



Correction du DM compilé variables aléatoires

1/	A	2/	E	3/	B	4/	D	5/	B
6/	C	7/	A	8/	A	9/	B	10/	A
11/	D	12/	C	13/	B	14/	D	15/	A
16/	C	17/	E	18/	B	19/	B	20/	D
21/	A	22/	B	23/	A	24/	A	25/	E
26/	D	27/	CD	28/	C	29/	ABCD	30/	A
31/	C	32/	B	33/	A	34/	E	35/	C
36/	A	37/	D	38/	D	39/	B	40/	B
41/	C	42/	B	43/	C	44/	/	45/	/

QRU 1 : A

- A) Vrai
- B) Faux : la moyenne d'une loi de Bernoulli est égale à p
- C) Faux : elle est égale à 0,5 (comme le succès d'ailleurs)
- D) Faux : ça aurait été vrai si j'avais dit la variance
- E) Faux

QRU 2 : E

- A) Faux : ça c'est les conditions pour approximer une loi binomiale en loi de Poisson
- B) Faux : de moyenne lambda, et d'écart-type racine de lambda
- C) Faux : on utilise la loi hypergéométrique à la place de la binomiale
- D) Faux : c'est techniquement vrai sauf que j'ai inversé "n" et "p" → si n est grand et si p n'est pas trop proche de 0 ou de 1, alors la loi binomiale tend vers la loi normale
- E) Vrai

QRU 3 : B

- A) Faux : c'est bien vrai car, d'une part, on est face à une loi géométrique : on répète des épreuves de Bernoulli (tirer les cartes dans un booster) jusqu'à l'obtention du succès (trouver Mega Rayquaza EX); et d'autre part, le paramètre est la probabilité p qui ici est égale à $3/150 = 0,02$
- B) Vrai : on utilise pas de loi binomiale ici
- C) Faux : c'est vrai, c'est bien la formule de probabilité de la loi géométrique
- D) Faux : envoyez lui de la force
- E) Faux

QRU 4 : D

- A) Faux
- B) Faux
- C) Faux
- D) Vrai : c'est le modèle classique d'une loi binomiale → n épreuves de Bernoulli (prendre le mdc et voir si on a une réaction allergique (on fait comme si c'était dû au hasard)), indépendantes et identiques, avec 2 issues (réaction allergique ou pas). Puis on cherche la proba d'avoir k succès parmi n, soit 5 succès (=réaction allergique) parmi 150 patients, sachant que la proba est fixe et égale à 0,02 (2%)
- E) Faux

QRU 5 : B

- A) Faux : elle suit une loi de Poisson !
- B) Vrai : ++ c'est le principe de la loi exponentielle
- C) Faux : dans la formule, k = 3, sauf que ce n'est pas la probabilité qu'on recherche ! La proba qu'on recherche, c'est celle d'un vol par mois, donc k = 1
- D) Faux : c'est la formule de la loi binomiale mais du coup elle ne s'applique pas ici
- E) Faux

QRU 6 : C

- A) Faux : ici la proba demandé concerne le TEMPS entre 2 consultations de patients, donc on utilise une loi exponentielle
- B) Faux : pas de loi uniforme ici
- C) Vrai : c'est bien une loi exponentielle (TEMPS entre deux évènements consécutifs) et le paramètre est bien le taux lambda de 6 (nombre de patients par heure)
- D) Faux : c'est vrai lorsque $\lambda > 25$, ce qui n'est pas le cas ici
- E) Faux : votre chef de service est évidemment très sain d'esprit mais ce n'est pas la bonne probabilité

QRU 7 : A

- A) Vrai : on utilise bien une loi uniforme ici ! On est dans la situation où tout est équiprobable dans un certain intervalle de temps (ici, la probabilité est la même que la batterie se dégrade entre 1000 et 2000h d'utilisation). La moyenne est égale à $(a+b)/2$ donc $(1000+2000)/2 = 1500$ heures
- B) Faux
- C) Faux : la fonction exponentielle c'est pour la loi exponentielle. La densité de probabilité dans cette situation va être une simple droite (cf la représentation graphique de la loi uniforme dans le cours)
- D) Faux
- E) Faux

