



C'est Harry Potter

Biostatistiques

Atelier méthodo

Plan



- Récaps calcul



- Dénombrement



- Tableaux de contingence

Récaps calcul



- Fractions



- Factorielles

Fractions à simplifier de 2spi

$$\bullet \frac{xy}{xz} = \frac{y}{z}$$

$$\bullet \frac{x}{a} \frac{y}{z} = \frac{xy}{az}$$

$$\bullet x \frac{y}{z} = \frac{xy}{z}$$

$$\bullet \frac{x}{z} + \frac{y}{z} = \frac{x+y}{z}$$

Avec x, y, z et a des réels (\mathbb{R})

Exos fractions (1)

- Simplifier : $\frac{1}{6} + \frac{1}{4}$

- Simplifier : $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$

- Simplifier : $\frac{6}{7} \times \frac{2}{3}$

Exos fractions (1)

- Simplifier : $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{?}{12} = \frac{5}{12}$

- Simplifier : $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$

- Simplifier : $\frac{6}{7} \times \frac{2}{3}$

Exos fractions (1)

- Simplifier : $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{?}{12} = \frac{5}{12}$

- Simplifier : $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{?}{15} = \frac{2}{15}$

- Simplifier : $\frac{6}{7} \times \frac{2}{3}$

Exos fractions correction (1)

- Simplifier : $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{?}{12} = \frac{5}{12}$

- Simplifier : $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{?}{15} = \frac{2}{15}$

- Simplifier : $\frac{6}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$ ou $\frac{6}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{7} = \frac{4}{7}$

Quotient de fractions

- On évite l'échafaudage de fractions :

$$\bullet \frac{\frac{x}{y}}{\frac{a}{z}} = \frac{x}{y} \times \frac{z}{a}$$

Exos Fractions (2)

$$\frac{\frac{x}{y}}{\frac{a}{z}} = \frac{x}{y} \times \frac{z}{a}$$

- Simplifier : $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}}$
- Simplifier : $\frac{0,6}{3,6}$
- Simplifier : $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{7}{2}}$

Exos Fractions (2)

$$\frac{\frac{x}{y}}{\frac{a}{z}} = \frac{x}{y} \times \frac{z}{a}$$

- Simplifier : $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

- Simplifier : $\frac{0,6}{3,6}$

- Simplifier : $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{7}{2}}$

Exos Fractions (2)

$$\frac{\frac{x}{y}}{\frac{a}{z}} = \frac{x}{y} \times \frac{z}{a}$$

- Simplifier : $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

- Simplifier : $\frac{0,6}{3,6} = \frac{0,6 \times 10}{3,6 \times 10} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

- Simplifier : $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{7}{2}}$

Exos Fractions (2)

$$\frac{\frac{x}{y}}{\frac{a}{z}} = \frac{x}{y} \times \frac{z}{a}$$

- Simplifier : $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

- Simplifier : $\frac{0,6}{3,6} = \frac{0,6 \times 10}{3,6 \times 10} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

- Simplifier : $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{7}{2}} = \frac{3}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{49}$

Factorielles

- $n!$ ou « n factorielle » avec n un entier naturel (\mathbb{N}). La factorielle est le produit des nombres entiers strictement positifs inférieurs ou égaux à n .
- Exemples :
 - $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
 - $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
 - $n! = n \times (n - 1) \times \cdots \times 2 \times 1$

Le cas particulier de
« factorielle 0 »

$$0! = 1$$

Exos factorielles

$$n! = n \times (n - 1) \times \cdots \times 2 \times 1$$

- Calculer : $8!$
- Calculer : $A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!}$
- Calculer : $C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!}$

Exos factorielles

$$n! = n \times (n - 1) \times \cdots \times 2 \times 1$$

- Calculer : $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = ??$

- Calculer : $A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!}$

- Calculer : $C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!}$

Exos factorielles

$$n! = n \times (n - 1) \times \cdots \times 2 \times 1$$

- Calculer : $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 56 \times 30 \times 24 = 1680 \times 24 = 40320$
- Calculer : $A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!}$
- Calculer : $C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!}$

