Correction du DM n° 6 : Variable aléatoires discrètes

1/	C	**2/**	A	**3/**	D	**4/**	B	**5/**	D
6/	B	**7/**	A	**8/**	D	**9/**	E	**10/**	C
11/	C	**12/**		**13/**		**14/**		**15/**	

QRU 1 : C

A) Faux : E(2X) = 2 E(X) = 3 x 2 = 6
B) Faux
C) Vrai
D) Faux : cf. C
E) Faux

QRU 2 : A

A) Vrai
B) Faux : E(kX) = k E(X)
C) Faux : E(k+X) = k + E(X)
D) Faux : La variance est un indicateur de dispersion
E) Faux

QRU 3 : D

A) Faux : $\boldsymbol{\sigma}^2 = Var(X)$
B) Faux : $Var(2X) = 2^2 \mathrm{Var}(X) = 4Var(X) = 4 \times 9 = 36$
C) Faux
D) Vrai
E) Faux

QRU 4 : B

A) Faux : L'espérance est un indicateur de position
B) Vrai
C) Faux : $Var(\mathrm{a}X) = a^2 \mathrm{Var}(X)$
D) Faux : $Var(a + X) = Var(X)$
E) Faux

QRU 5 : D

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Vrai : On donc X = 12, $\mu = 5$ et $\sigma^2 = 4$ d'où $\sigma = 2$

➔ La formule de la Variable Centrée Réduite est : $Y = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{12-5}{2} = 7/2 \; = \; 3{,}5$

E) Faux

QRU 6 : B

A) Faux
B) Vrai : ici on a réalise une épreuve de Bernoulli et on sait que q = 0,75 ➔ p = 1 – q = 0,25

➔ La formule de l'épreuve de Bernoulli : $P(X = k) = p^k q^{(k-1)} = 0{,}25^1 \times 0{,}75^0 = \; 0{,}25$

C) Faux
D) Faux
E) Faux

QRU 7 : A

A) Vrai : Ici on reprend les mêmes paramètres que pour le qru précedent, à la différence qu'ici on utilise une loi binomiale (en effet, on va répéter plusieurs fois l'expérience de Bernoulli) ➔ On a n = 10 et k = 4. On définit donc ici la variable aléatoire X → « nombre de fois où on tombe sur pile » et on s'intéresse à la probabilité que X = k = 4
➔ on rappelle la formule de la loi binomiale

$$P(X=4) = C_n^k p^k q^{n-k} = C_{10}^4 \times 0{,}25^4 \times 0{,}75^6 = \frac{10!}{4!\,(10\text{-}4)!} \times 0{,}25^4 \times 0{,}75^6 = \frac{10!}{4!\,6!} \times 0{,}25^4 \times 0{,}75^6$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2} \times 0{,}25^4 \times 0{,}75^6 = (10 \times 7 \times 3) \times 0{,}25^4 \times 0{,}75^6 = 210 \times 0{,}25^4 \times 0{,}75^6$$

B) Faux
C) Faux
D) Faux
E) Faux

QRU 8 : D

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Vrai : On définit ici une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 1$. Dans ce cas-ci on regarde ce qu'il se passe pendant 6min soit pendant 3λ. On a donc $\lambda = 3 \times 1 = 3$. Ensuite, on définit la variable aléatoire X → « le client passe en caisse » telle que X = 5

➔ on rappelle la formule de la loi de Poisson : $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ Donc $P(X = 5) = \frac{3^5 \times e^{-3}}{5!}$

E) Faux

QRU 9 : E

A) Faux : Pour une loi géométrique $\mathfrak{G}(0{,}2)$; $\mu = 1/\mathrm{p} = 1/0{,}2 = 5$
B) Faux : Pour une loi hypergéométrique $\mathfrak{H}(500{,}60{,}50)$; on a $\mu = \frac{nD}{N} = \frac{50 \times 60}{500} = \frac{3000}{500} = \frac{30}{5} = 6$
C) Faux : Pour une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 3$ la variance vaut 1/9 = $1/\lambda^2$ sauf que la loi exponentielle est une loi de probabilité continue et non discrète (attention à l'énoncé)
D) Faux : Pour une loi de Bernoulli, l'espérance $\mu = p$. C'est pour la loi binomiale que $\mu = np$
E) Vrai

QRU 10 : C

A) Faux
B) Faux
C) Vrai : Sachant qu'on doit définir le nombre d'essais qu'on doit faire avant d'avoir un succès, on déinit ici une loi géométrique de paramètre p = 0,2 ➔ on en déduit directement que q = 0,8 et on définit la variable aléatoire X «nombre d'essai avant que le dé tombe sur un 4 » telle que X=5

➔ on rappelle la formule de la loi géométrique : $\mathrm{P(X = k)} = pq^{k-1}$ donc $\mathrm{P(X = 5)} = 0{,}2 \times 0{,}8^4$

D) Faux
E) Faux

QRU 11 : C

A) Faux : $\mu = \frac{nD}{N} = \frac{200 \times 50}{1000} = 10$
B) Faux : $P(X = 10) = \frac{C_D^k \times C_{N-D}^{n-k}}{C_N^n} = \frac{C_{200}^{10} \times C_{800}^{40}}{C_{1000}^{50}}$
C) Vrai : Les données de la population sont très grande donc on peut dire que σ^2 est proche de 1
D) Faux : p = D/N = 200 / 1000 = 0,2
E) Faux