

Tut'récap : Lois Cinétiques

Et coucou ! Voici une fiche récap sur le cours lois cinétiques ! Disclaimer : c'est une fiche récap, j'ai mis les éléments qui à mon sens sont les plus importants du cours, mais ce n'est pas une fiche complète, tous les détails du cours (importants aussi) sont dans la fiche complète ! Sur ce, gros bisous et bon courage ! Vous êtes les best ✨

I. Loi de décroissance d'une population de noyaux radioactifs

A. La constante radioactive λ

La probabilité P qu'un nucléide subisse une transformation radioactive pendant un intervalle de temps d'observation dt est :

$$P(dt) = \lambda \times dt$$

Tut'désintègre (pas toi le noyau) (hihi je l'ai laissé je l'aime bien) : Petit point sur la constante radioactive λ :

- A une dimension qui **est l'inverse d'un temps**, en s^{-1}
- Dépend de :
 - ♥ La nature du nucléide
 - ♥ Du niveau d'énergie du noyau
- Ne dépend pas :
 - ♥ Des conditions physicochimiques de l'environnement

B. Évolution du nombre de noyaux au cours du temps

On va maintenant étudier la **probabilité de désintégration d'une population de nucléides radioactifs**.

)

$$dN = -N \times P(dt) \rightarrow dN = -n(t) \times \lambda \times dt$$

On intègre : $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$

Donc le **nombre de noyaux radioactif diminue par désintégration de manière exponentielle** selon cette formule.

II. Période radioactive T

A. Définition

Pour caractériser la décroissance on a λ : la **constante radioactive**, exprimée comme l'inverse d'un temps.

À $t = \frac{1}{\lambda}$, il **reste 37% de l'effectif initial des nucléides** (ça veut dire que 63% des noyaux se sont désintégrés)

Il est plus simple d'utiliser **une constante de temps** $= \frac{1}{\lambda}$, exprimée en **unité de temps**, donc on préfère utiliser la **période radioactive T** :

Elle s'exprime en unité de temps

T définit le **temps au bout duquel il ne reste plus que 50% de l'effectif initial** (donc effectif réduit de moitié), donc $N(T) = \frac{N_0}{2}$.

$$\rightarrow T = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} // \frac{N(t)}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}} + + +$$

$\frac{N(t)}{N_0}$ correspond au **pourcentage de noyaux restants** après l'intervalle de temps t.

B. Période effective en physiologie

Une population d'atomes radioactifs dans l'organisme peut être éliminée par :

- **Élimination physique**, par désintégration radioactive : suit une loi exponentielle
 - Élimination caractérisée par la **période radioactive** $T_{\text{radioactive}} = T_{\text{physique}}$
- **Élimination biologique** (le radionucléide quitte l'organe) qui suit aussi une loi exponentielle

→ Élimination caractérisée par la **période biologique** $T_{\text{bio}} =$ temps au bout

duquel la moitié des noyaux initiaux ont été éliminés biologiquement.

L'élimination réelle des radionucléides tient compte de ces deux phénomènes : physique et biologique.

Il sera finalement éliminé selon la période effective T_{eff} avec :

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{T_{\text{physique}}} + \frac{1}{T_{\text{bio}}} + + +$$

III. Activité d'un radioélément

A. Définition

L'activité est :

- Le nombre moyen de désintégration radioactives par unités de temps
- Proportionnelle au nombre de radionucléides restants (= pas encore désintégrés) à chaque instant t

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

Le nombre de photons ou de particules émises par unité de temps est :

- Proportionnel à ce que l'on peut détecter
- Une grandeur utile pour exprimer une quantité de radionucléides. Le taux de désintégration des particules radioactives est un élément plus important que leurs nombre N ou leurs masse m (en gros, ce qui compte c'est la radioactivité émise, exprimée par l'activité)

B. Unité de l'activité

Dans le SI, l'unité de l'activité est le **Becquerel (Bq)** : 1Bq = 1 désintégration par seconde

