Correction du DM Annales : Probabilités (PE + PC)

1/	E	**2/**	C	**3/**	B	**4/**	B	**5/**	C
6/	D	**7/**	D	**8/**	C	**9/**	C	**10/**	A
11/	C	**12/**	D	**13/**	A	**14/**	B	**15/**	A
16	A								

QRU 1 : E

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Faux
E) Vrai : on note $A = alcool$, $F = fumeur$; on cherche le nombre de personnes constituant l'ensemble $A \cup F$ donc on utilise la formule d'inclusion-exclusion, d'où $P(A \cup F) = \frac{50}{150} + \frac{80}{150} - \frac{35}{150} = \frac{95}{150}$; cela signifie que sur les 150 personnes, 95 sont des fumeurs ou consomment de l'alcool *; on n'était pas obligé de raisonner en probabilités, mais je préfère m'appuyer bêtement sur la formule du cours*

QRU 2 : C

A) Faux
B) Faux : cette proposition désigne $P(HD \cap S)$, ce qui ne correspond pas au taux de 35% *; attention, je l'ai bien indiqué dans ma fiche, il ne faut pas confondre probabilité d'intersection et probabilité conditionnelle*
C) Vrai : la formulation « parmi les HD, 35% de S » nous indique bien qu'il s'agit de la probabilité conditionnelle de S sachant HD, c'est-à-dire $P_{HD}(S)$ ou $P(S \mid HD)$
D) Faux
E) Faux

QRU 3 : B

A) Faux : d'après la formule de Bayes, $P_S(HD) = \frac{P(HD) \times P_{HD}(S)}{P(S)} = \frac{0{,}2 \times 0{,}35}{0{,}1} = \frac{0{,}07}{0{,}1} = 0{,}7$
B) Vrai : d'après le théorème de la multiplication, $P(S \cap HD) = P(S) \times P_S(HD) = 0{,}1 \times 0{,}7 = 0{,}07$ *; on pouvait aussi évidemment passer par $P(HD \cap S) = P(HD) \times P_{HD}(S) = 0{,}2 \times 0{,}35 = 0{,}07$ puisque $P(S \cap HD) = P(HD \cap S)$*
C) Faux : d'après les données de l'énoncé, $P_{HD}(S) = 0{,}35$
D) Faux : d'après la formule d'inclusion-exclusion, $P(HD \cup S) = P(HD) + P(S) - P(HD \cap S) = 0{,}2 + 0{,}1 - 0{,}07 = 0{,}23$
E) Faux

QRU 4 : B

A) Faux : il ne suffit pas d'additionner les deux probabilités conditionnelles $P_X(D)$ pour trouver $P(D)$
B) Vrai : on note $D = daltonien$, $G = garçon$ et $F = fille$; on cherche la probabilité $P(D)$ donc on utilise la formule des probabilités totales, d'où $P(D) = P(G) \times P_G(D) + P(F) \times P_F(D)$, que l'on peut également écrire sous la forme $P(D) = P_G(D) \times P(G) + P_F(D) \times P(F) = 5\% \times 51\% + 0{,}25\% \times 49\%$, CQFD !
C) Faux : il faut multiplier $P(X)$ et $P_X(Y)$, et non pas les additionner (cf. correction item B)
D) Faux : bien sûr que si, je viens de le faire mdrrr
E) Faux

QRU 5 : C

A) Faux : il s'agit de la formule des arrangements sans répétition, pour lesquels l'ordre est important, or ici ce n'est pas le cas *; en effet, à titre d'exemple, le fait de répondre aux questions 1 à 7 dans l'ordre $1,2,3,4,5,6,7$ ou dans l'ordre $7,6,5,4,3,2,1$ ne change rien puisque l'on répond finalement aux mêmes questions*
B) Faux : formule inexacte et absurde *; on fait un dénombrement donc le résultat ne peut être qu'un entier naturel*
C) Vrai : l'ordre n'est pas important et les répétitions ne sont pas possibles donc il s'agit de combinaisons à 7 éléments ($p = 7$) parmi 10 éléments ($n = 10$), d'où C_{10}^{7} *; vous voyez ici que le prof ne vous demande ni le calcul, ni la formule complète, ce qui aurait donné $\frac{n!}{p! \times (n-p)!} = \frac{10!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = 10 \times 3 \times 4 = 120$*
D) Faux : cette proposition est équivalente à la proposition A
E) Faux

