Correction du DM n°1 : Probabilités élémentaires

1/	C	**2/**	C	**3/**	D	**4/**	E	**5/**	E
6/	A	**7/**	A	**8/**	B	**9/**	C	**10/**	A
11/	E	**12/**	C	**13/**	A	**14/**	E	**15/**	D

QRU 1 : C

A) Faux : le terme « statistique » désigne également un **ensemble d'activités**
B) Faux : j'ai inversé les parenthèses ; population **fictive** se réfère aux objets abstraits tandis que population **réelle** se réfère aux êtres vivants
C) Vrai : texto cours
D) Faux : travailler sur un échantillon conduit à une **observation partielle** du caractère et à une **variabilité** entre les échantillons (possibles complications au niveau de l'extrapolation)
E) Faux

QRU 2 : C

A) Faux : en extension = **explicite** (en compréhension = **implicite**)
B) Faux : c'est l'inverse ($A \subset B$)
C) Vrai : on prend les éléments de l'union $(17, 34, 51, 69)$ et on retire les éléments de l'intersection $(17, 51)$, ce qui nous donne effectivement $A \triangle B = \{34, 69\}$
D) Faux : la propriété n'est pas vérifiée par tous les éléments de B puisque $69 \neq 17 \times 4$ (c'est 68 qui est égal à 17×4)
E) Faux

QRU 3 : D

A) Vrai
B) Vrai
C) Vrai
D) Faux : $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
E) Vrai

QRU 4 : E

A) Faux : l'ensemble vide $\emptyset$ est également un ensemble **fini**, pourtant il ne contient aucun élément ($Card(\emptyset) = 0$)
B) Faux : l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ est un exemple d'ensemble infini **dénombrable**
C) Faux : l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ est un exemple d'ensemble **infini** dénombrable
D) Faux : l'ensemble des réels $\mathbb{R}$ est un exemple d'ensemble infini **non dénombrable**
E) Vrai

QRU 5 : E

A) Faux : $A \times B = \{(p, 6), (p, 9), (q, 6), (q, 9)\}$ et $B \times A = \{(6, p), (6, q), (9, p), (9, q)\}$ (couples **ordonnés**)
B) Faux : c'est l'ensemble produit $B \times A$, pas $A \times B$
C) Faux : le nombre de couples possibles est bien 4, mais la justification est mauvaise car ce n'est pas en **additionnant** les cardinaux qu'on obtient le nombre de couples, mais en les **multipliant** (c'est une simple coïncidence si ici le résultat est quand même correct)
D) Faux : la formule généralisée correcte raisonne en **produit** (Π), pas en **somme** (Σ)
E) Vrai

QRU 6 : A

A) Vrai : le nombre de parties d'un ensemble A vaut $\mathbf{2^p}$ avec $p = Card(A)$, ici on a donc $2^3 = 8$
B) Faux : tout est juste, sauf que j'ai remplacé l'ensemble vide $\emptyset$ par un 0
C) Faux : ce ne sont pas les parties de A, mais plutôt les couples issus du produit $A \times A$
D) Faux : les sous-ensembles décrits ne sont pas **disjoints**, on ne peut donc pas parler de partition de A
E) Faux

QRU 7 : A

A) Vrai : comme il y a **remise**, le nombre de carte reste inchangé d'un tirage à un autre, on effectue donc 4 fois la **même opération** ; à chaque tirage, il y a 4 chances sur 52 de tirer une reine d'où $4^4/52^4$ (4 tirages)
B) Faux : il s'agit de la probabilité de tirer une reine pour un **unique** tirage
C) Faux : formule absurde
D) Faux : la factorielle n'a rien à faire ici puisque le nombre de reines dans le jeu reste **constant**
E) Faux

<u>QRU 8</u> : B

A) <u>Faux</u> : le $52!$ n'a aucun sens ici
B) <u>Vrai</u> : au départ, la probabilité de tirer une reine vaut $4/52$, une fois la première reine tirée, la probabilité passe à $3/51$, puis $2/50$ et finalement $1/49$; on a le produit $(4/52) \times (3/51) \times (2/50) \times (1/49)$, soit $4!/(52 \times 51 \times 50 \times 49)$
C) <u>Faux</u> : cette formule aurait été vraie si, à chaque reine tirée, on ajoutait une carte **non reine** dans le jeu de base
D) <u>Faux</u> : cette formule aurait été vraie si, à chaque reine tirée, on la **redéposait** dans le jeu de base ET qu'on enlevait une carte **non reine** de ce même jeu (assez bizarre comme processus)
E) <u>Faux</u>

