

Incertitude :

$$x-dx < X < x+dx$$

Erreur absolue (e) :

$$e = |x-X|$$

Erreur relative :

$$er = e/X$$

A young girl with brown hair, wearing a bright yellow raincoat, is blowing a bubble. She has a surprised expression on her face. The background is a blurred green field.

**Toi dès que la Biostat  
sors des fiches**

# Probabilités élémentaires

## cours 2

Ensemble produit :

$$\text{Card (A)} * \text{Card (B)}$$

Famille de partie/de sous ensemble :

$$2^p$$

Equiprobabilité :

$$P(A) = \frac{\text{Card (A)}}{\text{Card (\Omega)}}$$

Théorème des probabilités totales :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Formule de Poincaré :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Tableau de Dénombrements :

Avec remise et ordonné	<b>p-list avec remise</b>	$\text{Card}(E)^p$
	<b>Arrangement avec répétition</b>	$n^x$
Sans remise et ordonné	<b>Permutation d'un ensemble fini à n éléments</b>	$n!$
	<b>Arrangement de n éléments pris p à p</b>	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$
	<b>Permutation avec répétition</b>	$\frac{n!}{K_1! K_2! \dots K_x!}$
Sans remise et non-ordonné	<b>Combinaison de n éléments pris p à p parties d'un ensemble</b>	$C_n^p = \frac{n!}{p! (n-p)!}$

Formule de Bayes :

$$P(B|A) = (P(A|B) \times P(B)) / P(A)$$

Probabilité conditionnelle :

$$P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$$

Exclusion :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Evènements indépendants :

$$P(B \cap A) = P(A) \times P(B)$$

Théorème de la multiplication :

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(A) \times P(B|A) = P(B) \times P(A|B)$$

Inclusion :

$$P(A|B) = P(A) / P(B)$$

$$P(B|A) = 1$$



### Théorèmes de l'Espérance :

- ♥  $E(kX) = kE(X)$
- ♥  $E(X+k) = E(X) + k$
- ♥  $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

### Moyenne :

$$\mu = \sum_{i=1}^{i=n} x_i p_i$$

### Ecart-type & Variance :

$$\sigma^2 = Var(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i (x_i - \mu)^2$$

- ♥  $Var(X+a) = Var(X)$
- ♥  $Var(aX) = a^2 * Var(X)$

### Variable aléatoire discrète:

#### Loi Binomiale :

- ♥  $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$
- ♥  $\mu = np$
- ♥  $\sigma^2 = npq$

#### Loi de Poisson :

- ♥  $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$
- ♥  $\mu = \sigma^2 = \lambda$

#### Loi Géométrique :

- ♥  $P(X = k) = pq^{k-1}$
- ♥  $\mu = 1/p$
- ♥  $\sigma^2 = (1-p)/p^2$

#### Loi Hypergéométrique :

- ♥  $P(X = k) = \frac{C_D^k \times C_{N-D}^{n-k}}{C_N^n}$
- ♥  $\mu = np$
- ♥  $\sigma^2 = \left(\frac{N-n}{N-1}\right) npq$

#### Loi de Bernouilli :

- ♥  $p(X=k) = p^k * q^{1-k}$
- ♥  $\mu = p$
- ♥  $\sigma^2 = pq$

### Variable aléatoire continue:

#### Loi exponentielle :

- ♥  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$
- ♥  $F(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$
- ♥  $\mu = 1/\lambda$
- ♥  $\sigma^2 = 1/\lambda^2$

#### Loi Uniforme :

- ♥  $f(x) = 1/(b-a)$
- ♥  $\mu = (a+b)/2$
- ♥  $\sigma^2 = (b-a)^2/12$

#### Variable Centrée Réduite:

- ♥  $Y = (X - \mu)/\sigma$
- ♥  $\mu = 1$
- ♥  $\sigma^2 = 0$

# Statistiques Descriptives

## cours 5

### Variables Quantitatives :

#### Moyenne :

$$\sum \frac{x_i}{n}$$

#### Intervalle de confiance :

entre  $[m - i]$  et  $[m + i]$

#### Nombre de sujet nécessaires n :

$$n = \frac{\epsilon^2 S^2}{i^2}$$

#### Médiane :

si n pair : moyenne des valeurs correspondant à  $\frac{n}{2}$  et  $(\frac{n}{2}) + 1$

si n impair :  $\frac{(n+1)}{2}$

#### Indice de précision i :

$$i = \frac{\epsilon S}{\sqrt{n}}$$

#### Quartiles :

$$Q1 = \frac{1}{4} * n$$

puis moyenne des notes comprises entre le chiffre obtenu (si j'obtiens 1,5 je fais la moyenne de la 1e et 2e note)

#### Moyenne vraie $\mu$ :

$$\mu \in [m \pm \frac{\epsilon S}{\sqrt{n}}]$$

### Variables Qualitatives :

#### Ecart type :

$$s = \sqrt{p_{obs} \cdot \frac{q_{obs}}{n}}$$

#### Intervalle de confiance :

$$p \in [p_{obs} \pm \epsilon s]$$

#### Nombre de sujet nécessaires n :

$$n = \epsilon^2 pq / i^2$$

#### Indice de précision i :

$$i = \epsilon \cdot \frac{\sqrt{pq}}{n} = \epsilon s$$

# Statistiques Déductives

## cours 6

La formule :

