

BIOPHYSIQUE DE LA CIRCULATION COURS 1 :

Sommaire :

Introduction à la biophysique circulatoire

1/ Statique d'un fluide

- A) Types de pression
- B) principes et lois de Pascal

2/ Dynamique d'un fluide

- A) Principe de continuité du débit
- B) Equation de Bernoulli
- C) Mesure de pression dans un conduit
- D) cas particulier d'un écoulement horizontal

3/ Dynamique d'un fluide réel

- A) Perte de charge
- B) Viscosité
- C) Nombre de Reynolds et régime d'écoulement
- D) Loi de Poiseuille

Intro :

Fluide : milieu matériel déformable sans forme propre et qui s'écoule.

On a **Ec** = Energie cinétique et **EI** = énergie de liaison

On parle de 2 milieux : - **Milieu gazeux** : **Ec** >> **EI**

Les molécules ont des distances entre elles qui sont variables ; le gaz est généralement considéré comme compressible. Comme les distances sont variables, possibilités de rapprocher ou d'éloigner les molécules, c'est donc bien **compressible**.

- **Milieu liquide** : **Ec** \approx **EI**

Les molécules sont liées entre elles, se détachent et retombent sous l'emprise d'une autre molécule un peu plus loin. Les distances entre les molécules sont plus restreintes ; un liquide est donc supposé **incompressible**.

On parle de 2 fluides : - **Idéal** (parfait) = pas de frottement

- **Réel** = frottement (viscosité)

1/ Statique d'un fluide

La statique des fluides concerne les fluides immobiles **caractérisés par une pression ++**

Ici, on ne se soucie pas de savoir si le fluide est idéal ou réel car il n'y a jamais de frottements.

- Pression : poids de la colonne de fluide qui s'appuie contre cette paroi.

-Formule : $[P]=[F]/[S] = [E]/[V]$

-Unité (S.I) : Pascal

A) Types de pressions :

La pression relative : effet de la colonne de liquide

Différence de pression: $\Delta P = \rho gh$ (avec ρ la masse volumique, g l'intensité de la pesanteur et h la hauteur de la colonne de liquide – attention à bien tout mettre dans les mêmes unités, donc souvent ρ en kg.m^{-3} , g en m.s^{-2} et h en m)

La pression absolue : liée à la pression de l'ensemble des fluides qui appuient sur cette paroi (colonne atmosphérique + colonne de liquide), donc **$P_{\text{absolue}} = P_{\text{atm}} + \Delta P$**

Il y a aussi la **pression atmosphérique (PA)** : poids de la colonne d'air atmosphérique, l'air étant un fluide. Elle vaut **1013 hPa ++** et elle **diminue de moitié quand on atteint les 5000m d'altitude++**.

Aparté sur la pression :

La pression est une force par unité de surface, mais aussi une énergie par unité de volume (énergie des particules qui constituent le fluide). Cette dernière est liée à l'agitation thermique des molécules qui vont constituer cette pression.

Donc on a $[P] = [F]/[S] = [E]/[V]$

L'unité de Pression du SI (Système International) est le Pascal : **$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$**

Cependant le Pascal est une unité faible donc on a souvent recours à des multiples comme l'héctoPascal (hPa) ; Exemple la **pression atmo = 1013 hPa**

On peut aussi utiliser le bar : **$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$**

Donc on a $[P] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{[E]}{[V]}$

On peut noter : $[P] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2}$

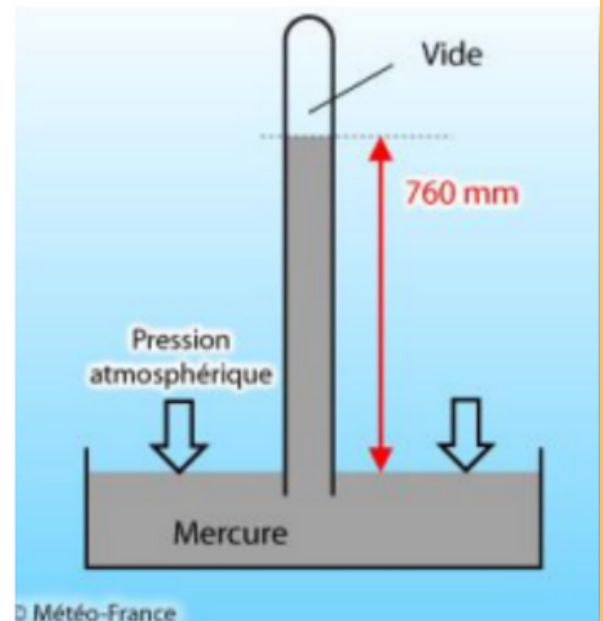
Mais on peut aussi multiplier par L en haut et en bas, ce qui donne : $[P] = \frac{ML^2T^{-2}}{L^3} = \frac{[E]}{[V]}$

