

EQUA DIFF

Equations différentielles

Important ++

ED = équation dont les inconnues représentent des fonctions

Solutions des équations = le flot

- ☞ ED1 **toujours** une **solution**
- ☞ ED1 on utilise méthode séparation des variables

A propos des modèles :

- ☞ Le modèle de « proie-prédateur » de Lotka – Volterra utilise des ED1 non-linéaires
- ☞ Le modèle de Verhulst utilise des ED1 avec 2nd membre

ED1

Sans second membre

<u>Forme :</u>	$y' + ay = 0$
<u>Ensemble des solutions :</u>	$y_c(x) = Ce^{ax}$
<u>Etapas de résolution :</u>	Transformer sous la forme $y' = -ay$
	Trouver a
	Remplacer dans la formule de l'ensemble des solutions a

Avec second membre

<u>Forme :</u>	$y' + ay = b$
<u>Ensemble des solutions :</u>	$y_c(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$
<u>Etapas de résolution :</u>	Transformer sous la forme $y' = ay + b$
	Trouver a et b
	Remplacer dans la formule de l'ensemble des solutions a et b

Homogène

<u>Forme :</u>	$ay'' + by' + cy = 0$
<u>Étapes de résolution :</u>	Trouver le polynôme caractéristique associé $aX^2 + bX + c$
	Résoudre équation 2 nd degré $\Delta = b^2 - 4ac$

<u>Si $\Delta > 0$:</u>	On calcule les 2 solutions réelles r_1 et r_2 : $r = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
	Ensemble des solutions : $y_{c1c2} = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$
<u>Si $\Delta = 0$:</u>	On calcule la solution réelle r : $r = \frac{-b}{2a}$
	Ensemble des solutions : $y_{c1c2} = (C_1 x + C_2) e^{rx}$
<u>Si $\Delta < 0$:</u>	On calcule les 2 solutions complexes conjuguées r_1 et r_2 : $r = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}i}{2a}$
	Ensemble des solutions : $y_{c1c2} = (C_1 \sin(wx) + C_2 \cos(wx)) e^{rx}$