#### Khi<sup>2</sup> :

$$x_c^2 = \frac{\sum (oi - ci)^2}{ci}$$



# Test diagnostique

## cours 7

**Sensibilité :**

$$VP / (VP+FN)$$

**Spécificité :**

$$VN / (VN+FP)$$

**Prévalence :**

$$P = \text{malades}/\text{total} = (VN+FP)/\text{total}$$

**Valeur Prédictive Positive :**

$$VPP = VP / (VP + FP)$$

$$VPP = \frac{Se * P}{(Se * P) + (1 - Sp)(1 - P)}$$

**Valeur Prédictive Négative :**

$$VPN = VN / (VN + FN)$$

$$VPN = \frac{Sp * (1 - P)}{Sp * (1 - P) + (1 - Se) * P}$$

**Exactitude :**

$$\frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN}$$

**Vraisemblance positive :**

$$L+ = \frac{P(T+/M+)}{P(T+/M-)} = \frac{Se}{1 - Sp}$$

**Vraisemblance négative :**

$$L- = \frac{P(T-/M+)}{P(T-/M-)} = \frac{1 - Se}{Sp}$$

**Youden :**

$$Se + Sp - 100$$

# Analyse de la Survie

## cours 8

<u>FONCTION DE SURVIE</u>	Probabilité pour que le décès → après un délai supérieur à t	$S(t) = P(T > t) = 1 - F(t)$
<u>ANALYSE ACTUARIELLE</u>	Nombre de sujets exposés au risque de décès	$N = V - \left(\frac{C}{2}\right)$
	Probabilité d'évènements durant l'intervalle	$\frac{D}{N}$
	Survie instantanée	$\frac{(N - D)}{N}$
<u>METHODE KAPLAN-MEIER</u>	Nombre de sujets exposés au risque de décès	$N = V - C$
<u>CALCUL DECES ATTENDUS</u>	Effectif global au temps t, avant le décès (-les censurés)	$N = NA + NB$
	Nombre de décès observés global au temps t	$D = DA + DB$
	Nombre de décès attendus dans le groupe A au temps t	$EA = D * \frac{NB}{N}$

**Survie conditionnelle :**

$$S(t/\tau) = \frac{S(t)}{S(\tau)}$$

# Essais Cliniques

## cours 9

Différence de risque :

$$DR = R1 - R0$$

Risque Relatif :

$$RR = r1 / r0$$

Number Needed to Treat :

$$NTT = \frac{1}{DR} = \frac{1}{|r1 - r0|}$$

Réduction de RR :

$$RRR = 1 - RR$$

Nombre de patient :

$$n = \frac{2\sigma^2}{\delta^2} (z_{1-\alpha/2} + z_{1-\beta})^2$$

$\alpha$  est le risque de 1<sup>ère</sup> espèce et  $\beta$  est le risque de 2<sup>ème</sup> espèce : si ils augmentent, le nombre de sujets diminue  
 $\sigma^2$  est la variance, soit la variabilité du critère de jugement : si il augmente, le nombre de sujets augmente  
 $\delta$  est la différence minimale cliniquement pertinente : si elle augmente, le nombre de sujets diminue

Risque du traitement étudié :

$$r1 = x1/n1$$

Risque du traitement de contrôle :

$$r0 = x0/n0$$

# Algèbre Linéaire

## cours 10

Déterminant :

Ordre 2 :

$$\heartsuit \text{ Det } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = a * d - b * c$$

Ordre 3 :

$$\heartsuit \text{ Det } \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = a * \begin{bmatrix} e & f \\ h & i \end{bmatrix} - b * \begin{bmatrix} d & f \\ g & i \end{bmatrix} + c * \begin{bmatrix} d & e \\ g & h \end{bmatrix}$$

Inverse :

QUE Si  $\det A \neq 0$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} * \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Condition produit matriciel :

QUE SI :

Nombre de colonnes de la matrice A  
 =  
 Nombre de lignes de la matrice B

# Équations Différentielles

## cours 11

ED1 sans second membre:

$$y' = ay$$

$$yc(x) = Ce^{ax}$$

ED1 avec second membre:

$$y' = ay + b$$

$$yc(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$$

ED2 et  $\Delta$  :

$$ay'' + by' + cy = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

ED2 avec  $\Delta > 0$  :

$$r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}; r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$$

ED2 avec  $\Delta = 0$  :

$$r = \frac{-b}{2a}$$

$$(C_1 x + C_2) e^{rx}$$

ED2 avec  $\Delta < 0$  :

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{-\Delta}i}{2a}$$

$$(C_1 \sin(wx) + C_2 \cos(wx)) e^{rx}$$

$$r = -\frac{b}{2a} \text{ et } w = i \frac{\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

# Modèles multivariés

## cours 12

Droite de régression :

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$$

Estimation pente  $\beta$  :

$$\beta = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\text{var}(X)}$$

Ordonnée à l'origine  $\alpha$  :

$$\alpha = mY - \beta mX$$

# Épidémiologie Analytique

## cours 13

	Malades	Non-Malades	Total
Exposés	a	b	a+b
Non-Exposés	c	d	c+d
Total	a+c	b+d	N

Risque Relatif :

QUE pour l'enquête de cohorte :

$$\frac{a/(a+b)}{c/(c+d)}$$

Odd Ratio :

QUE pour l'enquête cas-témoins :

$$\frac{a/(a+b)}{c/(c+d)} = \frac{a/b}{c/d} = \frac{ad}{bc}$$