<u>QRU 9</u> : C

A) <u>Faux</u> : c'est juste le résultat du produit $4 \times 3 \times 2$, ce qui n'a aucune interprétation utile ici
B) <u>Faux</u> : ce résultat aurait été correct si tous les vêtements étaient considérés **identiques** entre eux
C) <u>Vrai</u> : dans chaque boîte, on réalise une **permutation** de vêtements ; il y a $4!$ (24) façons de ranger les t-shirts, $3!$ (6) façons de ranger les pulls et $2!$ (2) façons de ranger les pantalons, ce qui nous donne finalement $4! \times 3! \times 2!$ (288) façons de ranger les vêtements de manière globale
D) <u>Faux</u> : réponse un peu farfelue
E) <u>Faux</u>

<u>QRU 10</u> : A

A) <u>Vrai</u> : texto cours
B) <u>Faux</u> : c'est la formule du nombre de **combinaisons**
C) <u>Faux</u> : il manque les **factorielles** au dénominateur
D) <u>Faux</u> : c'est la formule du nombre d'**arrangements sans répétition**
E) <u>Faux</u>

<u>QRU 11</u> : E

A) <u>Faux</u> : la première partie de la phrase est juste, mais la fin est incorrecte ; un phénomène aléatoire repose sur le **hasard** et non sur des **lois physiques** (ça c'est pour les phénomènes **déterministes**)
B) <u>Faux</u> : un événement élémentaire est vérifié par une **unique** issue
C) <u>Faux</u> : un événement impossible est tout simplement **irréalisable** ($P(A) = 0$)
D) <u>Faux</u> : un événement certain se réalise **toujours** ($P(A) = 1$)
E) <u>Vrai</u>

<u>QRU 12</u> : C

A) <u>Faux</u> : attention, ce n'est pas « formule de **cible** », mais « formule de **crible** »
B) <u>Faux</u> : j'ai inversé $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$; la formule correcte est donc $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; cette formule est juste, mais ce n'est pas la formule des probabilités totales
C) <u>Vrai</u> : texto cours (encore mdrrr)
D) <u>Faux</u> : la formule de Poincaré est adaptée aux **petites valeurs** de n
E) <u>Faux</u>

<u>QRU 13</u> : A

A) <u>Vrai</u> : le dénominateur est identique pour les 5 propositions, on s'intéresse donc uniquement au numérateur ; on doit tirer une EX parmi les 10 *(combinaison de 1 élément parmi 10 éléments :* $\mathbf{10}$ ***tirages possibles****)*, une AR parmi les 3 *(combinaison de 1 élément parmi 3 éléments :* $\mathbf{3}$ ***tirages possibles****)* et une ultra-rare parmi les 2 *(combinaison de 1 élément parmi 2 éléments :* $\mathbf{2}$ ***tirages possibles****)*, ce qui nous donne $10 \times 3 \times 2 = \mathbf{60}$ **tirages possibles**
B) <u>Faux</u>
C) <u>Faux</u>
D) <u>Faux</u>
E) <u>Faux</u>

<u>QRU 14</u> : E

A) <u>Faux</u> : la formule correcte est $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
B) <u>Faux</u> : le résultat correct est $P(A \cap B) = 0$
C) <u>Faux</u> : cf. A
D) <u>Faux</u> : cf. B
E) <u>Vrai</u>

QRU 15 : D

A) Faux : la probabilité d'un événement est **toujours** comprise entre 0 et 1
B) Faux : la somme des probabilités de tous les événements est **toujours** égale à 1
C) Faux : comme « pile » et « face » sont les 2 seules issues considérées, on a la relation $P(\text{face}) + P(\text{pile}) = 1$; on a donc $P(\text{pile}) = 1 - P(\text{face}) = 1 - 5/9 = 4/9$
D) Vrai : texto cours
E) Faux