Quand on a une population d'atomes radioactifs, on a généralement plusieurs milliers voire millions de désintégrations par secondes, le Bq est donc une unité très petite, et on utilise souvent le MBq (1 million de Bq), ou parfois le GBq (1 milliard de Bq) +++

L'ancienne unité est le **Curie (Ci)**, **1Ci = 3,7 · 10¹⁰Bq = 37 GBq**

Le Curie est une unité très grande, les sources en médecine sont moins radioactives, donc on utilise des sous multiples du Ci : le mCi (un millième, = 10⁻³Ci, 1mCi = 37 MBq) ou le µCi (un millionième, = 10⁻⁶Ci)

C. Évolution dans le temps

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t} // A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{\ln(2) \cdot t}{T}}$$

On remarque qu'on retrouve les mêmes formules que pour le nombre de noyaux, et c'est normal car l'activité est proportionnelle au nombre de noyaux.

L'activité **décroit exponentiellement** également

D. Mesure de l'activité

On dispose d'outils détecteurs de radioactivité : ils mesurent l'émission de particules ou de rayonnements électromagnétiques -> les **activimètres**.

Cependant, l'activité mesurée n'est **pas fixe dans le temps**. Les mesures vont refléter cette incertitude.

Il y a une fréquence maximale \bar{A} qui correspond à l'activité moyenne de notre source.

E. Calcul de la masse de radioéléments à partir de son activité

Masse d'un atome (g) = $\frac{M}{N_A}$ ← Masse molaire (g.mol⁻¹)
 ← Nb d'Avogadro (6 · 10²³ atomes)

Masse responsable d'une activité A au temps t : $m(t) = N(t) \times \frac{M}{N_A}$

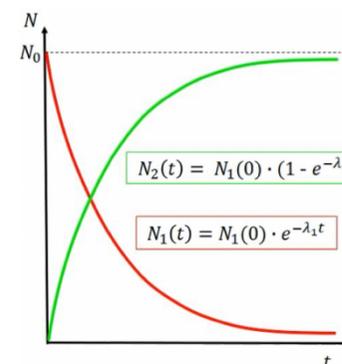
$$m(t) = \frac{A(t)}{\lambda} \times \frac{M}{N} = \frac{A(t) \times T}{\ln(2)} \times \frac{M}{N_A} +++++$$

IV. Cinétique des filiations radioactives

On va voir comment évolue l'activité d'un nucléide fils par rapport à l'activité du noyau radioactif père dont il est issu.

Un noyau radioactif père se désintègre et va donner un noyau fils. Ce noyau fils sera soit stable, soit lui aussi radioactif. Dans le cas où il est aussi radioactif, il va se désintégrer +/- rapidement en un autre élément. .

A. Formation d'un nucléide stable



Situation simple : $^*X_1 \rightarrow X_2$

Père radioactif Fils stable

On sait que : (N_1 est le nombre de noyaux pères et λ_1 la constante radioactive du père)

Quand $t=0$, $N_2(0) = 0 \rightarrow$ le nombre de noyaux père est à son maximum, il n'y a pas encore de noyaux fils.

A chaque instant, un atome père donne un atome fils, dont le nombre de pères + le nombre de fils correspond au nombre de pères initialement présentes (constante $N_1(0)$)

A tout instant, $N_1(t) + N_2(t) = N_1(0)$

Donc $N_2(t) = N_1(0) - N_1(t) = N_1(0) \cdot e^{-\lambda_1 t}$

$$N_2(t) = N_1(0) \cdot (1 - e^{-\lambda_1 t})$$

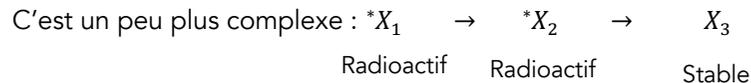
On voit que la croissance du nombre d'atomes fils en fonction du temps est la symétrie de la décroissance du nombre d'atomes père est la symétrie de la décroissance du nombre d'atomes pères (toutes deux exponentielles).

