

VAGUE DE QUESTIONS - Pr. Maignant

Sommaire

Statistiques descriptives	2
Question 1	2
Question 2	2
Question 3	2
Statistiques déductives	3
Question 1	3
Question 2	3
Question 3	3
Question 4	4
Question 5	4
Question 6	4
Question 7	4
Question 8	5
Question 9	5
Question 10	5
Question 11	5
Question 12	6
Question 13	6
Question 14	6
Question 15	6
Equations différentielles	8
Question 1	8
Question 2	8
Question 3	8
Question 4	9
Question 5	9
Matrices	10
Question 1	10
Question 2	10
Question 3	10
Question 3	11
Question 4	11
Question 5	12
Question 6	12
Question 7	12
Question 8	13
Question 9	13
Question 10	13

Statistiques descriptives

Question 1

Bonjour Monsieur,

L'année dernière vous avez indiqué que cet item était à compter juste : L'estimation ponctuelle et l'estimation par intervalle sont deux façons de faire la même estimation. Pourriez-vous s'il vous plaît nous expliquer pourquoi ? Nous nous interrogeons également sur un QRU datant de 2022, où l'item C était "L'estimation ponctuelle et l'estimation par intervalle sont deux façons de faire la même estimation", et le D : "L'estimation par intervalle est d'autant plus précise que la taille de l'échantillon est grande". Dans ce cas, quel item était à compter juste ? Car les deux semblent corrects. Je vous remercie.

Réponse proposée : pour moi l'item D est vrai sans aucun doute, ce qui sous-entendrait que l'item C est faux or il est juste d'après moi. Les 2 méthodes ont chacune leurs qualités et leurs défauts mais le but reste le même.

Réponse du professeur : le but est le même, mais ce n'est pas la même estimation donc l'item D est bien le bon

Question 2

Bonjour, est-il vrai de dire que l'estimation par intervalle fournit une mesure de l'incertitude associée à une estimation ponctuelle ? De plus, si cet item est juste, pouvez-vous nous expliquer pourquoi ? Je vous remercie.

Réponse proposée : c'est la définition même de l'estimation par intervalle, je dirais oui. Dans la formule de l'IC tu as le "m" qui est une estimation ponctuelle, associé à "i" la largeur de l'IC qui est ton incertitude.

Réponse du professeur : d'accord avec l'explication proposée

Question 3

Bonjour Professeur, en quoi le nombre de sujets nécessaires est une fonction polynomiale de epsilon ? Merci.

Réponse du professeur : dans le nombre de sujets nécessaires, la formule possède (epsilon au carré) c'est donc bien un polynôme de degré 2 (voir diapo 26)

Statistiques déductives

Question 1

Bonjour,

Est ce vrai de dire que la conclusion d'un test d'hypothèse en statistique ne porte que sur l'hypothèse nulle H_0 ?

Merci beaucoup !

Réponse proposée : Pour la conclusion d'un test, on parlera beaucoup plus souvent de l'hypothèse nulle H_0 plutôt que de l'hypothèse alternative H_1 , même si rejeter H_0 = accepter H_1 .

Réponse du professeur : tout à fait d'accord avec la réponse proposée

Question 2

Bonjour Monsieur, dans la SDR de l'année dernière, il semble que vous ayez donné deux réponses différentes à une même question :

1) Bonjour, est-ce que l'item « la conclusion du test ne porte QUE sur l'hypothèse nulle h_0 » est à compter juste étant que dans le cours on dit que « la règle du test est définie à partir de α et H_0 . Merci

Réponse :

NON à cause du QUE

5) Bonjour, selon vous cet item serait-il à compter juste ? "La conclusion du test ne porte que sur l'hypothèse nulle H_0 ".

Réponse :

oui

Serait-il possible de nous confirmer ce qu'il faut retenir s'il vous plaît ? Merci pour votre réponse.

Réponse du professeur : NON à cause du QUE

Question 3

Bonjour,

Pouvons nous partir du principe que les tests non paramétriques qui possèdent un Z calculé inférieure au Z théorique permettent un rejet de H_0 au contraire des tests paramétriques ?

Merci beaucoup pour votre réponse.

Réponse proposée : Oui

Réponse du professeur : ok avec la réponse proposée

Question 4

Quelle est la condition préalable à vérifier pour que les résultats du test de corrélation linéaire de Pearson soient valides ? Les variables doivent être linéairement corrélées ou elles doivent être distribuées normalement ?

Réponse proposée : Selon moi, distribuées normalement

Réponse du professeur : oui

Question 5

Lors d'un test d'hypothèses en statistiques, considérez vous que la conclusion du test ne porte que sur l'hypothèse H_0 ou peut on également en déduire quelque chose vis-à-vis de H_1 ?

