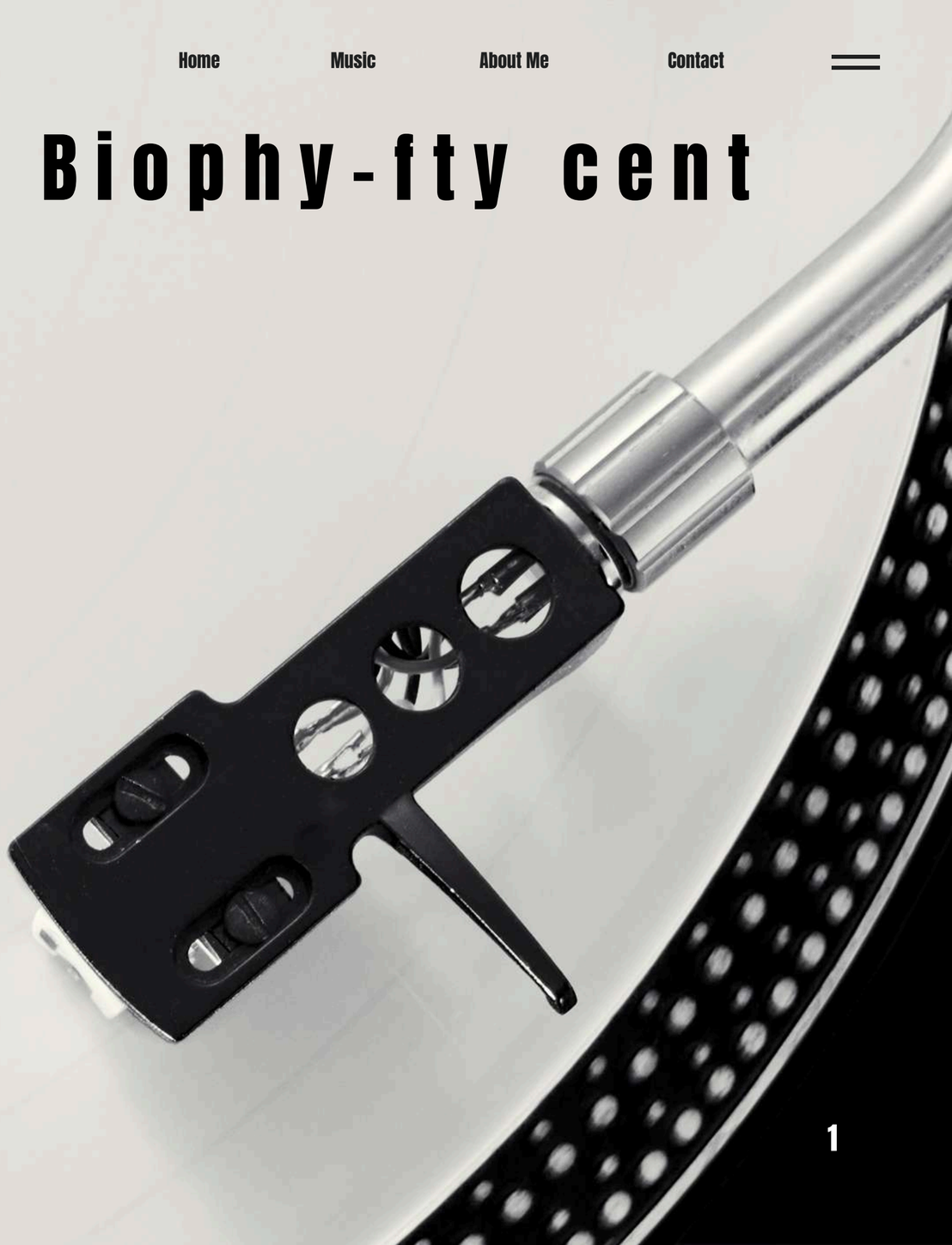


Biophy-fty cent

Poiseuille

Lois cinétiques



SOMMAIRE

50 CENT

1/ Loi de décroissance d'une population de noyaux radioactifs

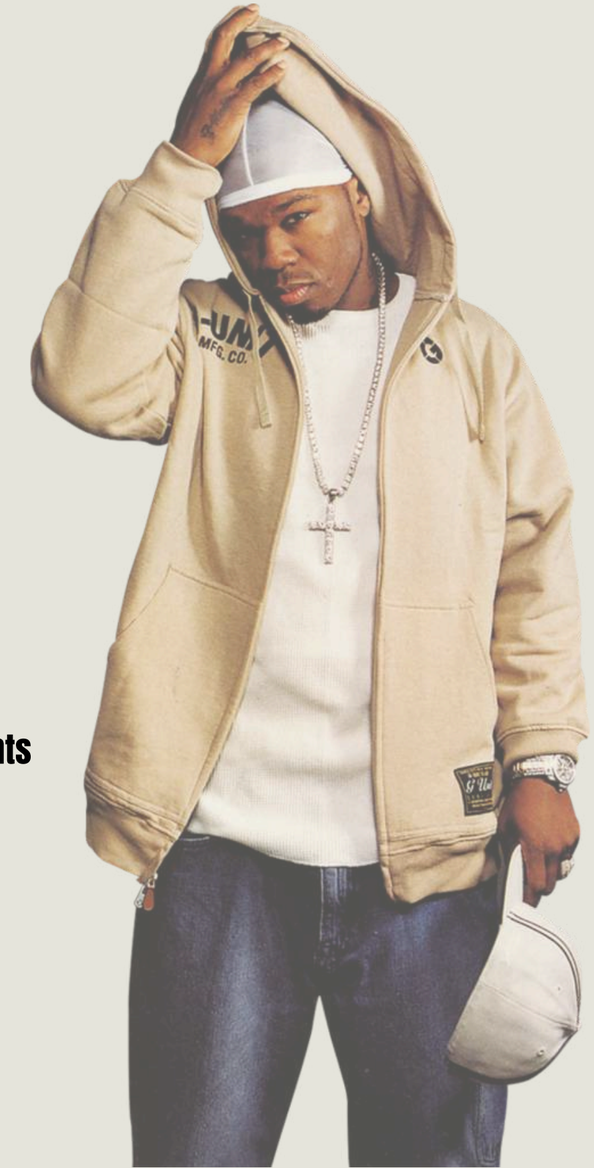
A) La constante radioactive λ
B) Évolution du nombre de noyaux au cours du temps

2/ Période physique

A) Définition
B) Exemples de calculs
C) Période effective en physiologie

3/ Radioactivité d'un élément

A) Définition
B) Unité d'activité
C) Évolution dans le temps
D) Mesure de l'activité
E) Calcul de la masse de radioéléments à partir de son activité



1/ Loi de décroissance d'une population de noyaux radioactifs

Radioactivité : émission d'une particule éventuellement associée à un rayonnement qui fait suite à une désintégration d'un noyau instable.

-phénomène statistique

Tout noyau instable :

-*Aléatoire/imprévisible*

-*Stationnaire dans le temps/la probabilité de désintégration est invariable*

EX : Partie de dés



A) La constante radioactive λ

La probabilité P qu'un nucléide subisse une transformation radioactive pendant un intervalle de temps d'observation dt est :

$$P(dt) = \lambda \cdot dt$$

La constante radioactive λ :

a une dimension qui est l'inverse d'un temps, en secondes-1

(exprimable en minutes-1 , heures-1 , années-1)

λ dépend de la nature du nucléide et du niveau d'énergie du noyau.

ne dépends PAS des conditions physico-chimiques de l'environnement

(température du milieu, pH, environnement moléculaire...)

B) Évolution du nombre de noyaux au cours du temps

Probabilité de désintégration d'une population de noyaux

On considère une population de noyaux radioactifs d'effectif initial NO et de *constante radioactive* λ.

NO est le nombre initial de noyaux

N(t) l'effectif de la population de noyaux à un instant t

Entre les instants t et $t + dt$
la population diminue de dN nucléides

$$dN = -N(t) \cdot P(dt) \longrightarrow dN = -N(t) \cdot \lambda \cdot dt$$

Car P(dt) = λ .dt

Cette équation différentielle peut s'intégrer et donne :

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Le nombre de noyaux radioactifs de notre population décroit par désintégration donc de manière exponentielle .

B) Évolution du nombre de noyaux au cours du temps

Illustration

exemple d'un pommier avec ses pommes mûres prêtes à tomber.