QRU 6 : D

A) Faux : on rappelle que 2 événements A et B sont indépendants s'ils vérifient la relation $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$; si $P(A \cap B) = P(A)$, alors pour que A et B soient indépendants, il faut avoir $P(A) = P(A) \times P(B)$, ce qui n'est vérifié que si $P(A) = 0$ ou $P(B) = 1$ (donc faux en général)
B) Faux : on rappelle que 2 événements A et B sont incompatibles s'ils vérifient la relation $P(A \cap B) = 0$; si A et B sont incompatibles, alors $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$, ce qui induit que pour avoir $P_B(A) = P(B)$, il faut nécessairement $P(B) = 0$ (donc faux en général) *; si $P(B) = 0$, alors on ne pourrait même pas définir $P_B(A)$ puisqu'on aurait $P_B(A) = \frac{0}{0}$*
C) Faux : si $P(A \cap B) = P(B)$, alors $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)}$, donc pour avoir $P_A(B) = 1$, il faut nécessairement avoir la relation $P(B) = P(A)$ (donc faux en général)
D) Vrai : si $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, alors $P(A \cap B) = 0$, ce qui induit $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0}{P(A)} = 0$ *; il faut bien entendu considérer $P(A) \neq 0$ sinon, de manière similaire que dans la proposition B, on ne pourrait pas définir $P_A(B)$ puisqu'on aurait $P_A(B) = \frac{0}{0}$*
E) Faux

QRU 7 : D

A) Faux : l'énoncé indique plutôt que ces deux événements sont indépendants au travers de la formulation « le fait d'avoir eu un syndrome grippal une année ne modifie pas le risque d'en avoir un l'année suivante » *; pas d'influence de la réalisation d'un événement sur la réalisation d'un autre = événements indépendants*
B) Faux : on note $A_X = avoir\ un\ syndrome\ grippal\ en\ X$; comme les événements sont indépendants, on se retrouve avec $P(A_{2018} \cap A_{2019}) = P(A_{2018}) \times P(A_{2019}) = 0{,}15 \times 0{,}15 = 0{,}0225$, soit 2,25%
C) Faux : d'après la formule d'inclusion-exclusion, on a $P(A_{2018} \cup A_{2019}) = P(A_{2018}) + P(A_{2019}) - P(A_{2018} \cap A_{2019})$, ce qui nous donne $P(A_{2018} \cup A_{2019}) = 0{,}15 + 0{,}15 - 0{,}0225 = 0{,}2775$, soit 27,75%
D) Vrai : les événements A_{2018} et A_{2019} sont indépendants, ce qui induit que les événements A_{2018} et $\overline{A_{2019}}$ sont aussi indépendants, d'où $P_{A_{2018}}(\overline{A_{2019}}) = P(\overline{A_{2019}}) = 1 - P(A_{2019}) = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$, soit 85%
E) Faux

QRU 8 : C

A) Faux : d'après le théorème de la multiplication, $P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A) = 0{,}5 \times 0{,}4 = 0{,}2$
B) Faux : d'après la formule d'inclusion-exclusion, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, ce qui nous permet d'obtenir la relation $P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B)$, d'où $P(A) = 0{,}7 - 0{,}5 + 0{,}2 = 0{,}4$
C) Vrai : d'après la définition d'une probabilité conditionnelle, $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}4} = 0{,}5$
D) Faux : $P_B(A) = 0{,}4$ et $P_A(B) = 0{,}5$
E) Faux

QRU 9 : C

A) Faux : d'après la formule d'inclusion-exclusion, on a la relation $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, que l'on peut réécrire $P(A \cup B) = P(A) + \frac{P(A \cap B)}{P_B(A)} - P(A \cap B)$ à partir de la définition d'une probabilité conditionnelle, d'où le calcul $P(A \cup B) = 0{,}4 + \frac{0{,}2}{0{,}4} - 0{,}2 = 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}2 = 0{,}7$
B) Faux : $P(A) = 0{,}4$ et $P(B) = 0{,}5$
C) Vrai : d'après la définition d'une probabilité conditionnelle, $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}4} = 0{,}5$
D) Faux : $P_B(A) = 0{,}4$ et $P_A(B) = 0{,}5$
E) Faux

PS : pour ce QRU, vous n'aviez même pas à faire de calculs car l'énoncé nous donnait $P_B(A) = P(A) = 0{,}4$, ce qui signifie que les événements A et B sont indépendants, donc on a également $P_A(B) = P(B) \rightarrow$ proposition C vraie

QRU 10 : A

A) Vrai : d'après le théorème des probabilités totales, $P(M) = P(F) \times P_F(M) + P(\bar{F}) \times P_{\bar{F}}(M)$; comme on cherche la probabilité $P_{\bar{F}}(M)$, on l'isole, d'où $P_{\bar{F}}(M) = \frac{P(M) - P(F) \times P_F(M)}{P(\bar{F})} = \frac{0{,}15 - 0{,}4 \times 0{,}3}{0{,}6} = \frac{0{,}03}{0{,}6} = \frac{1}{20} = 0{,}05$ *; il s'agissait de la méthode la plus rapide, mais on pouvait aussi raisonner à partir de la définition d'une probabilité conditionnelle, d'où le calcul $P_{\bar{F}}(M) = 1 - P_{\bar{F}}(\bar{M}) = 1 - \frac{P(\bar{F} \cap \bar{M})}{P(\bar{F})} = 1 - \frac{1 - P(F \cup M)}{P(\bar{F})} = 1 - \frac{1 - P(F) - P(M) + P(F \cap M)}{P(\bar{F})} = 1 - \frac{1 - P(F) - P(M) + P(F) \times P_F(M)}{P(\bar{F})}$, ce qui nous donne $P_{\bar{F}}(M) = 1 - \frac{1 - 0{,}4 - 0{,}15 + 0{,}4 \times 0{,}3}{0{,}6} = 1 - \frac{0{,}57}{0{,}6} = \frac{0{,}03}{0{,}6} = \frac{1}{20} = 0{,}05$ (c'est la 1ère méthode à laquelle j'ai pensée, avant de me rendre compte qu'il y avait vraiment plus simple mdrrr*
B) Faux
C) Faux
D) Faux
E) Faux