On regarde maintenant les activités :

Père : $A_1(t) = \lambda N_1(t) = A_1(0) \cdot e^{-\lambda_1 t}$

Fils : elle est **nulle**, le fils est stable, donc il **n'a pas de radioactivité** +++

B. Formation d'un nucléide instable : cas général



Le père et le fils sont instables et radioactifs (X_2 va aussi se désintégrer en X_3 stable)

Évolution de nombre de noyaux

Noyaux pères : on a une **décroissance exponentielle** à partir de $N_1(0)$

Noyaux fils X_2 : en fonction du temps dépend d'un équilibre entre :

- La **formation des atomes de X_2** , qui provient de la transformation radioactive de X_1 (un père se désintègre en un fils)
- La **disparition de X_2 radioactif** qui se désintègre en X_3

Équation qui calcule N_2 à chaque instant t :

$$\begin{aligned}
 dN_2 &= \lambda_1 N_1 dt - \lambda_2 N_2 dt \\
 N_2(t) &= N_1(0) \cdot e^{-\lambda_1 t}
 \end{aligned}$$

Équation différentielle qui conduit à l'expression :

$$N_2(t) = N_1(0) \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

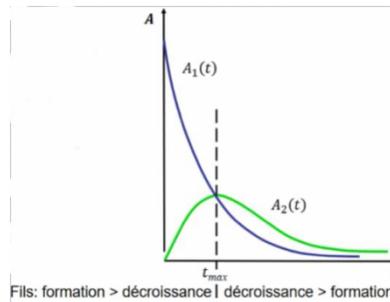
La différence entre la formation et la désintégration du nombre de noyaux N_2 pendant un intervalle de temps dt = nombre d'atome père qui se désintègre pendant dt - nombre d'atome fils qui se désintègrent pendant dt .

C'est une **équation complexe**, qui donne l'évolution de X_2 selon le temps.

Noyaux petits fils X_3 stables :

- Ne fait **qu'augmenter**, à la fin N_3 sera égal à $N_1(0)$

Évolution des activités :



On a vu que l'activité est directement proportionnelle au nombre de nucléides présent à un instant t → les équations du calcul d'activité seront donc similaires.

- **Activité du père** : $A_1(t) = A_1(0)e^{-\lambda_1 t}$
- **Activité du fils** : $A_2(t) = A_1(0) \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$

Particularités :

On a un **temps t_{max}** = temps auquel l'activité du fils X_2 va être maximale.

Ce t_{max} correspond aussi au moment où l'activité de X_2 est égale à l'activité des noyaux père X_1 (= croisement des deux courbes d'activité, père et fils). On peut calculer ce temps d'activité +++

$$t_{max} = \frac{\ln \lambda_2 - \ln \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

La courbe d'activité du fils instable X_2 a :

- Une **phase de croissance** avant t_{max} : formation du fils X_2 > désintégration en X_3
- Un **maximum** en t_{max} : $A_1(t_{max}) = A_2(t_{max})$
- Une **phase de décroissance** après t_{max} : noyaux qui se désintègrent en X_3 > noyaux X_2 qui proviennent du X_1 (car il n'y a plus beaucoup de noyaux pères)

C. Formation d'un nucléide instable : cas particulier de l'équilibre de régime $\lambda_1 < \lambda_2$ ($T_1 > T_2$)

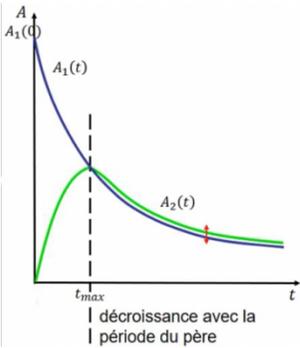


On a encore un noyau père radioactif qui se désintègre en noyau fils, lui-même radioactif qui donne X_3 MAIS avec le **cas particulier de l'équilibre de régime** (ou équilibre séculaire)

L'équilibre du régime survient quand :

$$\lambda \lambda_1 < \lambda_2 \text{ ou } T T_1 > T_2 \text{ +++}$$

→ Cela signifie qu'on a un **équilibre de régime** quand le père se désintègre moins vite que le fils.