Je vous mets ci-contre un rappel des différentes dimensions, ça pourrait vous aider à mieux comprendre pourquoi on passe de F/S à E/V, mais c'est pas à apprendre

grandeur	dimension	Unité (SI)	Autre nom
Force	M.L.T ⁻²	kg.m.s ⁻²	Newton (N)
Fréquence	T ⁻¹	s ⁻¹	Hertz (Hz)
Pression	M.L ⁻¹ .T ⁻²	kg.m ⁻¹ .s ⁻²	Pascal (Pa)
Energie	M.L ² .T ⁻²	kg.m ² .s ⁻²	Joule (J)
Puissance	M.L ² .T ⁻³	kg.m ² .s ⁻³	Watt (W)
Charge électrique	I.T	A.s	Coulomb (C)
Tension électrique	M.L ² .T ⁻³ .I ⁻¹	kg.m ² .s ⁻³ .A ⁻¹	Volt (V)
Résistance électrique	M.L ² .T ⁻³ .I ⁻²	kg.m ² .s ⁻³ .A ⁻²	Ohm (Ω)

Précision sur la **pression atmosphérique** :

On a un récipient principal contenant du mercure et un tube, lui aussi rempli de mercure, retourné sur le récipient. Ainsi, le liquide dans le tube va s'immobiliser en laissant au-dessus un vide. La Patm qui s'exerce sur la surface de ce récipient va être caractérisée par la hauteur de cette colonne de mercure dans le **tube de Torricelli**.



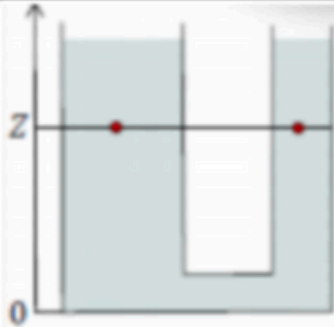
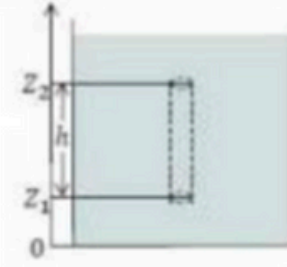
Comme cette Patm est le poids de la colonne d'air atmosphérique, **elle va diminuer lorsqu'on gagne en altitude** (puisque l'épaisseur de l'atmosphère va diminuer). On remarque sur le schéma que si la Patm au niveau de la mer est de l'ordre de 1010hPa, **elle diminue environ de moitié lorsqu'on atteint 5000m** d'altitude (on se répète).

$$P_{atm} = \rho g h = 13,6 * 10^3 * 9,8 * 0,760 = 1013 \text{ hPa}$$

B) Principes et lois de Pascal

Principe : Dans un liquide immobile incompressible, une variation de pression se transmet intégralement et dans toutes les directions.

3 lois :

1^{ère} Loi de Pascal	La pression est la même dans toutes les directions → indépendante de l'orientation du capteur	
2^{ème} Loi de Pascal	La pression est la même en tout point de même profondeur (ou altitude).	
3^{ème} Loi de Pascal	La différence de pression dP entre 2 points est proportionnelle à la différence de hauteur entre ces 2 points. $\Delta P = P_{z1} - P_{z2} = \rho gh = -\rho g \Delta z$ Si on l'exprime en fonction de la position z, on met un signe négatif pour exprimer que +z diminue, +P augmente.	 <p>Δz : différence de hauteur entre les 2 points.</p>

Ainsi : - Dans la statique des fluides, le paramètre essentiel est la **pression**

- Cette pression est liée au poids de la colonne de fluide et est **indépendante de l'orientation du capteur.**

2/ dynamique d'un fluide idéal

Débit : volume de fluide qui traverse une section S par unité de temps.