Exos factorielles

$$n! = n \times (n - 1) \times \cdots \times 2 \times 1$$

- Calculer : $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 56 \times 30 \times 24 = 1680 \times 24 = 40320$
- Calculer : $A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 6 \times 5 \times 4 = 20 \times 6 = 120$
- Calculer : $C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!}$

Exos factorielles

$$n! = n \times (n - 1) \times \cdots \times 2 \times 1$$

- Calculer : $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 56 \times 30 \times 24 = 1680 \times 24 = 40320$
- Calculer : $A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 6 \times 5 \times 4 = 20 \times 6 = 120$
- Calculer : $C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 (3 \times 2 \times 1)} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 5 \times 4 = 20$

Dénombrement



I

- Récap



II

- Exercices

Récap dénombrement

Avec remise		Sans remise			
Ordonné		Ordonné			Non ordonné
p-liste avec remise	<u>Arrangements</u> avec répétition	<u>Arrangements</u> de n éléments pris p à p	<u>Permutation</u> d'un ensemble fini à n éléments	<u>Permutations</u> avec répétition	Combinaisons de n éléments pris p à p parties d'un ensemble
On prend 1 élément dans E, on le remet et on répète p fois	On prend 1 élément dans n, on le remet et on répète p fois	On prend SUCCESSIVEMENT (=les uns après les autres) p éléments parmi n sans remettre	On prend les éléments 1 à 1 sans les remettre jusqu'à épuisement p = n	On prend les éléments 1 à 1 jusqu'à épuisement en ne tenant compte que des catégories	On prend SIMULTANEMENT (=tous en même temps) p éléments parmi n
$(\text{Card } E)^p$	n^p	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	$n!$	$\frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_x!}$	$C_n^p = \frac{n!}{p! (n-p)!}$

Exo dénombrement 1

- 1) Quel est le nombre de façons de tirer successivement avec remise 4 cartes dans un jeu de 32 cartes ?
- 2) Quel est le nombre de façons de tirer successivement sans remise 4 cartes dans un jeu de 32 cartes ?

Exo dénombrement 1

Avec remise		Sans remise			
Ordonné		Ordonné			Non ordonné
p-liste avec remise	Arrangements avec répétition	Arrangements de n éléments pris p à p	Permutation d'un ensemble fini à n éléments	Permutations avec répétition	Combinaisons de n éléments pris p à p parties d'un ensemble
On prend 1 élément dans E, on le remet et on répète p fois	On prend 1 élément dans n, on le remet et on répète p fois	On prend SUCCESSIVEMENT (=les uns après les autres) p éléments parmi n sans remettre	On prend les éléments 1 à 1 sans les remettre jusqu'à épuisement p = n	On prend les éléments 1 à 1 jusqu'à épuisement en ne tenant compte que des catégories	On prend SIMULTANEMENT (=tous en même temps) p éléments parmi n
$(\text{Card } E)^p$	n^p	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	$n!$	$\frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_x!}$	$C_n^p = \frac{n!}{p! (n-p)!}$

1) Quel est le nombre de façons de tirer successivement avec remise 4 cartes dans un jeu de 32 cartes ?

$$32^4$$

2) Quel est le nombre de façons de tirer successivement sans remise 4 cartes dans un jeu de 32 cartes ?

Exo dénombrement 1

1) Quel est le nombre de façons de tirer successivement avec remise 4 cartes dans un jeu de 32 cartes ?

$$32^4$$

2) Quel est le nombre de façons de tirer successivement sans remise 4 cartes dans un jeu de 32 cartes ?

$$\begin{aligned} A_{32}^4 &= \frac{32!}{(32-4)!} = \frac{32!}{28!} = \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1}{28 \times 27 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= 32 \times 31 \times 30 \times 29 \end{aligned}$$

Exo dénombrement 2

Dans votre service d'infectiologie, vous voyez 4 patients atteints de la grippe, 7 atteints de l'hépatite B, 9 atteints du paludisme et 18 atteints du Covid-19. Étant un/une grand(e) amateur (amatrice) de Biostat, vous vous demandez de combien de façons vous pouvez ranger vos patients en prenant uniquement compte de la maladie. Quelle est la réponse exacte ?