<u>QRU 11</u> : C

A) <u>Faux</u> : bah si, je viens de la faire (omg il est trop puissant)
B) <u>Faux</u>
C) <u>Vrai</u> : on note $G = vaccin\ contre\ la\ grippe$ et $C = vaccin\ contre\ la\ COVID$; on cherche $P(\bar{G} \cap \bar{C})$, ce qui se calcule automatiquement de la manière suivante : $P(\bar{G} \cap \bar{C}) = 1 - P(G \cup C) = 1 - 0{,}45 = 0{,}55$
D) <u>Faux</u>
E) <u>Faux</u>

<u>QRU 12</u> : D

A) <u>Faux</u>
B) <u>Faux</u>
C) <u>Faux</u> : cette formule aurait été correcte si l'on prescrivait 3 médicaments par famille
D) <u>Vrai</u> : l'ordre n'est pas important et les répétitions ne sont pas possibles donc il s'agit de combinaisons à 1 élément ($p = 1$) pris parmi n éléments ($n = nombre\ de\ medicaments\ d'une\ famille$) ; pour obtenir le nombre d'associations possibles, il faut multiplier entre elles le nombre de combinaisons pour chaque famille, ce qui donne la formule proposée
E) <u>Faux</u>

<u>QRU 13</u> : A

A) <u>Vrai</u> : d'après la formule d'inclusion-exclusion, on a la relation $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, que l'on peut réécrire $P(A \cup B) = \frac{P(A \cap B)}{P_A(B)} + P(B) - P(A \cap B)$ à partir de la définition d'une probabilité conditionnelle, d'où le calcul $P(A \cup B) = \frac{0{,}2}{0{,}4} + 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}7$
B) <u>Faux</u> : $P(A) = 0{,}5$ et $P(B) = 0{,}4$
C) <u>Faux</u> : d'après la définition d'une probabilité conditionnelle, $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}2}{0{,}4} = 0{,}5$
D) <u>Faux</u> : $P_B(A) = 0{,}5$ et $P_A(B) = 0{,}4$
E) <u>Faux</u>

POV : le professeur StacciGOAT a fait un copier-coller d'un énoncé qu'il a fait tomber 2 ans avant en échangeant juste les lettres A et B (cf. QRU 9)

<u>QRU 14</u> : B

A) <u>Faux</u> : il s'agit de la probabilité d'être sourd des deux oreilles
B) <u>Vrai</u> : on note $G = sourd\ de\ l'oreille\ gauche$ et $D = sourd\ de\ l'oreille\ droite$; on cherche la probabilité de n'être sourd que de l'oreille gauche, soit $P(G \cap \bar{D})$, et comme G et D sont indépendants, G et $\bar{D}$ le sont également, d'où le calcul $P(G \cap \bar{D}) = P(G) \times P(\bar{D}) = 0{,}05 \times 0{,}95 = 0{,}0475$
C) <u>Faux</u> : il s'agit de la probabilité d'être sourd de l'oreille gauche, or cela inclut les situations où l'on est sourd des deux oreilles (et on cherche la probabilité d'être sourd UNIQUEMENT de l'oreille gauche)
D) <u>Faux</u> : je ne sais pas d'où sort cette valeur, mais on dirait presque la probabilité d'être sourd de l'oreille gauche ou de l'oreille droite ; $P(G \cup D) = P(G) + P(D) - P(G) \times P(D) = 0{,}05 + 0{,}05 - 0{,}05 \times 0{,}05 = 0{,}1 - 0{,}0025 = 0{,}0975$
E) <u>Faux</u>

<u>QRU 15</u> : A

A) <u>Vrai</u> : on note $V = être\ vacciné\ contre\ une\ maladie$; on cherche $P(\bar{V})$, ce qui se calcule automatiquement de la manière suivante $P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$, soit 40% *; je vous jure les 2 QRUs de PE et PC de notre année étaient frauduleusement simples, le professeur StacciGOAT ayant préféré nous harceler sur VA et lois de probas*
B) <u>Faux</u>
C) <u>Faux</u>
D) <u>Faux</u>
E) <u>Faux</u>

<u>QRU 16</u> : A

A) <u>Vrai</u> : on note $F = fumeur$ et $H = hypertendu$; d'après le théorème de la multiplication, on retrouve la relation $P(F \cap H) = P(F) \times P_F(H)$, d'où $P(F \cap H) = 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}08$, soit 8%
B) <u>Faux</u>
C) <u>Faux</u>
D) <u>Faux</u>
E) <u>Faux</u>