On a donc le débit $Q = V/dt$ (V est le volume, dt le temps), en m^3/s

Il y a une **relation entre le débit et la vitesse d'écoulement** :

En tout point d'une canalisation le débit sera égal à :

$$Q = S \cdot v = \text{Section} \cdot \text{vitesse}$$

A) Principe de continuité du débit

Ce principe n'est valable que si l'on part de ces hypothèses :

- **Incompressibilité** $\rightarrow \rho$ constante
- **Régime stationnaire** \rightarrow la **vitesse en 1 point est constante** (elle ne change pas dans le temps)

La section S peut varier.

Dans cette situation, il y a une conservation de la masse qui, ajoutée à la condition d'incompressibilité, fait que le **débit va être constant en tout point de cette canalisation**.

Dans ce cas on a :

$$\bullet Q_1 = Q_2 = Q$$

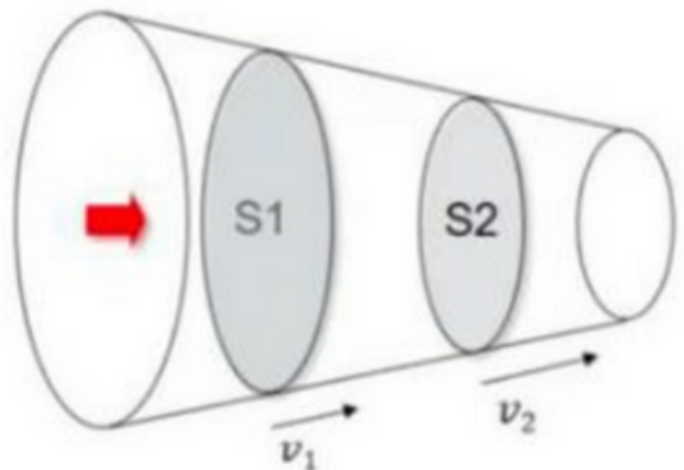
$$\bullet S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 = \text{Cste} = Q$$

Avec:

S = section = Aire = $\pi \times R^2$

Q = débit

v = vitesse



Lorsqu'un fluide incompressible circule en régime stationnaire dans un conduit, le produit **Section*vitesse (=débit) est constant tout le long du conduit.**

Plus la **section est faible**, plus la **vitesse du fluide est élevée** et inversement afin de **maintenir le débit constant** :

$Q = S.v = \text{cste}$ donc **si $S \nearrow$ alors $v \searrow$ et si $S \searrow$ alors $v \nearrow$**

B) Equation de Bernoulli

L'équation de Bernoulli permet de modéliser l'écoulement d'un **fluide idéal**.

Comme avec le principe de continuité du débit, on part là aussi d'hypothèses :

- **Incompressibilité** $\rightarrow \rho$ constante
- **Fluide idéal/parfait** \rightarrow pas de frottement, la **viscosité** est **nulle**, pas de gêne à l'écoulement de ce fluide.

Un fluide idéal s'écoule sous l'effet de **3 types d'énergies** :

E1 de pesanteur (liée à la hauteur) = **mgh**

E2 cinétique (liée à la vitesse) = **$\frac{1}{2}mv^2$**

E3 de pression statique = **$P.V$**

Celles-ci nous donnant l'**équation de Bernoulli** :

$$E_t = E_1 + E_2 + E_3 = mgh + \frac{1}{2} mv^2 + P.V = \text{cste}$$

(E_t = énergie totale)

Cette **énergie totale** d'un **fluide idéal** en écoulement est **constante** tout au long du conduit.

Les **énergies E1, E2, E3 peuvent varier entre elles tant que la somme reste constante** -> possibilité de redistribution.

Ici l'équation nous permet de trouver une énergie, or il est possible grâce à une simple formule de trouver la pression totale :

On rappelle que $P = E/V$; et que $\rho = m/V$

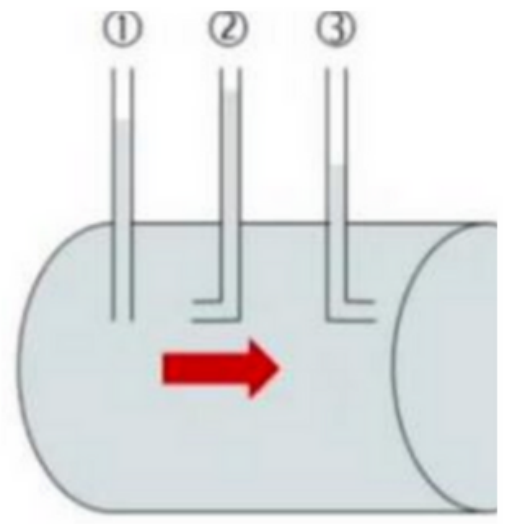
Donc on divise toutes nos énergies (E1, E2, E3) par le volume pour trouver des pressions.

