

DM Annales : Variables aléatoires et lois de probabilité

Tutorat 2025-2026 : 25 QRUS – Durée : 25 min



QRU 1 (2024/2025) : Une variable aléatoire suit une loi binomiale avec $n = 20$ essais et une probabilité de succès de 0,5 par essai. Quelle est l'espérance mathématique de cette variable ?

- A) 10
- B) 5
- C) 0,5
- D) 15
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 2 (2024/2025) : Un chercheur observe que le nombre de mutations génétiques dans une cellule suit une loi de Poisson. Quel type d'évènements modélise cette loi ?

- A) Des évènements rares et indépendants sur un intervalle de temps ou d'espace
- B) Des valeurs continues réparties normalement
- C) Des échantillons de tailles fixes
- D) Des essais binaires répétés
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 3 (2024/2025) : Un pharmacien analyse le nombre d'effets secondaires observés par jour après l'introduction d'un nouveau médicament. Il analyse la distribution de ce nombre journalier d'effets secondaires. Il trouve que l'espérance est égale à la variance qui est égale à 2,5. Quel est le nombre moyen d'effets secondaires par jour ?

- A) 2,5
- B) 5
- C) 1,25
- D) 10
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 4 (2024/2025) : X est une variable aléatoire qui suit une loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$. Quelle est la probabilité que X soit compris entre -1 et 1 ?

- A) 50%
- B) 68%
- C) 95%
- D) 99,7%
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 5 (2024/2025) : X est une variable aléatoire qui suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Quelle transformation parmi les suivantes permet d'obtenir une nouvelle variable aléatoire Z qui suit une loi normale centrée réduite ?

- A) $Z = X - \mu$
- B) $Z = (X - \mu) / \sigma$
- C) $Z = X / \sigma$
- D) $Z = (X * \sigma) + \mu$
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 6 (2024/2025) : Laquelle de ces propositions est vraie pour toute loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$?

- A) Elle est toujours asymétrique
- B) Son espérance est différente de sa médiane
- C) Elle est symétrique par rapport à sa moyenne
- D) Son écart-type est toujours égal à 1
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 7 (2023/2024) : On considère la loi normale ou loi de Gauss. On désigne par m la moyenne et par s l'écart-type. On s'intéresse aux différents intervalles de confiance de la moyenne. Quelle est la proposition exacte parmi les suivantes ?

- A) $[m-s ; m+s]$ contient 50% de la population
- B) $[m-1,96s ; m+1,96s]$ contient 68,2% de la population
- C) $[m-2,6s ; m+2,6s]$ contient plus de 90% de la population
- D) $[m-2,6s ; m+2,6s]$ contient moins de 90% de la population
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 8 (2023/2024) : Un contrôle mensuel du bon état des instruments chirurgicaux est effectué dans chaque bloc opératoire de l'hôpital. Lors du dernier contrôle portant sur un lot de 100 instruments, 4 sont retrouvés défectueux. Durant le mois précédant le contrôle, 100 interventions différentes indépendantes ont été réalisées. A chaque intervention, le chirurgien n'a utilisé qu'un seul des 100 instruments du lot contrôlé. La probabilité pour que le chirurgien n'ait utilisé aucun instrument défectueux durant cette période :

- A) est égale à $0,04^{100}$
- B) est égale à $1 - 0,96^{100}$
- C) est égale à $0,96^{100}$
- D) est donnée par la loi de Poisson de paramètre $\lambda = 100 \times 0,04$
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 9 (2023/2024) : Dans une grande ville, il y a en moyenne 156 homicides par an. La probabilité d'observer plus de 4 homicides par semaine est donnée par :

