Correction du DM n°3 : Probabilités conditionnelles

1/	A	**2/**	B	**3/**	C	**4/**	D	**5/**	A
6/	A	**7/**	C	**8/**	A	**9/**	B	**10/**	D

QRU 1 : A

A) Vrai : on note A l'événement d'intérêt ; pour vérifier A, il faut que le médecin tire 3 fois d'affilée un patient qui n'est pas atteint de cryptorchidie, puis un patient atteint de cryptorchidie ; comme il n'y a pas de remise, on se retrouve avec $P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{6\times5\times4\times4}{10\times9\times8\times7} = \frac{2}{3\times7} = \frac{2}{21}$
B) Faux
C) Faux
D) Faux
E) Faux

QRU 2 : B

A) Faux
B) Vrai : on note B l'événement d'intérêt ; pour vérifier B, il faut que le médecin tire 4 fois d'affilée un patient atteint de cryptorchidie, c'est-à dire tous les cryptorchide (ici c'est simple) ; comme il n'y a toujours pas de remise, on se retrouve avec $P(B) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{4\times3\times2\times1}{10\times9\times8\times7} = \frac{1}{5\times3\times2\times7} = \frac{1}{210}$
C) Faux
D) Faux
E) Faux

QRU 3 : C

A) Faux
B) Faux
C) Vrai : on note $I = "infirmier"$ et $H = "homme"$; on cherche $P(I \cap H)$ et, à partir du théorème de la multiplication, on trouve $P(I \cap H) = P(I) \times P_I(H) = \frac{10}{15} \times \frac{4}{10} = \frac{4}{15}$
D) Faux
E) Faux

QRU 4 : D

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Vrai : on note $M = "medecin"$ et $F = "femme"$; on cherche $P(F)$ et, à partir du théorème des probabilités totales et du théorème de la multiplication, on trouve $P(F) = P(I \cap F) + P(M \cap F) = P(I) \times P_I(F) + P(M) \times P_M(F)$, ce qui nous permet d'obtenir $P(F) = \frac{10}{15} \times \frac{6}{10} + \frac{5}{15} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} + \frac{3}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$
E) Faux

QRU 5 : A

A) Vrai : on cherche $P_H(M)$ et, à partir du théorème de Bayes, on trouve $P_H(M) = \frac{P(M)\times P_M(H)}{P(M)\times P_M(H)+P(I)\times P_I(H)}$, ce qui nous permet d'obtenir $P_H(M) = \frac{\frac{5}{15}\times\frac{2}{5}}{\frac{5}{15}\times\frac{2}{5}+\frac{10}{15}\times\frac{4}{10}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{15}+\frac{4}{15}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{6}{15}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
B) Faux
C) Faux
D) Faux
E) Faux

QRU 6 : A

A) Vrai : on note $M = "malade"$ et $T = "test\ positif"$; on cherche $P(T)$ et, à partir du théorème des probabilités totales et du théorème de la multiplication, on trouve $P(T) = P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T) = P(M) \times P_M(T) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(T)$, ce qui nous permet d'obtenir $P(T) = \frac{1}{1000} \times \frac{9}{10} + \frac{999}{1000} \times \frac{1}{10} = \frac{9}{10000} + \frac{999}{1000} = \frac{1008}{10000} = 0{,}1008$, soit $10{,}08\%$
B) Faux
C) Faux
D) Faux
E) Faux

QRU 7 : C

A) Faux
B) Faux
C) Vrai : on cherche $P_T(M)$ et, à partir du théorème de Bayes, on trouve $P_T(M) = \frac{P(M)\times P_M(T)}{P(M)\times P_M(T)+P(\overline{M})\times P_{\overline{M}}(T)}$, ce qui nous permet d'obtenir $P_T(M) = \frac{\frac{1}{1000}\times\frac{9}{10}}{\frac{1}{1000}\times\frac{9}{10}+\frac{999}{1000}\times\frac{1}{10}} = \frac{\frac{9}{10000}}{\frac{9}{10000}+\frac{999}{10000}} = \frac{\frac{9}{10000}}{\frac{100}{10000}} = \frac{9}{1008} \approx \frac{10}{10}$, soit environ 1%
D) Faux
E) Faux

QRU 8 : A

A) Vrai : on cherche $P_{\bar{T}}(\overline{M})$ et, à partir du théorème de Bayes, on trouve $P_{\bar{T}}(\overline{M}) = \frac{P(\overline{M})\times P_{\overline{M}}(\bar{T})}{P(\overline{M})\times P_{\overline{M}}(\bar{T})+P(M)\times P_M(\bar{T})}$, ce qui nous permet d'obtenir $P_{\bar{T}}(\overline{M}) = \frac{\frac{999}{1000}\times\frac{9}{10}}{\frac{999}{1000}\times\frac{9}{10}+\frac{1}{1000}\times\frac{1}{10}} = \frac{\frac{8991}{10000}}{\frac{8991}{10000}+\frac{1}{10000}} = \frac{\frac{8991}{10000}}{\frac{8992}{10000}} = \frac{8991}{8992} \approx 0{,}9999$, soit environ 99,99%
B) Faux
C) Faux
D) Faux
E) Faux

QRU 9 : B

A) Faux
B) Vrai : comme les 3 maladies sont supposées indépendantes, on a $P(H \cap I \cap A) = P(H) \times P(I) \times P(A)$, ce qui nous permet d'obtenir $P(H \cap I \cap A) = 0{,}8 \times 0{,}6 \times 0{,}5 = 0{,}24$, soit 24%
C) Faux
D) Faux
E) Faux

QRU 10 : D

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Vrai : le fait que les 3 maladies soient supposées indépendantes implique que leurs événements contraires sont également indépendants, d'où $P(\overline{H} \cap \bar{I} \cap \bar{A}) = P(\overline{H}) \times P(\bar{I}) \times P(\bar{A}) = 0{,}2 \times 0{,}4 \times 0{,}5 = 0{,}04$, soit 4%
E) Faux