Ce qui nous donne : $P_t = \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 + P = cste$

C) Mesure de pression dans un conduit

On peut mesurer des pressions grâce à un capteur. Cependant, à la différence des conditions statiques vues dans la première partie, **l'orientation du capteur importe** sur le résultat de la mesure.

- 1. Capteur **perpendiculaire** au courant → Pression **latérale ou statique** : P
- 2. Capteur **face** au courant → Pression « **terminale** » : $P_t = P + \frac{1}{2}\rho v^2$
- 3. Capteur **dos** au courant → Pression « **d'aval** » : $P_a = P - \frac{1}{2}\rho v^2$



Ce phénomène est mis à profit dans le système du **tube de Pitot** utilisé en aéronautique.

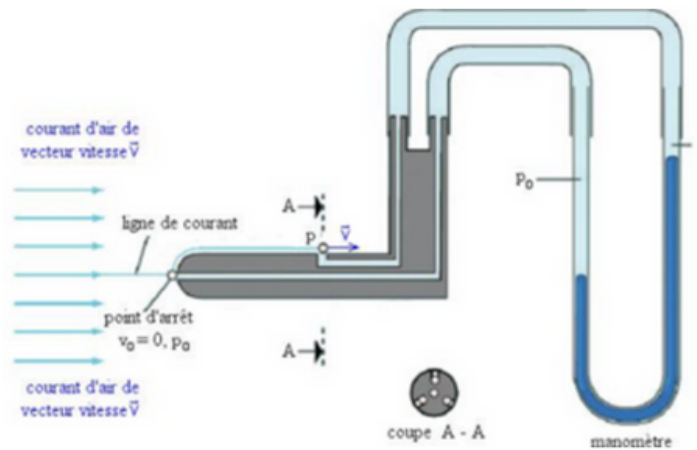
Ce dernier est constitué d'un **double capteur** et permet d'avoir accès à la mesure de la vitesse d'écoulement.

Un capteur fait **face** au flux d'air et mesure la **pression terminale PT** ;

l'autre capteur est **perpendiculaire** à l'axe du flux et mesure la **pression latérale**. Chacun est relié à une branche d'un tube qui permet de mesurer la **différence de pression** entre la PT et la P latérale.

Cette différence de pression correspond à $\frac{1}{2} \rho v^2$, c'est-à-dire la **pression cinétique**.

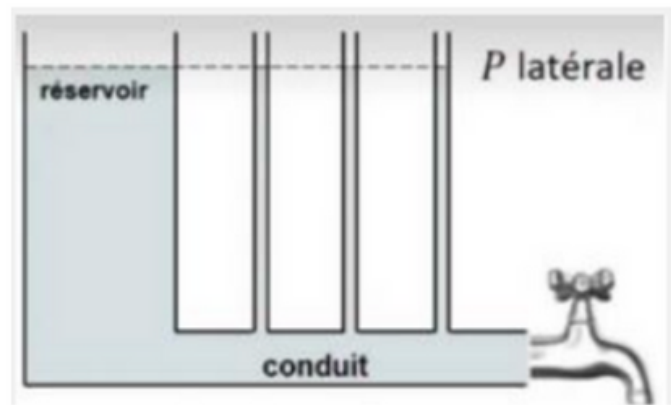
On peut alors en déduire la vitesse v (voir schéma).



D) Cas particulier d'un écoulement horizontal

En condition statique:

Le liquide ne s'écoule pas et les **lois de Pascal** s'appliquent : la pression est la même en tout point de même profondeur/altitude.



La pression latérale est toujours la même !

Le système est composé d'un réservoir principal qui alimente un conduit, avec des tubes parallèles à ce conduit qui nous permet d'accéder à la pression latérale.