Réponse proposée : D'après le cours, rejeter H_0 équivaut à accepter H_1

Réponse du professeur : ok avec la réponse proposée

Question 6

Bonjour, si dans une étude statistique les IC à 95% des 2 groupes se chevauchent doit on accepter H_0 au risque 5% ?

Réponse du professeur :

Le fait que les **intervalles de confiance (IC) à 95 % se chevauchent n'implique pas automatiquement** qu'on doit accepter H_0 au seuil de 5 %.

Question 7

Concernant les tests statistiques, un test unilatéral correspond à une situation où on peut seulement dire qu'il y a une différence (donc 1 seule zone critique) et un test bilatéral correspond à une situation où on peut dire qu'il y a une différence, et qui plus est si elle est meilleure ou non que H_0 (2 zones critiques) est-ce bien ça ? Si c'est cela alors cela a l'air d'être en contradiction avec le cours du Pr. Staccini. Que faut-il retenir ?

Réponse du professeur :

Un **test unilatéral** ne sert pas juste à dire "il y a une différence".
Au contraire, il sert à tester une **différence orientée** (dans un seul sens).

Un **test bilatéral**, lui, teste simplement s'il y a une différence **dans un sens ou dans l'autre**, sans a priori.

Question 8

Lorsque vous parlez de degré de signification est-ce que vous parlez de la P-value ou du risque alpha ? Merci pour votre réponse

Réponse proposée : D'après le cours, le degré de signification est la P-value.

Réponse du professeur : oui

Question 9

Si on n'a pas réussi à rejeter H_0 , peut-on accepter H_0 ?

Réponse proposée : Oui

Réponse du professeur : oui

Question 10

Bonjour, est-il vrai de considérer qu'à l'hypothèse nulle $H_0 (A-B) = 0$ on ne peut opposer qu'une seule hypothèse alternative $H_1 (A-B) \neq 0$?

Réponse proposée : Oui, on ne peut opposer **qu'une seule** hypothèse alternative à l'hypothèse nulle

Réponse du professeur : je ne suis pas d'accord avec votre réponse, pour une même H_0 , il y a plusieurs façons de rédiger l'hypothèse alternative (H_1)

Question 11

Quelle est la condition préalable au test de corrélation de Pearson pour que les résultats de ce test soient valides ? Je vous remercie vraiment pour le temps que vous nous consacrez.

Réponse proposée : Je pense plutôt la distribution normale des données

Réponse du professeur : Le coefficient de Pearson mesure **uniquement une relation linéaire**, il ne doit pas y avoir de relations non- linéaires entre les données et distribution normale des variables pour la validité du test de significativité (p-value),

Question 12

Le rejet de H0 conduit-il nécessairement au rejet de H1? (Merci pour votre réponse!)

Réponse proposée : Au contraire, le rejet de H0 conduit plutôt à l'acceptation de H1. Je pense que le P1 voulait dire "est ce que le rejet de H0 conduit **nécessairement** à l'acceptation de H1"

Réponse du professeur : ok avec votre réponse

Question 13

Dans un test de corrélation linéaire de Pearson, quelle est la condition préalable à vérifier pour que les résultats du test soient valides ? Considérez vous que les deux variables doivent être nécessairement linéairement corrélées ou considérez vous que les deux variables doivent surtout être distribuées normalement ? Merci pour votre réponse !

Réponse proposée : Je pense que la condition préalable est la distribution normale des variables

Réponse du professeur : linéarité entre les données, et distribution normale des variables pour la validité du test de significativité (p-value),

Question 14

Bonjour, pouvons-nous dire que la conclusion du test ne porte que sur l'hypothèse nulle H0 où porte-elle sur d'autres facteurs ?

Réponse proposée : La conclusion porte sur H_0 et sur le risque alpha

Réponse du professeur :OK

Question 15

Bonjour Monsieur, à propos du test de corrélation linéaire de Pearson, est-il vrai de dire que la condition préalable est que les variables doivent être linéairement corrélées ? De même, les deux variables doivent-elles être distribuées normalement ? Je vous remercie.

Réponse du professeur : idem vu avant

Equations différentielles

Question 1

Bonjour, concernant l'affirmation "Toute solution est la somme d'une solution de l'équation sans second membre et d'une solution particulière", elle est censée être juste cependant pour les équations différentielles non linéaires cela n'est pas valable, donc cela est quand même à compter juste étant donné qu'on parle des ED en "général"?

