Correction du DM n° X : Nom du cours

1/	C	**2/**	D	**3/**	B	**4/**	C	**5/**	D
6/	E	**7/**	A	**8/**	B	**9/**	D	**10/**	E
11/	B	**12/**	B	**13/**	B	**14/**	C	**15/**	B

QCM 1 : C

A) Faux
B) Faux
C) Vrai : C) On décompose : 1,98 = 1 + 1,96 x 0,5 = μ + 1,96 x σ . Or 1,96 α = 5%, donc la probabilité de me trouver dans la partie la plus à droite de la courbe de Gauss est α/ 2 = 2,5%
D) Faux
E) Faux

QCM 2 : D

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Vrai : On utilise la loi géométrique, avec une équiprobabilité de survenue rouge / noir :
P = P(N) x $P(R)_{(7-1)}$= 1/2 x (1/2)6= $1/2^7$=1/128
E) Faux

QCM 3 : B

A) Faux
B) Vrai :On part avec la loi normale centrée réduite : Z = (x – 7)/4 = 0,25 → ligne 0,2, colonne 0,05 on trouve P = 0,5987i :
C) Faux
D) Faux
E) Faux

QCM 4 : C

A) Faux
B) Faux
C) Vrai : On a P(Z ≦ z) = 0,3669, qui ne se trouve pas dans la table. Or : P(z) = 1- P(-z) = 0,6331 → z = - 0,34
Avec z = (x – 5) /4 → x = 4 x (-0,34) + 5 = 3,64i
D) Faux
E) Faux

QCM 5 : D

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Vrai : Utilisation de la loi hypergéométrique (P=k) $=\frac{C_D^k x C_{N-D}^{n-k}}{C_N^n}$, où N = 100, D = 90, n= 20 et k = 5
→ P(X=5)= $\frac{C_{10}^5 x C_{90}^{15}}{C_{100}^{20}}$,
E) Faux

QCM 6 : E

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Faux
E) Vrai :Loi géométrique avec P(face) = P(pile) = 1/2 → 1/2 x $(1/2)^9$= $(1/2\ )^{10}$=1/1024

QCM 7 : A

A) Vrai : Loi de Poisson P (X=k) $=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$, λ = 6 (6 appel par minute en moyenne). On cherche la probabilité pour qu'il n'y ait que 6 appels en 6mn, soit 1 appel par minute → k = 1 → P(X=1) $=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}=\frac{e^{-6}6^1}{1!}=6e^{-6}$
B) Faux
C) Faux
D) Faux

E) Faux

QCM 8 : B

A) Faux
B) Vrai :Loi de Poisson : $2^5 xe^{-2}$ / 5 ! puis on simplifie
C) Faux
D) Faux
E) Faux

QCM 9 : D

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Vrai : Soit l'hypothèse H0 : « Le dé n'est pas truqué » et l'hypothèse alternative H1 : « le dé est truqué ».

Il s'agit ici de définir la probabilité du risque de première espèce.
A savoir : rejeter l'hypothèse H0 « le dé n'est pas truqué », alors qu'il n'est réellement pas truqué (= conclure qu'il est truqué alors qu'il ne l'est pas).
Il faut pour cela, déterminer la probabilité que 40 ou moins de 40, ou 60 ou plus de 60 résultats pairs sortent (≤40 ou ≥60).

Soit X le nombre de résultats pairs : P(risque de première espèce) = P(X ≤ 40) + P (X ≥ 60) ⇨ On remarque que 60 et 40 sont symétrique par rapport à la moyenne (μ = 50) ⇨ On déduit que P(X ≤ 40) + P (X ≥ 60) = 2 x P(X ≥ 60) = 2 x P(X ≤ 40).

On choisit de calculer P(X ≥ 60) (on aurait tout aussi bien pu choisir de calculer P(X ≤ 40)).
⇨ On cherche donc la probabilité pour que le nombre de résultats « pairs » soit supérieur à = 60
⇨ On change de variable : x ----> z : z=$\frac{x-\mu}{\sigma}$=$\frac{60-50}{\sqrt{25}}$=10/5=2,00
⇨ On cherche dans la Table de la loi normale centrée réduite P (Z≤ $z = 2{,}00$) : On lit « 0,9772 »
Si P (Z≤ $z = 2{,}00$) $\sim 0{,}977$ alors P (X≤ $z = 2{,}00$) …Seulement on cherche P(X≥ $x = 60)$!
P(X≥ $x = 60) = 1 - P(X \leq x = 60) = 1 - 0{,}977 = 0{,}023$
La probabilité d'avoir plus de 60 résultats pairs est donc approximativement de 2,3%
P(risque de première espèce) 2 x P(X ≥ 60) = 2 x 2,3% = 4,6%.
Il y a donc 4,6% de risque que le patron conclue à tort que le dé est truqué !i :
E) Faux