En condition d'écoulement:

Le réservoir est alimenté de manière à maintenir la même pression d'origine.

- Le conduit est horizontal donc la **pression de pesanteur ne change pas** ($\rho gh = \text{cste}$)

- Donc l'équation de Bernoulli devient :

$$P_t = \frac{1}{2} \rho v^2 + P = \text{cste}$$

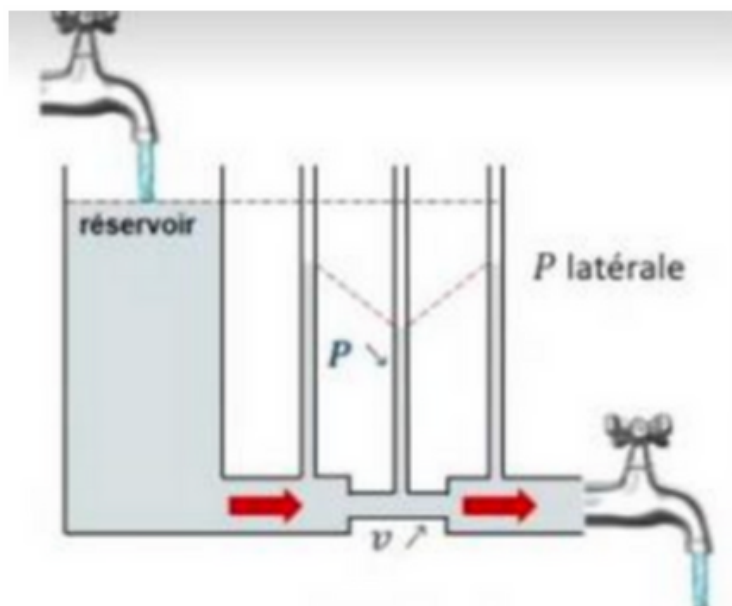
- Donc la pression totale se répartit entre la pression cinétique et la pression latérale, d'où :

$P = \text{cste} - \frac{1}{2} \rho v^2$ ==> La P latérale va être diminuée par rapport à la situation statique puisqu'une partie de la pression est prise par la pression cinétique.

EFFET DE VARIATION DE SECTION :

Effet venturi :

Si la **section diminue** conformément à la continuité du débit ($Q = Sv$), la **vitesse augmente**. Ainsi, la **pression cinétique augmente** ($\frac{1}{2} \rho v^2$) donc la **pression latérale diminue**.



Effectivement, la **P latérale** au niveau d'un rétrécissement sur la canalisation diminue par rapport aux zones plus larges. Cet effet Venturi peut entraîner des **conséquences importantes en physiopathologie** si on considère une **sténose** vasculaire, avec une **augmentation de v**, une **augmentation de Pc**, donc une **diminution de P**. Il y a alors un **risque d'obstruction par spasme**.

Conclusion :

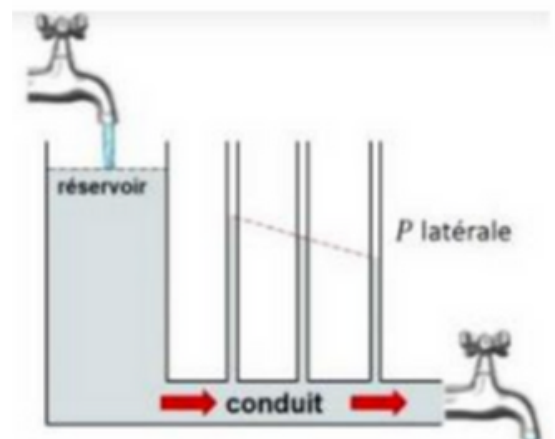
L'écoulement d'un fluide idéal dans un conduit répond à des règles simples

- La **constance du débit** ($Q = S_1v_1 = S_2v_2 = \text{constante}$)
- La **constance de la charge** (équation de Bernoulli) / constance de la somme des pressions
- Tout ça s'applique à un fluide **idéal** (*Ne pas confondre avec fluide réel que nous allons voir juste après*).

3/ dynamique d'un fluide réel

A) La perte de charge:

La **perte de charge** est liée à la **viscosité**, qui correspond aux **frottements** des molécules du fluide entre elles lorsque ce fluide est en écoulement.