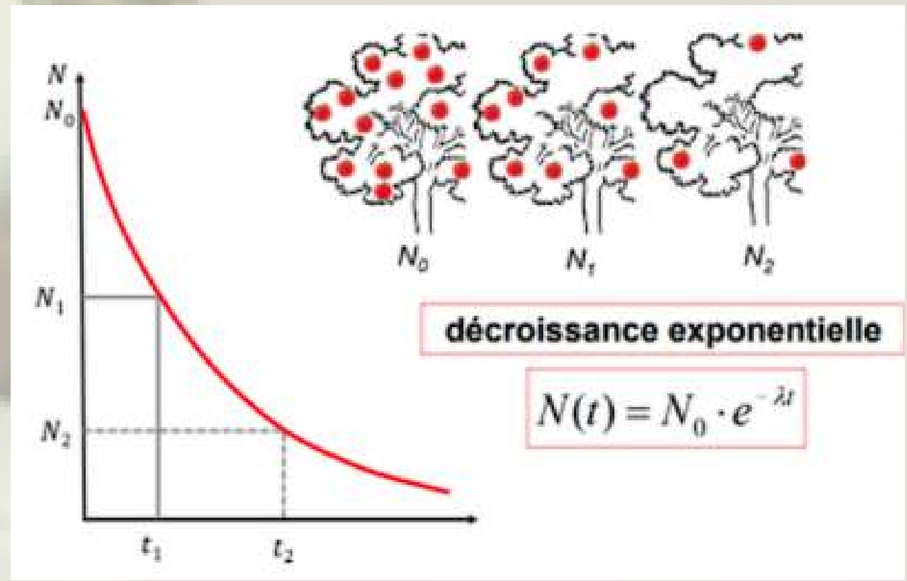
P = probabilité de la pomme de tomber à chaque instant (=t)
TOUJOURS la même et INDEPENDANTE de t

À l'instant t=0, on a N0 pommes

À t=1, on a N1 pommes avec une diminution assez rapide au départ du nombre de pommes

À t=2, on a N2 pommes.

On a donc une décroissance exponentielle du nombre de pommes



QCM

A) La radioactivité est une émission d'une particule faisant suite à la désintégration d'un noyau stable

B) La constante radioactive ne dépend pas des conditions physico-chimiques mais dépend du niveau d'énergie du noyau

C) Le nombre de noyaux radioactifs d'une population décroît de manière exponentielle

D) La probabilité de désintégration dépend du temps et reste toujours la même

E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

CORRECTIONS

A) La radioactivité est une émission d'une particule faisant suite à la désintégration d'un noyau stable → INSTABLE

B) La constante radioactive ne dépend pas des conditions physico-chimiques mais dépend du niveau d'énergie du noyau

C) Le nombre de noyaux radioactifs d'une population décroît de manière exponentielle

D) La probabilité de désintégration dépend du temps et reste toujours la même
→ INDÉPENDANTE DU TEMPS

E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

Réponse : BC

2/ Période physique

A) Définition

Pour caractériser la décroissance on va utiliser la notion de période radioactive

On a :

λ la constante radioactive (inverse du temps)

mais aussi une constante de temps = 1/λ (l'inverse de la constante radioactive)

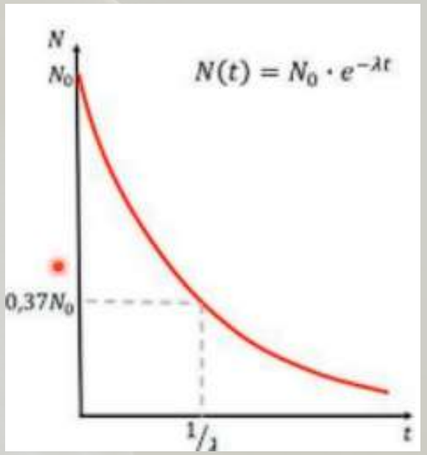
exprimée en unité de temps (secondes, années...)

Calcul du nombre de noyaux N restant au temps t=1/λ donc après un intervalle dt=1/ λ

$$N\left(\frac{1}{\lambda}\right) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \frac{1}{\lambda}} \rightarrow N\left(\frac{1}{\lambda}\right) = N_0 \cdot e^{-1} \rightarrow N\left(\frac{1}{\lambda}\right) = N_0 \times 0{,}37$$

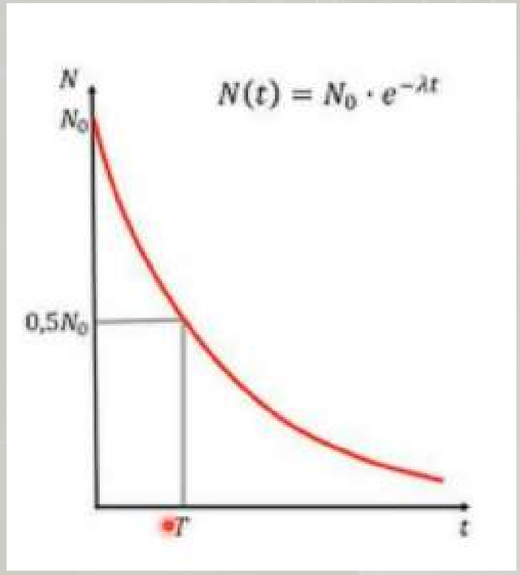
À t=1/λ il reste 37% de l'effectif initial des noyaux (donc 63% ont disparu).

