

Equation Différentielle



Définitions



ED : équation dont les inconnus
sont des fonctions

Flot : solution d'une ED

ED 1
sans
second
membre

$$y' + ay = 0$$

+++ A toujours une solution +++

Ce^{ax} est solution de $y' = ay$



ED 1 sans second membre

EXEMPLE

$$5y' + 3y = 0$$



1. Mettre sous forme $5y' = -3y$

2. Trouver a : $y' = -\frac{3}{5}y$

3. Remplacer a dans la formule : $Ce^{-\frac{3}{5}x}$

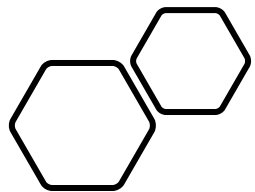
ED 1 sans second membre

EXEMPLE

Ce^{ax} est solution de $y' = ay$

Si l'ED est de la forme $y' + ay$ la solution est Ce^{-ax}

! SIGNES !



ED 1 avec
second
membre



$$y' = ay + b$$

$$\text{Solutions : } Ce^{ax} - \frac{b}{a}$$

ED 1 avec second membre

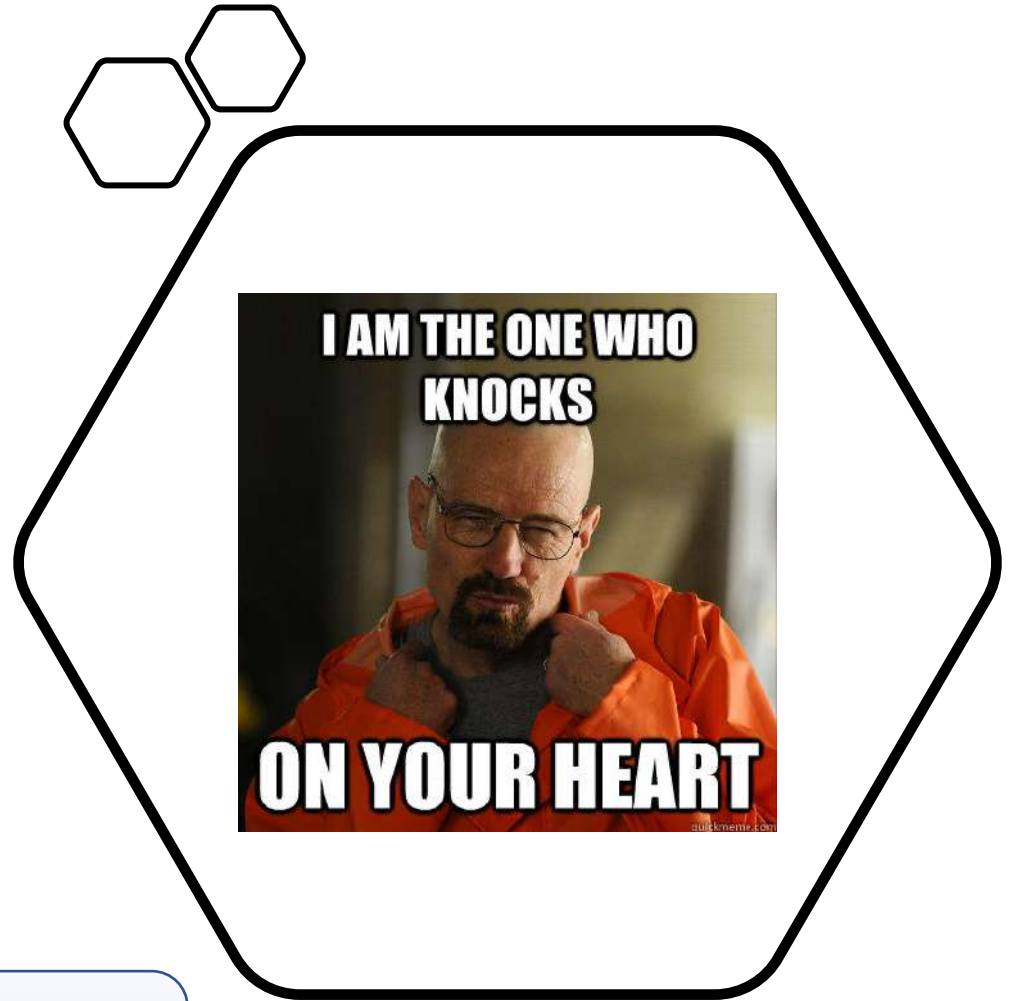
EXEMPLE

$$2y' + 6y = 4$$

1. Mettre sous la forme $2y' = -6y + 4$

2. Trouver a et b : $y' = -3y + 2$

3. Remplacer a et b dans la formule : $Ce^{-3x} + \frac{2}{3}$



Tous les ED sont homogènes en
P1 (sans second membre)