A) $38!$

B) $\frac{4!7!9!18!}{38!}$

C) $\frac{38!}{(38-18)!}$

D) 38^4

E) Les réponses A, B, C et D sont fausses

Exo dénombrement 2

Dans votre service d'infectiologie, vous voyez 4 patients atteints de la grippe, 7 atteints de l'hépatite B, 9 atteints du paludisme et 18 atteints du Covid-19. Étant un/une grand(e) amateur (amatrice) de Biostat, vous vous demandez de combien de façons vous pouvez ranger vos patients en prenant uniquement compte de la maladie. Quelle est la réponse exacte ?

A) $38!$

B) $\frac{4!7!9!18!}{38!}$

C) $\frac{38!}{(38-18)!}$

D) 38^4

E) Les réponses A, B, C et D sont fausses

Il s'agit ici de permutation avec répétition : $\frac{38!}{4!7!9!18!}$

Exo dénombrement 3

15 personnes se présentent à la médecine du travail, 7 sont des femmes et 8 sont des hommes. Si l'on ne tient pas compte du sexe des personnels, de combien de façons organiser l'ordre de passage des consultants ? (Qcm du prof)

A) $7! + 8!$

B) $7! \times 8!$

C) $15!$

D) 7^8

E) 8^7

Exo dénombrement 3

15 personnes se présentent à la médecine du travail, 7 sont des femmes et 8 sont des hommes. Si l'on ne tient pas compte du sexe des personnels, de combien de façons organiser l'ordre de passage des consultants ? (Qcm du prof)

A) $7! + 8!$

B) $7! \times 8!$

C) $15!$ Ici on ne tient pas compte du sexe des soignants

D) 7^8

E) 8^7

Tableaux de contingence



✦ 2. Tableau de Contingence ✦

		Information sur la Maladie grâce au Gold Standard		
		Malade	Non-Malade	TOTAL
Résultat du test	T+	VP	FP	/
	T-	FN	VN	/
	TOTAL	/	/	/

Récap formules

$$\bullet Se = \frac{VP}{VP+FN}$$

$$\bullet Sp = \frac{VN}{VN+FP}$$

$$\bullet VPP = \frac{VP}{VP+FP}$$

$$\bullet VPN = \frac{VN}{VN+FN}$$



❖ 2. Tableau de Contingence ❖

		Information sur la Maladie grâce au Gold Standard		
		Malade	Non-Malade	TOTAL
Résultat du test	T+	VP	FP	/
	T-	FN	VN	/
	TOTAL	/	/	/

Exo 1

Vos tuteurs ne savent plus faire des additions, merci de compléter :

	M	NM	
T⁺	30		100
T⁻		70	
	50		

Exo 1 - correction

~~Vos tuteurs ne savent plus faire des additions~~, merci d'avoir complété :

	M	NM	
T ⁺	30	70	100
T ⁻	20	70	90
	50	140	190

Exo 2

Une étude a été réalisée sur un échantillon de 250 patients pour évaluer la qualité d'un test diagnostique dans le cadre du dépistage du cancer de la prostate. Ces patients sont à la fois soumis au test et au gold standard. Sur les 55 individus atteints par le cancer 45 sont positifs au test. Le test a donné un résultat négatif chez 190 patients.

- 1) Calculez la sensibilité et la spécificité
- 2) Calculez la VPP et la VPN

Exo 2 – correction

	M	NM	
T⁺	45		
T⁻			190
	55		250

Exo 2 – correction

	M	NM	
T ⁺	45	15	60
T ⁻	10	180	190
	55	195	250

Exo 2 – correction

	M	NM	
T⁺	45	15	60
T⁻	10	180	190
	55	195	250

$$Se = \frac{VP}{VP + FN} = \frac{45}{55} = \frac{9}{11} \approx 0,8$$

$$Sp = \frac{VN}{VN + FP} = \frac{180}{195} = \frac{36}{39} = \frac{12}{13} \approx 0,9$$

Exo 2 – correction

	M	NM	
T⁺	45	15	60
T⁻	10	180	190
	55	195	250

$$VPP = \frac{VP}{VP + FP} = \frac{45}{60} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$VPN = \frac{VN}{VN + FN} = \frac{180}{190} = \frac{18}{19} \approx 0,95$$



QRU

VOUS

Ambiguïtés