

HARRY POTTER ET LES PROBABILITES CONDITIONNELLES

Tut rentrée 2022/2023 : Biostatistiques



RETOUR SUR LES BASES



$$\Omega \rightarrow P(\Omega) = 1$$

$$P(A)$$

$$P(A \cap B) = P(B \cap A)$$

$$P(\bar{A}) = P(\Omega) - P(A) = 1 - P(A)$$



proud to be



HUFFLE-PUFF

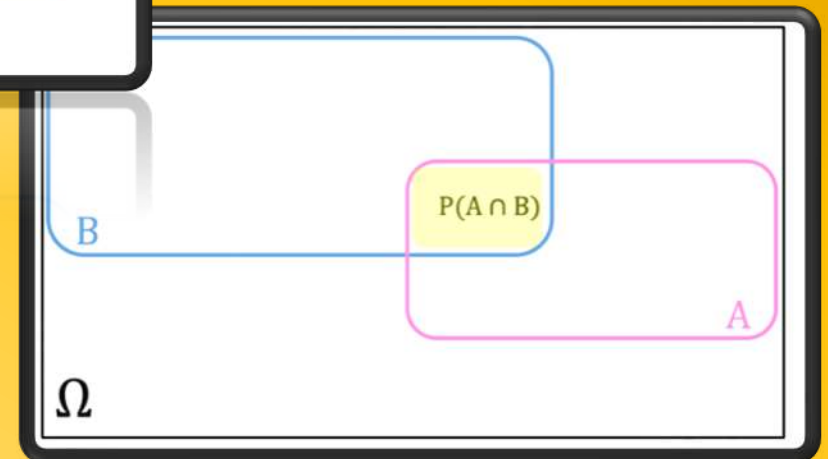
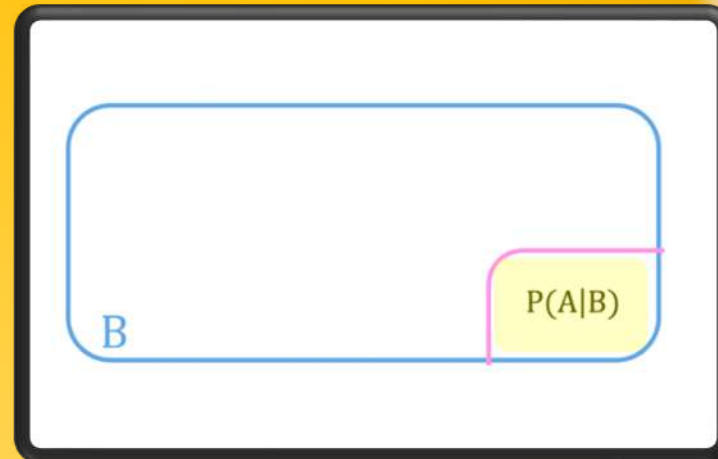
PROBABILITÉS