$$ay'' + by' + cy = 0$$

ED 2

Polynôme caractéristique associé :
 $aX^2 + bX + c$

$$\text{Déterminant : } \Delta = b^2 - 4ac$$

EXEMPLE

$$2y'' + 4y' + y = 0$$

$$\Delta = 8 \quad r_1 = -\frac{1}{4} \quad r_2 = -\frac{7}{4}$$

$$\text{Solutions : } Ce^{-\frac{1}{4}x} + Ce^{-\frac{7}{4}x}$$



ED 2

Δ positif

Solution de la forme $C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$

EXEMPLE

$$2y'' + 4y' + 2y$$

$$\Delta = 0 \quad r = -1$$

Solutions : $(C_1x + C_2) e^{-x}$

ED 2

$$\Delta = 0$$

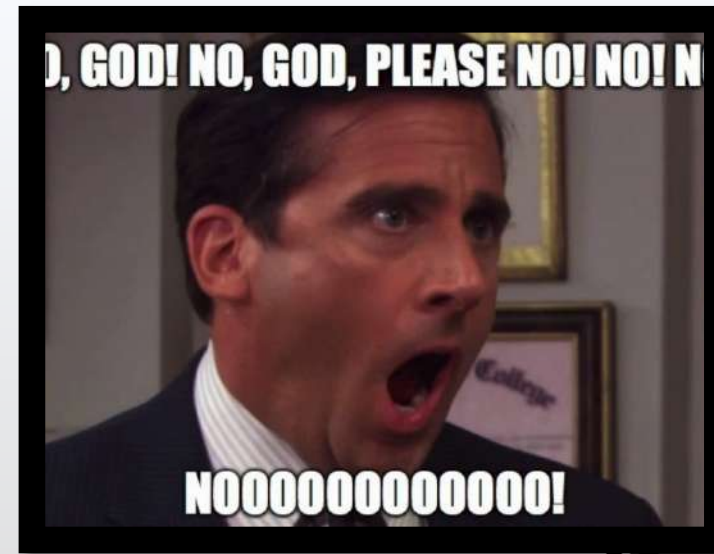
Solution de la forme $(C_1x + C_2) e^{rx}$

EXEMPLE

$$2y'' + 4y' + 6y$$

$$\Delta = -32 \quad r = -1 \pm \frac{3}{2}i$$

$$\text{Solutions : } (C_1 \sin(\frac{3}{2}x) + C_2 \cos(\frac{3}{2}x))e^{-x}$$



ED 2

Δ négatif

$$\text{Solutions : } (C_1 \sin(wx) + C_2 \cos(wx))e^{rx}$$

QCM



QRU 1

Soit l'ED $y' + 2y = 3$, indiquez la proposition exacte :

- A) Il s'agit d'une ED de 2eme ordre
- B) La solution est $Ce^{-2x} + \frac{3}{2}$
- C) Une des solutions est $Ce^{2x} - \frac{3}{2}$
- D) Δ est positif
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 1



- A) FAUX : C'est une ED de 1^{er} ordre avec second membre
- B) FAUX : Une des solutions
- C) FAUX : une des solutions est $Ce^{-2x} + \frac{3}{2}$
- D) Il n'y a pas de Δ
- E) VRAI

QRU 2

On considère une équation différentielle de 1^{er} ordre

- A) Il peut ne pas y avoir de solution
- B) Les solutions de cette équation s'écriront Ce^{ax}
- C) L'équation $y'' + y = 0$ est une équation de 1^{er} ordre sans second membre
- D) Les solutions de cette équation s'appelle un flot
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 2

- A) FAUX : une ED 1 à toujours une solution
- B) FAUX : si ED avec second membre il faut $-\frac{b}{a}$
- C) FAUX : y'' c'est dans les équation de second ordre
- D) VRAI
- E) FAUX