- A) La loi binomiale de paramètres ($n=156, p=0,026$)
- B) La loi de Poisson de paramètre $\lambda=3$
- C) La loi de Poisson de paramètre $\lambda=4$
- D) La loi normale de paramètres ($\mu=156, \sigma^2=4$)
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 10 (2023/2024) : Après une intervention chirurgicale, le risque d'infection est de 5%. Le service de chirurgie réalise 1000 interventions par an. La probabilité d'observer 50 complications sur l'année :

- A) Est donnée par une loi binomiale de paramètres ($n = 50 ; p = 0,05$)
- B) Peut être approximée par une loi normale de moyenne 50 et de variance 47,5
- C) Est donnée par une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 47,5$
- D) Ne peut pas être calculée avec les données de l'énoncé
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 11 (2023) : Concernant la loi exponentielle, quelle est la proposition exacte parmi les suivantes ?

- A) L'espérance et la variance d'une variable aléatoire distribuée selon une loi exponentielle sont égales
- B) La fonction de densité est telle que $f(x)$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers 0
- C) On ne peut pas déterminer une fonction de répartition pour la loi exponentielle
- D) On démontre que si un évènement suit une loi de Poisson de paramètre λ , alors le temps entre deux réalisations consécutives de l'évènement considéré est distribué selon une loi exponentielle de paramètre $e^{-\lambda}$
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 12 (2023) : Le nombre de patients se présentant chez un médecin généraliste sur une journée de 8h est en moyenne de 20. En considérant que le nombre de personnes se présentant par heure est une variable aléatoire qui suit une loi de Poisson, quelle est l'espérance de X ?

- A) 0,05
- B) 8
- C) 3,75
- D) 2,5
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

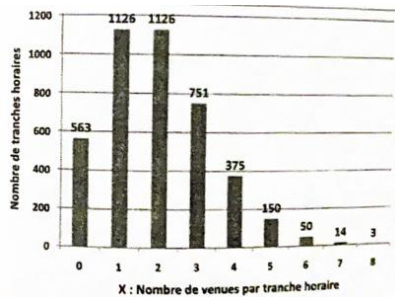
QRU 13 (2021) : Concernant la loi normale, quelle est la proposition exacte parmi les suivantes ?

- A) La loi normale peut être utilisée pour l'étude des variables ordinales codées numériquement
- B) La loi normale peut être utilisée pour l'étude des variables discrètes ou discontinues
- C) La fonction de densité de probabilité d'une loi normale est toujours une courbe symétrique
- D) La moyenne μ d'une variable qui suit une loi normale centrée réduite est égale à 1
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 14 (2021) : On admet dans cet exercice que la glycémie à jeun exprimée en mmol/L est distribuée selon une loi normale de moyenne 10 et de variance 4 chez les diabétiques. On veut définir un intervalle, symétrique autour de 10, contenant la valeur de la glycémie de 95% des diabétiques. Quelle est la proposition exacte parmi les suivantes :

- A) Pour le calculer, on doit supposer qu'il y a au moins 30 individus diabétiques
- B) Pour le calculer, on doit tracer un histogramme des valeurs observées
- C) L'intervalle est approximativement [6 ; 14]
- D) L'intervalle est approximativement [9,6 ; 10,4]
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 15 (2021) : Vous êtes chargés d'évaluer le recrutement du service des urgences de votre établissement. Pour cela, vous décidez de comptabiliser le nombre d'arrivées de patients chaque jour et par tranche horaire. Vous faites l'enquête sur plusieurs mois. Une fois la période écoulée vous comptez le nombre total de venues par tranche horaire (4158 tranches horaires sont analysées). Soit X la variable aléatoire « nombre de venues par tranche horaire ». Vous tracez l'histogramme ci-dessous qui donne le nombre de tranches horaires avec 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ou 8 venues. Vous calculez l'espérance et la variance de cette variable et vous trouvez que $E(X) = \text{Var}(X) = 2$.