CONDITIONNELLES



Définition

ATTENTION : Intersection \neq Probabilité conditionnelle

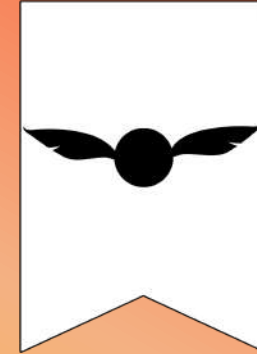


$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

FORMULE DE LA PROBABILITÉ



CONDITIONNELLE



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



Probabilité d'aimer les crêpes
SACHANT qu'on aime la Biostat

Probabilité d'aimer les crêpes ET la
Biostat

Probabilité d'aimer la Biostat

THEOREME DE LA MULTIPLICATION

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$



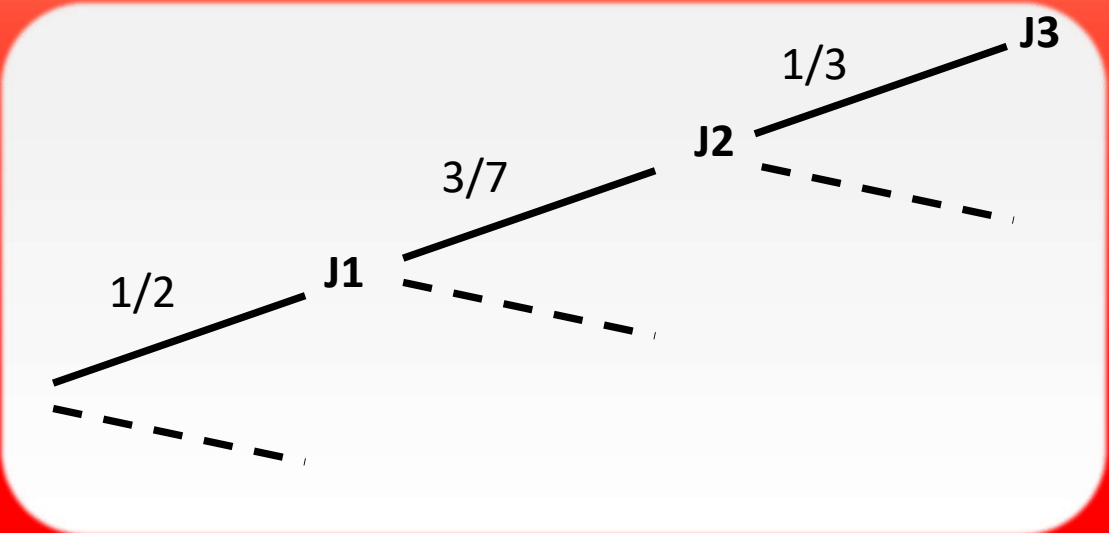


MINI EXERCICE D'APPLICATION

Dans une boîte on a 8 boules, parmi lesquelles on en compte 4 jaunes, 2 rouges et 2 vertes. Quelle est la probabilité d'en tirer 3 jaunes à la suite?

Ici on définit trois évènements:
J1: tirer une première boule jaune
J2: tirer une deuxième boule jaune
J3: tirer une troisième boule jaune

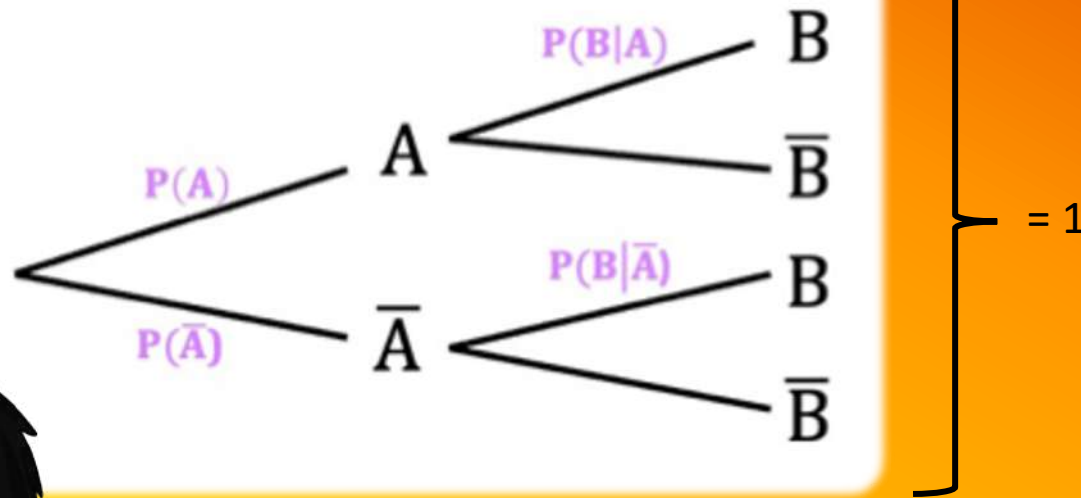
$$P(J1) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$
$$P(J2/J1) = \frac{3}{7}$$
$$P(J3/J2/J1) = \frac{1}{3}$$



$$P(J1 \cap J2 \cap J3) = P(J1) \times P(J2/J1) \times P(J3/J2/J1)$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{14}$$