QCM 10 : E

A) Faux : Il s'agit d'une variable aléatoire continue. Le temps d'attente possible est défini dans un intervalle [0' ;20'] et non par des instants précis
B) Faux : Il s'agit d'une variable aléatoire discrète puisqu'il est tout à fait possible de compter les individus. Il s'agit d'un ensemble « infini dénombrable ».
C) Faux : Une variable aléatoire doit être un nombre, or la lettre tirée par Victoria n'en est pas un !
D) Faux : Il s'agit d'une variable aléatoire continue. En effet, les infimes variations de longueur possibles, liées à la relative précision des découpes en atelier, sont comprises dans un intervalle.
E) Vrai

QCM 11 : B

A) Faux
B) Vrai : E(X) = (0,1) / 2 = **1/2**
C) Faux
D) Faux : Faux : Var (X) = $(0\text{-}1)^2/12$ = **1/12**
E) Faux

QCM 12 : B

A) Faux : La variable étudiée est le nombre de mutation pour chaque espèce
B) Vrai : Le diagramme en bâton est approprié pour représenter les variables discrètes
C) Faux : L'espérance est bien de 4,25 : $\frac{10}{200}x1 + \frac{40}{200}x2 + \frac{80}{200}x3 + \frac{40}{200}x8 + \frac{20}{200}x10 + \frac{10}{200}x0 = 4{,}25$Seulement l'espérance n'est pas un indicateur de dispersion mais un indicateur de position
D) Faux : La loi Binomiale n'est pas appropriée pour décrire le comportement de cette variable. La loi Binomiale s'applique lorsque qu'on réalise n essais indépendants d'une même expérience aléatoire ayant pour issue soit un succès, soit un échec.
E) Faux

QCM 13 : B

A) Faux
B) Vrai : Nous somme dans le cas d'une loi Normale d'Espérance 0,81g/l et d'écart type 0,20g/l. Nous recherchons dans un premier temps la proportion d'étudiant dont le taux d'alcoolémie est inférieur à = 0,5g/l. Je change de variable : x---> z : $Z=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{0,5-0,81}{0,2}$=-1,55.
Z=-1,55, or la Table de la loi normale centrée réduite propose seulement P(Z≤ z)) pour z≥ 0 , je cherche donc P(Z≤ $z=+1,55$). Je lis « 0,9394 ». Si P(Z≤ $z=+1,55)\sim+1,55$ alors P(Z≤ $z=-1,55)\sim 1-0,939\sim 0,061$, donc (X≤ $x=0,50)\sim 0,061$ .La proportion d'étudiant pouvant prendre le volant est de 6,1%. Le nombre d'étudiants pouvant donc prendre le volant est de : 0,061x500~ 31 étudiants
C) Faux
D) Faux
E) Faux

<u>QCM 14</u> : C

A) Faux : La variable aléatoire est « Nombre de personnes ayant pris un café dans l'intervalle de temps défini »
B) Faux : Nombre de personnes → Variable quantitative discrète
C) Vrai : Entre 10h et 11h, la loi de Poisson de paramètre λ= 20 x 2 = 40 décrit bien ce phénomène. Néanmoins, lorsque λ > 25, alors il est possible d'approximer la loi de Poisson par la loi Normale de paramètre $\mu=\lambda\ et\ \sigma=\sqrt{\lambda}$
D) Faux : P(X = 1) = $\frac{5^1e^{-5}}{1}$. La loi de probabilité pour décrire le nombre de personne prenant un café entre 9h et 10h est la loi de Poisson de paramètre λ= 20 / 2 = 10. La loi de probabilité pour décrire le nombre de personne prenant un café entre 9h et 9h30 est donc également la loi de Poisson mais de paramètre λ = 10 / 2 = 5, puisque sur 30 minute, l'espérance du nombre de personnes ayant pris un café diminue de moitié.
E)

<u>QCM 15</u> : B

A) Faux
B) Vrai : la somme de n lois de Poisson indépendantes de paramètre λ suit une loi de Poisson de paramètre n λ.
C) Faux
D) Faux
E) Faux