Ces frottements consomment de l'**énergie** qui se dissipe sous forme de **chaleur**. Ainsi, l'équation de Bernoulli **n'est plus vérifiée** :

$$E_t = E_1 + E_2 + E_3 = mgh + \frac{1}{2}mv^2 + PV \neq \text{cste}$$

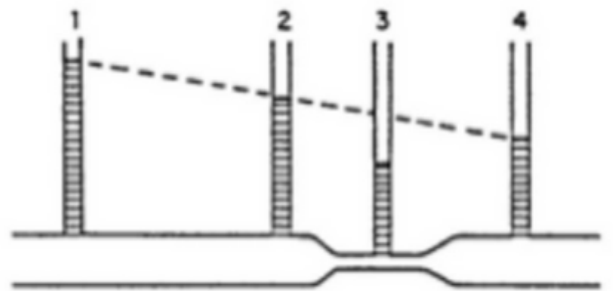
$$P_t = \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 + P \neq \text{cste}$$

P latérale n'est plus constante

Dans le cas d'un liquide **réel**, il y a une perte de l'énergie utilisable lors de l'écoulement, c'est-à-dire une « **perte de charge** », liée à la **dissipation d'énergie en chaleur** du fait de la **viscosité** du liquide.

Dans le cas de l'**effet Venturi** avec un fluide réel on retrouve ceci :

Là où la **pression latérale** (caractérisée par les conduits verticaux) lors d'un fluide idéal revenait au même niveau d'avant la sténose, ici en **fluide réel**, le **niveau baisse à cause de la perte de charge**.



B) Viscosité

Cette **viscosité** est à l'**origine** de ce comportement particulier d'un **fluide réel** et de cette **perte de charge**.

La force de frottement que chacune exerce sur l'autre est donnée par Newton : **$F = \eta S \, dv / dx$**

On distingue **2 catégories de fluides** :

- **Newtonien** (ex : **eau**) : η est une cste caractéristique qui varie seulement avec la température T. Si $T \nearrow$ alors $\eta \searrow$
- **Non-newtonien** (ex **sang**) : η varie avec T et dv/dx (qu'on appelle aussi *taux de cisaillement ou gradient de vitesse, correspondant à deux lames de fluide à une distance dx l'une de l'autre, parallèlement, à des vitesses différentes*).

$$\text{Si } \frac{dv}{dx} \nearrow \text{ alors } \eta \searrow$$

La viscosité n'a théoriquement **plus de sens pour un liquide non newtonien**. On utilise donc une **viscosité apparente**.

Viscosité apparente = viscosité qu'aurait un fluide newtonien induisant le même débit pour une même différence de pression.

Il faut savoir que:

- Fluide **idéal** : toutes les molécules se déplacent à la **même vitesse**
- Fluide **réel** : la viscosité fait que les molécules se déplacent à des **vitesse différentes** en fonction des frottements qu'elles vont subir (interactions entre elles et avec la paroi).

2 régimes d'écoulement d'un fluide réel:

Écoulement laminaire	<ul style="list-style-type: none">• v faible• $\eta \rightarrow$ facteur cohérence• Ligne parallèle• v max au centre• Fine couche immobile• Profil parabolique des vitesses	 image IRM des vitesses de la croix aortique en couleur  Répartition parabolique des vitesses
Écoulement turbulent	<ul style="list-style-type: none">• v moyenne ou élevée• $\eta \rightarrow$ facteur cohérence• désordonnée• Trajectoire tourbillonnent• Pas de distribution systématisée des vitesses	 Plus de répartition parabolique des vitesses -> témoignage d'un flux turbulent dans cette aorte 

C) Nombre de Reynolds et régime d'écoulement

4 paramètres interviennent simultanément pour conditionner le régime d'écoulement :

- 1/ La **vitesse** moyenne d'écoulement v
 - 2/ Le **diamètre** d du conduit
 - 3/ La **masse volumique** ρ
 - 4/ La **viscosité** η
- Si ils **augmentent** on tend vers la **turbulence**
- Si elle **diminue** on tend vers la **turbulence**

C'est le **nombre de Reynolds** qui permet de créer la **frontière** entre un écoulement **laminaire** et un écoulement **turbulent**.