Évolution des activités :

$$A_2(t) = A_1(0) \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Pour tout temps $t > t_{max}$ on montre que l'activité du fils = l'activité du père au même instant multiplié par un coefficient de proportionnalité :

$$A_2(t) \cong A_1(t) \times \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

Coefficient de proportionnalité

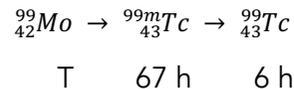
Donc après t_{max} (après son palier maximum) **ET toujours sous la condition que $T_1 > T_2$** +++ :

- La **décroissance du fils X_2 sera proportionnelle à celle du père X_1** → elle suit la décroissance du père avec la même période radioactive que celle du père
- Il y a une légère différence (A du fils $>$ A du père), qui correspond au **coefficient de proportionnalité** qui nous donne la vraie activité du fils.

Ceci n'est vrai que quand les noyaux pères et fils sont ensemble, dans le même compartiment / même solution, si on les sépare on perd cet équilibre de régime.

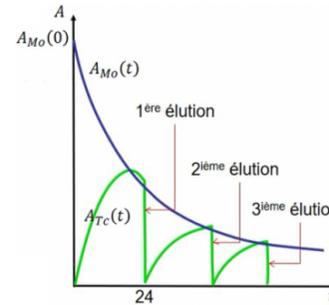
Schéma : On a ici un schéma du générateur de Tc-99m. Il est fait d'une résine échangeuse d'ions dans laquelle est incorporée du Mo-99. Quand il se désintègre en Tc-99m, ce dernier est libéré de la résine et se retrouve dans la cavité centrale du générateur. Il faudrait faire des **éluions** = faire passer un liquide (de l'eau par exemple) dans le générateur pour récupérer les noyaux de Tc-99m de la cavité centrale (le Mo reste dans la résine, on récupère seulement le Tc pour l'imagerie).

Application au générateur Mo-99 / Tc-99m



Activité du Mo : Il reste inclus dans la résine, donc son activité décroît exponentiellement avec le temps selon sa période de 67h

Activité du Tc : à $t = 0$ il n'y a pas de Tc ; puis il y a **formation** de Tc → activité qui augmente, jusqu'à arriver à t_{max} (environ 23h), au-delà il commence à décroître



avec le Mo → c'est donc le moment idéal pour faire **l'éluion** (on a un max de Tc dans la cavité). On récupère le Tc donc son activité dans le générateur retombe à 0. On répète le processus... on va souvent avoir un maximum de 3 éluions (il y a de moins en moins de Tc car de moins en moins de Mo)

Grâce à cet équilibre de régime, les physiciens peuvent prévoir quelle quantité de Tc-99m on récupérera à chaque élution.

La durée de vie du générateur de médecine nucléaire est d'environ 3j → on le change deux fois par semaine.

Dédis : (youhou)

Tout d'abord dédié à Yassou (très enjouée à l'idée d'avoir une dédi) et Lisa, des cotuts extraordinaires

Dédi à Greg aussi sinon il va râler sinon mais ça faut pas le dire

Dédi à ma maman, parce que c'est la meilleure 💖

Dédi à ma sœur qui s'est fait voler son téléphone (miskine)

Dédi aux vieux quand même, parce qu'ils sont géniaux (et tous les vieux, ceux de biophy et de biophysio) 💖

Dédi à tous mes fillots, vous bossez dur et faut pas lâcher, c'est bientôt la fin et franchement ça en vaut le coup, donc on continue et ce jusqu'au bout pour n'avoir aucun regret ! (Ce message vaut aussi pour toi qui lis cette fiche hein)

Dédi à tous les tuts que j'aime, et la liste est trop longue pour citer 56 tuteurs, mais mention spéciale à Bryan, t'es une personne incroyable et je suis énormément heureuse de t'avoir rencontré cette année (gros love sur toi et le patin à glace)

Dédi au tutorat niçois parce que c'est une expérience incroyable