QRU 8 : A

- A) Vrai : situation-type d'une loi géométrique → on est face à une épreuve de Bernoulli (tirer une carte au hasard, et notre succès est d'avoir une paire d'As) qu'on répète jusqu'à un certain point (on joue jusqu'à tomber sur cette paire d'As puis on mise tout et c'est fini)
- B) Faux : bien qu'on soit face à des épreuves de Bernoulli, ce n'est pas une loi binomiale (la loi binomiale on aurait eu l'information de "combien de fois répète-t-on l'épreuve ?"; ici on ne sait pas on sait juste qu'on répète jusqu'à atteindre notre succès)
- C) Faux
- D) Faux : pas continue, il suffit de regarder les issues de l'épreuve : des cartes (c'est un résultat discret) + on a dit qu'on utilisait une loi géométrique donc loi discrète
- E) Faux

QRU 9 : B

- A) Faux : cf B
- B) Vrai : on est bien face à une loi binomiale (on "répète" des balades dans le quartier et on cherche la proba d'obtenir un succès qui ici est de croiser une voiture jaune). La probabilité nous est déjà donnée ($p=0,08$) maintenant on cherche à savoir n. Comme on nous parle d'un trajet qui dure 20 minutes, et qu'on est sorti en tout 1h soit $3 * 20$ minutes, c'est comme si on avait fait 3 trajets donc $n = 3$
- C) Faux : si on avait voulu calculer la proba, on aurait pris la formule de la loi binomiale dans laquelle on aurait remplacé les données par celles évoquées dans l'item B et $k=2$ (on aurait trouvé environ 0,0177)
- D) Faux
- E) Faux

QRU 10 : A

- A) Vrai
- B) Faux : ça c'est la fonction de répartition +++
- C) Faux : ça c'est une VA continue +++
- D) Faux : elle est égale à 1
- E) Faux

QRU 11 : D

- A) Faux : $\mu=np$ (ou $\mu=nD/N$) dans la loi hypergéométrique
- B) Faux : $\mu=\sigma^2=\lambda$ pour la loi de Poisson
- C) Faux : c'est la moyenne qui est égale à np, la variance c'est npq
- D) Vrai
- E) Faux

QRU 12 : C

- A) Faux
- B) Faux
- C) Vrai : ici on est face à une loi binomiale → on cherche la probabilité d'avoir 20 succès (avec un succès = répondre juste à une question). La probabilité de répondre juste à une question est de 0,2 (car il y a 5 réponses possibles donc $1/5$). On cherche la proba d'avoir la moyenne, soit 20 réponses justes donc 20 succès, d'où la réponse C !
- D) Faux
- E) Faux

QRU 13 : B

- A) Faux : les conditions sont bonnes mais c'est la loi binomiale qu'on approxime en loi de Poisson !
- B) Vrai
- C) Faux : attention à la formule ++ une loi normale centrée réduite est de la forme $Y = (X - m) / s$
- D) Faux : si le taux de sondage est supérieur à 0,1, alors c'est la loi binomiale qu'on approxime en loi hypergéométrique pas l'inverse ++
- E) Faux

QRU 14 : D

- A) Faux : 68%
- B) Faux : 95%
- C) Faux : 99,9%
- D) Vrai
- E) Faux

QRU 15 : A

- A) Vrai : c'est bien une loi géométrique ici car on va jusqu'au premier succès (= trouver un galet en forme de coeur) après avoir "répété plusieurs essais" (un essai étant de parcourir 100 mètres et voir si on trouve un galet coeur). De plus, la proba est bien de $1/250$
- B) Faux : pas de loi binomiale ici
- C) Faux : on ne parle pas d'approximation de la loi géométrique dans le cours
- D) Faux : attention la puissance est fautive ! c'est $0,004 * 0,996^2$
- E) Faux

QRU 16 : C

- A) Faux : comme on parle du nombre d'évènements qui surviennent dans un intervalle de temps, c'est la loi de Poisson et non la loi exponentielle (qui concerne le temps entre 2 évènements consécutifs)
- B) Faux : rien à voir avec la loi géométrique (qui s'applique à la répétition d'épreuves de Bernoulli jusqu'à l'obtention d'un succès)
- C) Vrai
- D) Faux : 240 patients par an, ça fait 20 patients par mois ($240/12$), donc $\lambda = 20$
- E) Faux

QRU 17 : E

- A) Faux : pour toute VA, la fonction de répartition est cumulative, monotone et croissante; elle est continue uniquement pour les VA continues
- B) Faux : ça c'est la fonction de répartition, pas de distribution
- C) Faux : elle est continue, pas en escaliers
- D) Faux : elle est en escaliers, pas continue
- E) Vrai