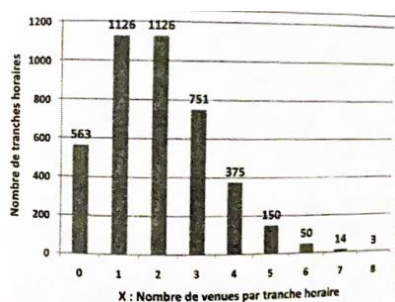


- A) La variable X « nombre de venues par tranche horaire » est une variable aléatoire ordinale
- B) La probabilité d'avoir au moins 1 patient par tranche horaire est égale à $(563 + 1126) / 4158$
- C) La loi de distribution de probabilité de X est la loi exponentielle $f(x) = 2e^{-2x}$ pour $x \geq 0$
- D) Le temps moyen écoulé entre deux venues consécutives peut être estimé à 30 minutes
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 16 (2021) : Concernant la loi normale centrée réduite, quelle est la proposition exacte parmi les suivantes ?

- A) Elle est appelée la loi des événements rares
- B) Ses paramètres sont toujours $\mu = 0$ et $\sigma^2 = 1$
- C) Lorsqu'on considère l'intervalle $[\mu - 1,96 \sigma ; \mu + 1,96 \sigma]$, on comptabilise environ 68% des individus d'une population
- D) Lorsqu'on considère l'intervalle $[\mu - 2,6 \sigma ; \mu + 2,6 \sigma]$, on comptabilise environ 95% des individus d'une population
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 17 (2020) : Vous êtes chargés d'évaluer le recrutement du service des urgences de votre établissement. Pour cela, vous décidez de comptabiliser le nombre d'arrivées de patients chaque jour et par tranche horaire. Vous faites l'enquête sur plusieurs mois. Une fois la période écoulée vous comptez le nombre total de venues par tranche horaire (4158 tranches horaires sont analysées). Soit X la variable aléatoire « nombre de venues par tranche horaire ». Vous tracez l'histogramme ci-dessous qui donne le nombre de tranches horaires avec 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ou 8 venues. Vous calculez l'espérance et la variance de cette variable et vous trouvez que $E(X) = \text{Var}(X) = 2$.



- A) La variable X « nombre de venues par tranche horaire » est une variable aléatoire continue
- B) La loi de distribution de probabilité de X est une loi normale de paramètres $(\mu = 2 ; \sigma = 2)$
- C) La loi de distribution de probabilité de X est une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$
- D) Le temps moyen écoulé entre deux venues consécutives est de 2h
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 18 (2020) : Concernant l'interprétation d'une loi de distribution de probabilités normale de paramètre (μ, σ) , quelle est la proposition exacte parmi les suivantes ?

- A) Lorsqu'on considère l'intervalle $[\mu - \sigma ; \mu + \sigma]$, on comptabilise environ 50% des individus d'une population
- B) Lorsqu'on considère l'intervalle $[\mu - \sigma ; \mu + \sigma]$, on comptabilise environ 95% des individus d'une population
- C) Lorsqu'on considère l'intervalle $[\mu - 2,6 \sigma ; \mu + 2,6 \sigma]$, on comptabilise environ 68% des individus d'une population
- D) Lorsqu'on considère l'intervalle $[\mu - 2,6 \sigma ; \mu + 2,6 \sigma]$, on comptabilise environ 95% des individus d'une population
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 19 (2019) : Le nombre moyen de personnes se présentant par heure à la consultation d'un médecin généraliste est égal à 3. Sur une semaine de 5 jours de travail, à raison de 6 heures de consultation par jour, quel est le temps durant lequel ce médecin ne va pas travailler ? (On donne $e^{-3} = 0,05$)

- A) 30 minutes
- B) 60 minutes
- C) 90 minutes
- D) 120 minutes
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 20 (2019) : Une étude est menée auprès de la population des génies scientifiques. Il s'avère que le QI moyen est de 150, avec un écart-type de 10. En supposant que la distribution du QI suit une loi normale, quelle est la proposition exacte parmi les suivantes ?

