VAGUE DE QUESTIONS n°1 POUR LE PROFESSEUR MAIGNANT :

ALGEBRE LINEAIRE

1. A propos de l'exercice 13 : Nous avons calculé à plusieurs reprises le carré de la matrice B et on obtient la matrice nulle. Comment obtenez-vous celle donnée dans la correction, c'est-à-dire une matrice avec le coefficient $c_{1;3}$ égal à 1 et tous les autres nuls ? Et la matrice B est-elle bien nilpotente d'ordre 3 du coup ?

Oui il s'agit d'une erreur de ma part $B^2=0$ donc B est nilpotente d'ordre 2 donc réponse C

2. Toujours à propos des matrices nilpotentes, lorsqu'on dit « qu'une matrice est nilpotente d'ordre n lorsque $A^n = 0$ et $A^{n-1} \neq 0$ », n l'ordre de la matrice est-il le même nombre que la puissance ?
Par exemple, soit X une matrice carrée d'ordre 3, est-elle nilpotente si $X^4 = 0$ et $X^3 \neq 0$? Ou faut-il absolument $X^3 = 0$ et $X^2 \neq 0$?

OUI une matrice est nilpotente d'ordre 3 par exemple si toutes les puissances de X inférieures à 3 sont différentes de 0 et $X^3 = 0$

3. A propos de la deuxième partie du cours, concernant les analyses factorielles et l'ACP, étant donné qu'aucun exercice ne traite de cette partie dans votre diapo, des PASS se demandent si elle peut faire l'objet de questions à l'examen ?

Oui des questions théoriques comme dans le cours

4. A propos de l'exercice 19 : Vous donnez dans l'énoncé $A\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $et\ B\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ et vous demandez dans l'item A si le matrices AB et BA sont inversibles. Or, un étudiant nous a interpellé sur le fait qu'en calculant le produit BA il trouve $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 7 \\ 3 & 1 & 10 \end{pmatrix}$ au lieu de $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 7 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ que vous indiquez dans la correction. Ainsi le déterminant est égal à 0 et BA n'est donc normalement pas inversible. L'item A est donc normalement faux. J'ai répondu que j'étais d'accord avec son calcul et que c'était surement une erreur glissée dans le diapo, confirmez-vous cette version ?

Oui c'est bien 10 (faute de frappe), det BA=0 donc réponse E

5. A propos de l'exercice 10 : un étudiant nous a posé une question concernant la différence entre **matrice inversible** et **inverse**, ne comprenant pas pourquoi l'item A (« si AB=I alors BA=I ») était compté faux alors que l'item B (« si AB=I alors B est l'inverse de A ») est compté vrai.

Quand on parle de matrice inversible c'est de A que l'on parle, tandis que lorsque l'on parle d'inverse c'est A^{-1}

Je lui ai répondu ceci :
« Quand on dit : " B est l'inverse de A", l'inversibilité peut n'être que d'un côté. Donc A n'est pas forcément inversible. **Avoir un inverse ne suffit pas pour être inversible**. C'est pour ça que l'item A est compté faux.
- Quand on dit d'une matrice qu'elle est **INVERSIBLE**, on parle d'une inversibilité des 2 côtés, et donc de l'égalité **AB=BA=I** qui est alors vérifiée
- Quand on dit "**Une matrice inversible et son inverse**...", on parle donc bien de matrice Inversibles des 2 côtés qui vérifient AB=BA=I et la commutativité.
- Quand on dit A et son inverse A^(-1), la notation "A^(-1)" implique l'inversibilité de A, et donc l'égalité AA^(-1)=A^(-1)A=I, ainsi que le fait qu'elles commutent toujours
Par exemple, si AB=I, on peut dire que B est l'inverse de A, et c'est tout. Si AB=BA=I, alors A est une matrice inversible d'inverse B qu'on pourra alors noter A^(-1). »
Confirmez-vous cette version ? oui

EQUATIONS DIFFERENTIELLES

6. A propos de l'exercice 11 : les PASS et nous même avons du mal à comprendre la correction de cet exercice, notamment pour l'item B. Vous dites dans la correction qu'il suffit de dériver une solution donnée dans l'item, est-il possible que vous détailliez ce calcul s'il vous plaît ?

Oui

On part de la proposition B

$$x(t) = \frac{kx_0e^{rt}}{k + x_0(e^{rt} - 1)}$$

On part de la formule (u/v)'=(u'v-uv')/V²

$$x'(t) = \frac{kx_0re^{rt}\left[k+x_0(e^{rt}-1)\right] - kx_0e^{rt}\left[rx_0e^{rt}\right]}{\left[k+x_0(e^{rt}-1)\right]^2}$$

$$= r\frac{kx_0e^{rt}}{\left[k+x_0(e^{rt}-1)\right]} - r\frac{k\,x_0^2(e^{rt})^2}{\left[k+x_0(e^{rt}-1)\right]^2}$$

$$= r\,x(t) - \frac{r}{k}\left[\frac{kx_0e^{rt}}{k+x_0(e^{rt}-1)}\right]^2$$

$$= rx(t) - \frac{r}{k}\left[x(t)\right]^2$$

$$= rx(t)\left[1 - \frac{x(t)}{k}\right]$$

7. Les étudiants se demandent si des calculs comme la dérivée demandée dans l’exercice 11 peuvent être demandés à l’examen ?

Je ne peux répondre à cette question