QRU 18 : B

- A) Faux : 0,006 est la probabilité; la moyenne d'une loi hypergéométrique est $\mu=np$ donc ici $0,006 * 500 = 3$
- B) Vrai
- C) Faux : on utilise une loi hypergéométrique
- D) Faux
- E) Faux

QRU 19 : B

- A) Faux : pas de loi exponentielle ici (la loi est donnée dans l'énoncé)
- B) Vrai
- C) Faux : les conditions ne sont pas remplies ($\lambda=9$)
- D) Faux : cf B
- E) Faux

QRU 20 : D

- A) Faux
 B) Faux
 C) Faux

D) Vrai : on est face à une loi de Poisson avec un taux $\lambda = 3$ appels / minute. La question posée concerne non pas 1 minute mais 5 minutes, il faut donc convertir ce taux lambda sur 5 minutes soit $3 * 5 = 15$. Ensuite, il suffit d'utiliser la formule de la loi de Poisson $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ pour calculer la probabilité : comme on nous demande la proba de ne

recevoir aucun appel, on calcule avec $k = 0$, soit $P(X = 0) = \frac{15^0 e^{-15}}{0!} = \frac{1 \times e^{-15}}{1} = e^{-15}$

- E) Faux

QRU 21 : A

A) Vrai : la proba suit ici une loi binomiale de formule $P(X = k) = C_n^k \times p^k \times q^{n-k}$.

Il faut simplement remplacer avec les données de l'énoncé, soit $k = 8$ (car on cherche la proba de tomber sur 8 malades), $n = 150$ (c'est la taille de notre échantillon) et $p = 0,5\% = 0,005$ (attention aux % !)

- B) Faux
 C) Faux
 D) Faux
 E) Faux

QRU 22 : B

A) Faux

B) Vrai : la variance d'une loi géométrique est $\sigma^2 = \frac{1-p}{p^2}$ soit avec $p = 0,2$ $\sigma^2 = \frac{1-0,2}{0,2^2} = \frac{0,8}{0,04} = 20$

- C) Faux
 D) Faux
 E) Faux

QRU 23 : A

A) Vrai : premièrement, on doit utiliser une loi de Poisson dont on nous donne le taux $\lambda = 12$ erreurs / mois. Attention cependant, on ne nous demande pas un certain nombre d'erreurs par mois mais pour 5 jours. Il faut donc ramener le taux λ à une unité de 5 jours et pas 30 jours (=1 mois). Comme $5 = 30 / 6$, il nous suffit de diviser le λ de départ par 6, d'où $\lambda = 2$ erreurs / 5 jours. Il ne nous reste plus qu'à trouver k , c'est-à-dire le nombre de succès dont on souhaite trouver la probabilité, ici la probabilité d'avoir 3 erreurs (donc $k = 3$). On trouve donc finalement, en remplaçant dans la formule de la loi de Poisson : $P(k = 3) = \frac{2^3 e^{-2}}{3!} = \frac{8e^{-2}}{6} = \frac{4}{3} e^{-2}$ et comme on estime que $e^{-2} = 0,15$ alors $\frac{4 \times 0,15}{3} = \frac{0,6}{3} = 0,2$

- B) Faux
 C) Faux
 D) Faux
 E) Faux

QRU 24 : A**Valeurs limites importantes à savoir**

- ▶ il y a 10 chances sur 100 pour que $X < \mu - 1,65\sigma$ ou $X > \mu + 1,65\sigma$
- ▶ il y a 5 chances sur 100 pour que $X < \mu - 1,96\sigma$ ou $X > \mu + 1,96\sigma$
- ▶ il y a 1 chance sur 100 pour que $X < \mu - 2,58\sigma$ ou $X > \mu + 2,58\sigma$
- ▶ il y a 1 chance sur 1000 pour que $X < \mu - 3,30\sigma$ ou $X > \mu + 3,30\sigma$