- A) Environ 95% de cette population a un QI compris entre 130 et 170
- B) Environ 90% de cette population a un QI compris entre 130 et 170
- C) Environ 5% de cette population a un QI inférieur à 130
- D) Environ 5% de cette population a un QI supérieur à 170
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 21 (2018) : Concernant la loi exponentielle, quelle est la proposition exacte parmi les suivantes ?

- A) L'espérance et la variance d'une variable aléatoire distribuée selon une loi exponentielle sont égales
- B) La fonction de densité est telle que $f(x)$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers 0
- C) On ne peut pas déterminer une fonction de répartition pour la loi exponentielle
- D) On démontre que si un évènement suit une loi de Poisson de paramètre λ , alors le temps entre deux réalisations consécutives de l'évènement considéré est distribué selon une loi exponentielle de paramètre $\sqrt{\lambda}$
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 22 (2018) : Chez l'adulte sain, on a observé que la concentration sanguine d'hémoglobine différait entre les hommes et les femmes. Le tableau ci-dessous précise la moyenne et l'écart-type de la concentration sanguine d'hémoglobine dans chacun des deux groupes. En admettant que la distribution des valeurs de concentration sanguine d'hémoglobine chez l'adulte sain suit une loi normale, quelle est la proposition exacte parmi les suivantes ?

	Moyenne	Ecart-type
Hommes	140	10
Femmes	130	10

- A) Moins de 5% des hommes ont une concentration d'hémoglobine inférieure à 130
- B) Plus de 20% des hommes ont une concentration d'hémoglobine supérieure à 150
- C) Approximativement 68,2% des femmes ont une concentration d'hémoglobine comprise entre 120 et 140
- D) Approximativement 1% des femmes ont une concentration d'hémoglobine supérieure à 160
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 23 (2017) : On s'intéresse à la conformité des proches de sang utilisées dans un hôpital. La probabilité pour une poche d'être non-conforme est égale à 0,05. On contrôle la conformité d'un nombre de poches égal à 300. La probabilité de n'avoir aucune poche non conforme parmi les 300 est égale à :

- A) 0,95
- B) $0,05^{300}$
- C) e^{-15} (en faisant l'approximation par la loi de Poisson)
- D) Les valeurs $n = 300$ et $p = 0,05$ ne permettent pas une approximation par la loi de Poisson
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 24 (2017) : [Énoncé des deux prochaines questions] On veut étudier la relation entre le délai d'apparition de l'effet d'un médicament et la concentration d'une protéine sanguine, liée à ce délai d'apparition. Pour cela on constitue un échantillon de 120 patients. Chez chacun d'eux on mesure d'abord la concentration de la protéine (variable C). Ensuite on administre le médicament. Puis on mesure le délai d'apparition (en mn) de son effet (variable D). Les observations effectuées ont permis de calculer les valeurs suivantes :

- Pour les délais : moyenne expérimentale $\mu_d = 75$ et écart type expérimental $s_d = 12$
- Pour les concentrations : moyenne expérimentale $\mu_c = 20$ et écart type expérimental $s_c = 6$

Concernant cette première étude :

- A) La variable D ne peut pas être considérée comme une variable aléatoire parce qu'elle dépend de la variable C
- B) La variable D ne peut pas être considérée comme une variable aléatoire parce qu'elle dépend du médicament
- C) La variable C est qualifiée de variable aléatoire quantitative continue
- D) La variable D est qualifiée de variable aléatoire quantitative discrète
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRU 25 (2017) : Si le délai est distribué selon une loi normale, quelle est approximativement la proportion attendue de patients pour lesquels le délai d'apparition de l'effet du médicament est supérieur à 72min ?

- A) 40%
- B) 48%
- C) 52%
- D) 60%
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

Intégrale $F(t)$ de la Loi Normale Centrée Réduite $\mathcal{N}(0; 1)$.

$$F(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

t	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916