Je vous remercie

Réponse proposée : Je pense que oui, quand ce n'est pas précisé qu'on parle des équations différentielles non linéaires alors on parlera plutôt des équations différentielles linéaires (celles qu'on voit le plus dans le cours)

Réponse du professeur : juste que pour des ED linéaires (celles du cours)

Question 2

Concernant les deux affirmations suivantes : "Toute équation différentielle peut être ramenée à une équation de premier ordre, moyennant un changement de variables" et "Toute solution est la somme d'une solution de l'équation sans second membre et d'une solution particulière"

Dans la SDR de 2024/2025 le professeur a précisé que la première était bien fautive et que la deuxième était juste. Je n'aurais pas compté la deuxième juste, pour les mêmes raisons que pour la première, c'est-à-dire que ce n'est pas valable pour certaines équations différentielles, notamment les ED non linéaires alors que l'énoncé précise « les ED en général ».

Pourriez-vous m'éclairer s'il-vous-plaît ?

Réponse proposée : Je pense que la deuxième affirmation est effectivement juste, et que lorsque le professeur parle "d'équations différentielles" en général, elles sont considérées comme linéaires étant données que c'est celles qu'on voit majoritairement dans le cours

Réponse du professeur :

oui

Question 3

Considérez-vous que toute solution est la somme d'une solution de l'équation sans second membre et d'une solution particulière ?

Merci beaucoup !

Réponse proposée : Oui

Réponse du professeur : exact pour les linéaires du cours

Question 4

Bonjour, peut-on dire que toute équation différentielle peut être ramenée à une équation de premier ordre, moyennant un changement de variables ?

Réponse du professeur :

Oui, mais avec une précision importante. On peut toujours ramener une équation différentielle d'ordre n à un système d'équations différentielles du premier ordre, mais pas forcément à une seule équation du premier ordre.

Question 5

Concernant les équations différentielles, peut-on dire que si y_1 et y_2 sont des solutions, tout multiple entier l'est aussi ?

Merci beaucoup

Réponse proposée : si y_1 et y_2 sont des solutions d'une ED, alors $2y_1$ ou $4y_2$ par exemple ne sont pas forcément des solutions aussi...

Réponse du professeur : réponse exacte (en général c'est faux)

Matrices

Question 1

Bonjour,

Ma question porte sur le cours des matrices.

Est-ce que dans le cadre de l'ACP le nombre de colonnes est égal au nombre de composantes ou bien est égal au nombre de lignes ?

Merci de votre aide

Réponse proposée :

La question manque de précision, mais je vais essayer d'y répondre :

- La matrice de données D possède n lignes (individus) et p colonnes (variables)
- Le produit $D^T D$ donne la matrice d'inertie T , qui est carrée d'ordre p et symétrique
- Les vecteurs propres possèdent une unique colonne et autant de lignes que la matrice d'inertie T a de colonnes, soit p composantes

Conclusion : le nombre de composantes des vecteurs propres est égal au nombre de colonnes de la matrice d'inertie T , qui est lui-même égal au nombre de colonnes de la matrice de données D

Réponse du professeur : réponse parfaite

Question 2

Bonjour, est-il possible qu'on ait des QRU sur l'AFC alors qu'il est seulement dit qu'on peut l'utiliser pour des variables qualitatives ? Merci d'avance

Réponse proposée : l'AFC n'étant que brièvement apportée, les QRU portant sur cette notion devraient se limiter à ce qui est abordé dans les cours

Réponse du professeur : pas de questions détaillées sur l'AFC, si il devait y en avoir, on resterait sur de grandes généralités

Question 3

Bonjour Monsieur, pourriez-vous s'il vous plaît nous indiquer la correction de ce QRU, tombé l'année dernière :

"Pourquoi est-il important de centrer et réduire les données avant une ACP ?:

- A) Pour éliminer les valeurs aberrantes.
- B) Pour s'assurer que toutes les variables ont le même poids.

- C) Pour maximiser la corrélation entre les variables.
D) Cela n'est pas nécessaire si les variables sont déjà normalisées."

En particulier la B et la D. Merci pour votre réponse.

Réponse proposée : je comprends le doute entre les propositions B et D, mais par principe j'aurais considérée que la proposition exacte est la B

Réponse du professeur : bonne correction, la B est pour intégrer des données qui ne seraient pas de même nature (ex du cours PIB / mortalité etc)

Question 3

Bonjour, à propos de ce QRU d'annale :

QRU 7 : Dans une analyse factorielle des correspondances, l'inertie totale est :

- A) La somme des carrés des écarts pondérés entre lignes et colonnes
- B) La variance totale des variables
- C) La corrélation maximale entre modalités
- D) La fréquence cumulée maximale
- E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

Pourriez-vous nous expliquer comment trouver la réponse ? Car nous abordons seulement l'ACP.
Merci d'avance et bonne journée.