C'est un nombre empirique **sans unité**, qui sert à définir le seuil entre les régimes d'écoulement laminaire et turbulent, en donnant seulement des ordres de grandeur

Il utilise les **4 éléments** vu juste au dessus :

$$Re = \frac{\rho d v}{\eta}$$

Ainsi :

- **Si $Re \leq 2000$** : Le régime d'écoulement est **laminaire**
- **Si $Re > 10\,000$** : Le régime d'écoulement est **turbulent**
- **Entre les 2** : le régime d'écoulement est **instable** : **on ne peut rien conclure**

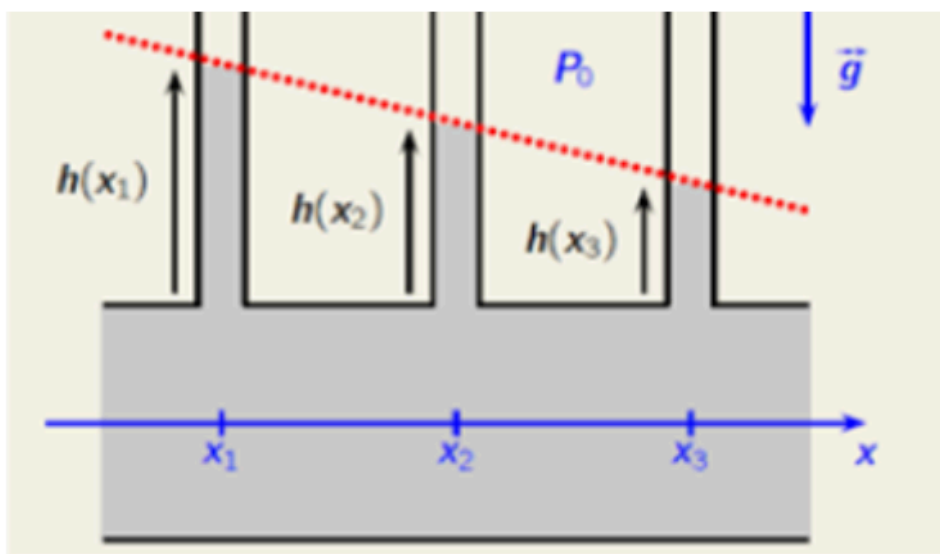
On définit aussi une **vitesse critique**, c'est-à-dire une vitesse au-delà de laquelle le régime laminaire n'est plus garanti, toutes choses étant égales par ailleurs (les autres facteurs sont constants, seule la vitesse peut être modifiée)

$$v = \frac{2000\eta}{\rho d}$$

D) Loi de Poiseuille

La loi de **Poiseuille** concerne les fluides **réels** en **écoulement laminaire seulement**.

On l'illustre sur un conduit horizontal cylindrique. Dans ces conditions, l'adaptation de l'équation de Bernoulli à un fluide réel donne:



On a : $P_t = \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 + P + \text{chaleur} = \text{cste}$

- Horizontal : $\rho gh = \text{cste}$
- Section constante : $\frac{1}{2} \rho v^2 = \text{cste}$
- Seul P peut varier : $P_t = P + \text{chaleur} = \text{cste}$

On voit donc que **P diminue** le long du conduit, ce qui traduit la **perte d'énergie** sous forme de **chaleur** liée à la **viscosité**.

Cette perte de pression latérale nous est donnée par la loi de **Poiseuille** :
C'est P qui compense la perte de charge.

$$\Delta P = \frac{8\eta L}{n\pi r^4} Q$$

Avec

n = nombre de capillaire.

L = longueur

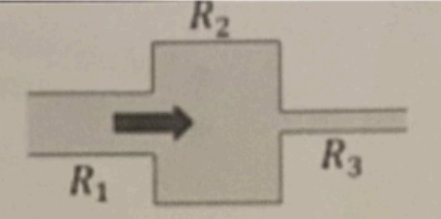
r = rayon

η = viscosité

Q = débit

Quand on a des **conduits plus complexes** qu'un simple conduit à section circulaire, on va pouvoir calculer ces résistances à l'écoulement car elles se combinent comme en électricité :

$$U = R * I$$

<p>Conduit en <u>série</u></p>	<p>La résistance totale est la somme des résistances individuelles.</p> $R_t = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$	
<p>Conduit en <u>parallèle</u> (+ récurrent en anatomie humaine)</p>	<p>L'inverse de la R_t est la somme des inverses des résistances individuelles.</p> $1/R_t = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n$	