 1,96 \text{ ec.t.}) = 5\%$  ». Donc  $P(X < m - 1,96 \text{ ec.t.}) = 2,5\%$ . Donc Philibert a perdu environ  $1200 - 1,96 \times 300 = 600 \text{ g.}$
- D) Faux :  $200 = 1200 - 3,3 \times 300 = 1200 - 3,3 \text{ ec.t.}$  On cherche donc  $P(X < m - 3,3 \text{ ec.t.})$ . Dans le cours, on a  $P(X < m - 3,3 \text{ ec.t.} \cup X > m + 3,3 \text{ ec.t.}) = 0,1\%$ . Donc  $P(X < m - 3,3 \text{ ec.t.}) = 0,001 / 2 = 0,0005$ . On est loin de 0,03.
- E) Faux

**QRU 6 :**

A) Faux :  $\frac{(16*2)^0 e^{-16*2}}{0!} = e^{-32}$

B) Vrai : application basique de la formule du cours

C) Faux : l'intervalle de temps entre 2 réponses suit une loi EXPONENTIELLE de paramètre 1/2

D) Faux : la moyenne = la variance = carré de l'écart type. Donc l'écart type est de  $\sqrt{16} = 4$

E) Faux

**QRU 7 : E**

A) Faux : le taux de sondage est faible donc on applique une loi Binomiale dont la bonne formule est  $C_{200}^{15} 0,3^{15} * 0,7^{185}$

B) Faux

C) Faux

D) Faux

E) Vrai

**QRU 8 : C**

A) Faux :  $(a+b)/2 = 22h05$

B) Faux : elle suit bien  $f(x)=1/(b-a)$  mais sur l'intervalle  $[a ; b]$  ! Le reste du temps c'est  $f(x) = 0$

C) Vrai : La variance est donnée par  $(b-a)^2/12 = 100/12 = 25/3 = 8,33$

D) Faux :  $P(x < X < y) = P(X < y) - P(X < x) = \frac{y-x}{b-a}$  dans le cas de la loi uniforme.

Donc ici  $P(22h08 < X < 22h09) = \frac{22h09 - 22h08}{22h10 - 22h00} = 1/10 = 0,1$

E) Faux

**QRU 9 : E**

A) Faux : c'est une loi de Bernoulli, avec 1 tirage, et des probabilités associées à chaque éventualité

B) Faux : On utilise la loi géométrique, qui nous est indiqué par le terme « jusqu'à ». On a donc  $P(X=1) = 0,25^1 \times 0,75^0 = 0,25$

C) Faux : On utilise la loi Binomiale, car on nous donne une p dans l'énoncé, et un nombre n de tirages lors desquels on veut k succès.

On a donc  $P(X=3) = C_5^3 0,25^3 \times 0,75^2$ . (Piège pas cool, mais faites attention, on sait jamais...)

D) Faux : On utilise à nouveau une Binomiale. Mais attention,  $P(X < 5) \neq P(X=4)$  !!!

Donc  $P(X < 5) = 1 - P(X=5) = 1 - C_5^5 0,25^5 \times 0,75^0 = 1 - (1 * 0,25^5 * 1) = 1 - 0,25^5$

E) Vrai

**QRU 10 : D**

A) Faux : on utilise une loi de Poisson car on a une moyenne en fonction d'une unité de temps !

B) Faux : sur 2h le paramètre de la loi de Poisson est bien de 400

C) Faux :  $\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} = \frac{400^{200} e^{-400}}{200!}$

D) Vrai : pour calculer la probabilité que le nombre de vagues soit compris dans un intervalle on peut approximer la loi de poisson par une loi Normale de moyenne 400 (car on travaille sur 2h) et d'écart type  $\sqrt{m} = \sqrt{400} = 20$

Or,  $348 = 400 - 2,6 * 20$  et  $452 = 400 + 2,6 * 20$

Du coup  $P(348 < X < 452) = P(m - 2,6 \text{ ec.t} < X < m + 2,6 \text{ ec.t}) = 1 - P(X < m - 2,6 \text{ ec.t} \cup X > m + 2,6 \text{ ec.t}) = 1 - 1\% = 99\%$

E) Faux

Outro de Fred' : Voilà tout pour ce dm, j'ai essayé de le faire le plus complet possible en 10 qru, pour que vous retrouviez l'intégralité des applications possibles du cours dans des questions calculatoires. Il est peut-être assez difficile, ne vous inquiétez pas il n'était pas à faire en temps imparti ! J'espère que ça vous a quand même fait kiffer tous ces jolis chiffres héhé.

J'en profite pour faire des bisous à mes fillottes, à Matteo et Céline, à mes co-tuts du love (certains se sont glissés par mégarde dans ces qrus 😊), à Yanis pck c'est lui, et à Céline. Pour ceux de cette liste qui sont encore dans la galère de la P1 : ne lâchez rien !!!

Gros bisous et grosse force à tous ceux qui n'ont jamais de dédi, on réussit tout aussi bien dans l'ombre je vous promets <3