Réponse proposée :

Effectivement, je n'ai pas retrouvé dans le cours la notion d'inertie totale dans le cadre de l'AFC, mais la proposition exacte devrait être la A.

En effet, pour l'AFC, on travaille sur des tableaux de contingence (indiqué dans le cours), l'inertie totale mesure alors la dépendance globale entre les variables de ligne et de colonne,

qui se définit à partir du khi2 normalisé :
$$I_{totale} = \frac{\chi^2}{n} = \sum_{i,j} \frac{(f_{ij} - f_i \times f_j)^2}{f_i \times f_j}$$

PS : la proposition B se réfère à l'ACP

Réponse du professeur :

la réponse est parfaite c'est bien la A et l'explication est claire

Question 4

Bonjour, doit-on considérer l'ACP comme une méthode de classification hiérarchique (car les facteurs sont classés de manière hiérarchique) ou plutôt comme une technique pour réduire la dimensionnalité des données ?

Réponse proposée : l'objectif principal de l'ACP est de réduire la taille du nuage de points multi-dimensionnels en un nuage de points à 2-4 dimensions, donc deuxième proposition

Réponse du professeur : oui c'est bien pour réduire un nuage multidimensionnel en un espace étudiable (quelques dimensions)

Question 5

Bonjour, pour les matrices, est-ce que $A.B = I_n$ implique que $B.A=I_n$? Sachant que A et B sont carrées d'ordre n.
Merci d'avance.

Réponse proposée : si les matrices A et B sont carrées d'ordre n, alors oui, car il existe une unique matrice B telle que $AB = BA = I_n$, c'est lorsque $B = A^{-1}$ (il faut donc que A soit inversible)

Réponse du professeur : ok avec la correction

Question 6

Bonjour, existe-il des matrices carrées non nilpotentes quel que soit l'ordre ?

Réponse proposée : oui (je ne vois pas quoi ajouter d'autre)

Réponse du professeur : oui c'est clair la plupart des matrices sont non nilpotentes quel que soit l'ordre

Question 7

Concernant ce QRU d'annales (2024), pourriez-vous me confirmer, au regard de votre enseignement, s'il y avait bien deux réponses attendues comme justes ?
Dans le cas contraire, pourriez-vous préciser ce qui n'est pas correct ?

QRU – 2024

Soit A une matrice carrée d'ordre n avec $n \geq 10$. Quelle est la proposition exacte parmi les suivantes ?

– Si A est nilpotente, alors nécessairement la puissance qui permet de conclure est inférieure ou égale à n.

– Il existe des matrices carrées non nilpotentes, quel que soit l'ordre.

Merci d'avance pour votre réponse et vos précisions.

Réponse proposée : les deux propositions m'ont l'air exactes, la 1ère faisant appel au théorème de Cayley-Hamilton et la seconde étant la même que celle de la Question 6

Réponse du professeur : les deux sont vraies, êtes vous sûr que c'était dans un QRU?

Question 8

Bonjour Monsieur, pourriez-vous s'il vous plaît nous indiquer s'il est vrai de dire qu'il est important de centrer et réduire les données avant une ACP pour maximiser la corrélation entre les variables ? Ou plutôt pour s'assurer que toutes les variables ont le même poids ? Merci pour votre réponse.

Réponse proposée : cf. Question 3

Réponse du professeur : idem

Question 9

Bonjour, concernant les matrices, est-ce que résoudre $A.X=B$ est possible si A carrée est inversible ? Sachant que A et B sont 2 matrices.

Merci d'avance.

Réponse proposée : oui puisqu'on a $X = A^{-1}B$

Réponse du professeur : ok

Question 10

Concernant ce QRU d'annale (2024), pouvez-vous me confirmer, en vous basant sur votre enseignement, s'il y avait bien deux réponses attendues comme justes ?

Dans le cas contraire, pouvez-vous indiquer ce qui n'est pas correct ?

QRU – 2024

On se place dans le cadre d'une analyse en composantes principales normée. Quelle est la proposition exacte parmi les suivantes ?

- Si la matrice de données possède 5 lignes et 6 colonnes, alors le vecteur propre possède 5 composantes.
- Si la matrice de données possède 6 lignes et 5 colonnes, alors le vecteur propre possède 6 composantes.

Merci d'avance pour votre réponse et vos précisions.

Réponse proposée : cf. Question 1

Réponse du professeur : oui idem question 1