QRU 25 : E

- A) Faux
 B) Faux
 C) Faux
 D) Faux
 E) Vrai

QRU 26 : D

- A) Faux
 B) Faux
 C) Faux
 D) Vrai
 E) Faux

QCM 27 : CD

- A) Faux
- B) Faux
- C) Vrai
- D) Vrai
- E) Faux

QRU 28 : C

- A) Faux
- B) Faux
- C) Vrai
- D) Faux
- E) Faux

QRU 29 : ABCD

- A) Vrai
- B) Vrai
- C) Vrai
- D) Vrai
- E) Faux

QRU 30 : A

- A) Vrai
- B) Faux
- C) Faux
- D) Faux
- E) Faux

QRU 31 : C

- A) Faux
- B) Faux
- C) Vrai
- D) Faux
- E) Faux

QRU 32 : B

- A) Faux
- B) Vrai
- C) Faux
- D) Faux
- E) Faux

QRU 33 (10) : A

- A) Vrai
- B) Faux
- C) Faux
- D) Faux
- E) Faux

QRU 34 (8) : E

- A) Faux
- B) Faux
- C) Faux
- D) Faux
- E) Vrai

QRU 35 : C

- A) Faux : c'est ça pour une variable aléatoire **discrète**
- B) Faux : la moyenne est un indicateur de **position**; les indicateurs de dispersion sont l'écart-type et la variance
- C) Vrai
- D) Faux : l'espérance est synonyme de **moyenne**
- E) Faux

QRU 36 : A

- A) Vrai
- B) Faux : la limite supérieure (x qui tend vers + l'infini) est 1; 0 c'est la limite inférieure (x qui tend vers - l'infini)
- C) Faux : c'est la définition de la fonction de **répartition**, on ne confond pas !!
- D) Faux : la fonction en escaliers c'est pour les VA **discrètes**
- E) Faux

QRU 37 : D

- A) Faux : la loi de Bernoulli s'utilise lorsqu'on a qu'une seule épreuve de Bernoulli
- B) Faux : elle est égale à lambda
- C) Faux : ça c'est pour la loi **géométrique** !
- D) Vrai
- E) Faux

QRU 38 : D

- A) Faux : pas de loi de Bernoulli ici
- B) Faux : le taux lambda n'est pas égal à 2; pour le calculer; il faut trouver le nombre de patients venant pour fracture du MI en **1 heure**, donc $20/4 = 5 = \lambda$
- C) Faux : le paramètre est bon mais ce n'est pas une loi exponentielle, c'est une **loi de Poisson** qu'on utilise ! On cherche le nombre d'évènements survenant dans un intervalle de temps (ici 1h)
- D) Vrai : c'est la formule de la loi de Poisson. Attention, j'aurais pu directement mettre « 25 » à la place de « 5^2 » et « 2 » à la place de « 2! »
- E) Faux

QRU 39 : B

- A) Faux : la moyenne est bien juste pour une loi géométrique ($1/p$ soit ici $1/0,4 = 2,5$) sauf que cette probabilité ne suit pas de loi géométrique !
- B) Vrai : c'est bien une loi binomiale ici —> on répète des épreuves de Bernoulli (2 fois) et on cherche la proba d'avoir notre succès. La moyenne d'une loi de Bernoulli est égale à np , ici $p = 4/10$ et $n = 2$ donc $\mu = 0,8$
- C) Faux
- D) Faux
- E) Faux

QRU 40 : B

- A) Faux : ça c'est la proba de voir 1 patient par heure (avec $k = 1$ donc)
- B) Vrai
- C) Faux : pas de loi uniforme
- D) Faux : c'est bien une loi de Poisson cependant c'est la mauvaise variance. Elle est égale à **1,6** pas 2,56
- E) Faux

QRU 41 : C

- A) Faux : là j'ai calculé avec la formule d'une loi géométrique. C'est donc faux
- B) Faux : pareil j'ai tout whippin y a des bouts qui viennent de la formule de Bernoulli
- C) Vrai : on utilise bien une loi binomiale ici et ce sont les bons paramètres issus de l'énoncé. Attention à ne pas se faire avoir par le "3 malades seulement", ça c'est une condition (k plus précisément) si on veut calculer une proba mais la loi ses paramètres c'est $n = 10$ et $p = 0,8$!
- D) Faux : ça concerne pas la loi géométrique
- E) Faux

QRU 42 : B

- A) Faux : c'est pour une VA discrète
- B) Vrai
- C) Faux : la courbe de Gauss c'est pour la loi normale
- D) Faux : c'est l'inverse → centrée autour de la moyenne et réduite par l'écart-type
- E) Faux

QRU 43 : C

- A) Faux : la combinaison du dénominateur et la première combinaison du numérateur sont inversées
- B) Faux : ce n'est pas une loi de Poisson mais une loi hypergéométrique avec : $k = 10$, $n = 100$, $N = 500$ et $D = 20$
- C) Vrai : $p = 20/500 = 0,04$ et on sait que la moyenne d'une loi hypergéométrique est égale à np soit $100 * 0,04 = 4$
- D) Faux
- E) Faux