Il y a donc 1/14 chances de tirer successivement 3 boules jaunes

DIAGRAMME EN ARBRE



Selon le théorème de la multiplication, la probabilité d'un chemin est le produit de chaque branche du chemin

Les chemins s'excluent mutuellement

La somme de toutes les probabilités des finalités doit être égale à 1





FORMULE DE BAYES

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$



EXERCICE D'ENTRAÎNEMENT

Dans une boîte de chocolat on a 30 chocolats. Y'en a 15 en forme d'étoile et le reste en forme de lune. On sait aussi qu'on compte en tout 12 chocolats noirs (trop bon), 4 chocolats au lait et le reste sont des chocolats blancs.

Finalement, parmi les chocolats en forme de lune, on compte 10 chocolats noirs, 3 chocolats au lait et 2 chocolats blancs

Quelle est la probabilité, lors d'un tirage, de tomber sur un chocolat en forme de lune sachant qu'il est noir?



CORRECTION

On définit les évènements:

A: le chocolat est en forme de lune

B: le chocolat est noir

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{2}{5}$$

$$P(B|A) = \frac{10}{15}$$

On cherche donc $P(A|B)$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{10}{15} \times \frac{1}{2}}{\frac{2}{5}} = \frac{10}{15} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$$



EVENEMENTS INDEPENDANTS

$$P(B \cap A) = P(A) \times P(B)$$

La probabilité de réalisation de A ne change pas avec la réalisation de B

Soient A, B, et C : s'ils sont indépendants 2 à 2 (A indépendant de B, A indépendant de C et C indépendant de B) **ET** si $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$, alors ces 3 évènements sont **indépendants!**

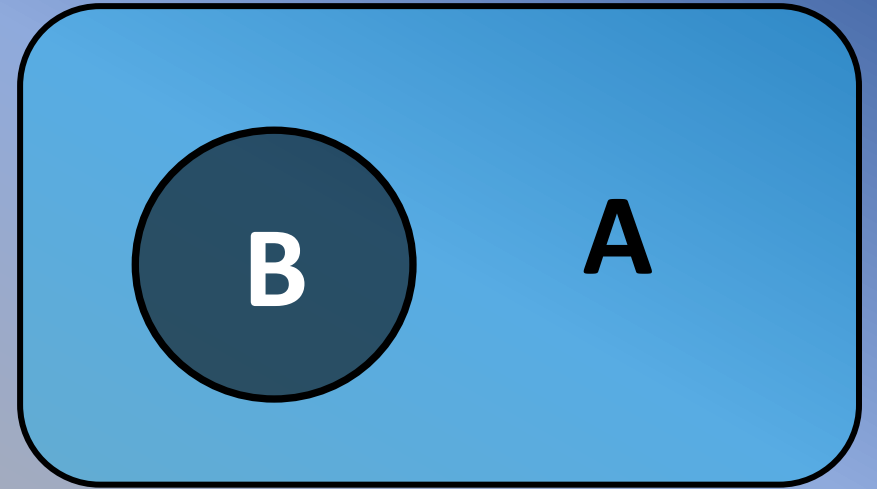


INDEPENDANCE ET INCLUSION

ACB

A est inclus dans B donc $P(A \cap B) = P(A)$

A et B ne sont **PAS** indépendants



Formule de Bayes quand **ACB** :

$$P(A|B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)}$$

INDEPENDANCE ET EXCLUSION

$$A \cap B = \emptyset; P(A \cap B) = 0$$

$$P(A|B) = P(B|A) = 0$$

A et B sont **exclusifs/disjoints/ incompatibles**





FIN (avec des bisous de la part de mon chat)