En théorie : la constante radioactive (λ) ou la constante de temps (1/λ) suffisent pour caractériser la décroissance de la population des noyaux instables.



En réalité : on préfère utiliser la période radioactive T :

- Elle s'exprime en unité de temps (secondes, jours, années...)
- Et définit le temps au bout duquel il ne reste plus que 50% de l'effectif initial soit un effectif réduit de moitié.



On peut lier les formules entre elles, on obtient alors :

$$N(T) = \frac{N_0}{2} \quad \text{et} \quad N(T) = N_0 \cdot e^{-\lambda T}$$

$$\text{donc} \quad N_0 \cdot e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2}$$

$$\rightarrow \quad e^{-\lambda T} = \frac{1}{2} \qquad \rightarrow \lambda \cdot T = \ln 2$$

$$\rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$$

L'équation relie les formules de : la constante radioactive et la période radioactive en passant par ln(2) qu'on simplifie comme égal à 0,693 (0,7).

Pour les calculs, retenez bien cette valeur de ln(2) qui vaut environ 0,7

On cherche maintenant à écrire N(t)= NO.e-λt en remplaçant λ par ln2/T (cf formule juste avant)

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T}} = N_0 \cdot (e^{\ln 2})^{-\frac{t}{T}} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

donc : $$\frac{N(t)}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}}$$

N(t)/NO correspond au pourcentage de noyaux restants après l'intervalle de temps t.

En utilisant la formule on a :

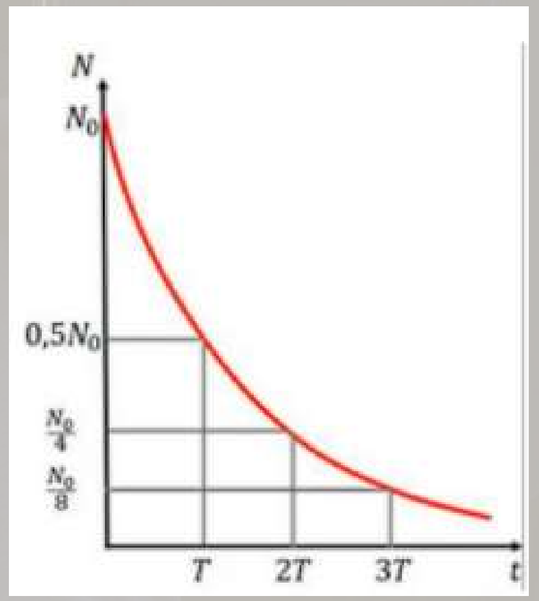
t	T	$2T$	$3T$	$10T$	nT
$N(t)/N_0$	½	2^{-2}	2^{-3}	2^{-10}	2^{-n}
%	50	25	12,5	0,1	…

Après 1 période radioactive (1T), il reste 50% des noyaux.

Après 2T il reste 25% des noyaux.

Après 10 périodes radioactives il reste 0,1% de noyaux soit un millième de l'effectif initial NO (*à chaque fois la population est divisée par 2n*).

On considère qu'au bout de 10T le radionucléide a quasiment disparu.



B) Exemples de calculs

On demande de calculer T du sodium-24, du technétium-99m et de l'iode-13.

$^{24}_{11}Na$

- $\lambda = 4{,}62.10^{-2}\ h^{-1}$
- $T = \frac{Ln2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$
- $T = \frac{0{,}693}{4{,}62.10^{-2}} = 15h$

$^{99m}_{43}Tc$

- $\lambda = 3{,}2.10^{-5}s^{-1}$
  $= 3{,}2.10^{-5} \times 3600 = 0{,}1152\ h^{-1}$
- $T = \frac{0{,}693}{0{,}1152} = 6\ h$

$^{131}_{53}I$

- $\lambda = 1{,}0.10^{-6}s^{-1} = 8{,}64.10^{-2}j^{-1}$
- $T = \frac{0{,}693}{8{,}64.10^{-2}} = 8\ j$

Pour le Na, λ est en heure donc on donne T en heure.

Pour le Tc on convertit d'abord pour donner T en heure.

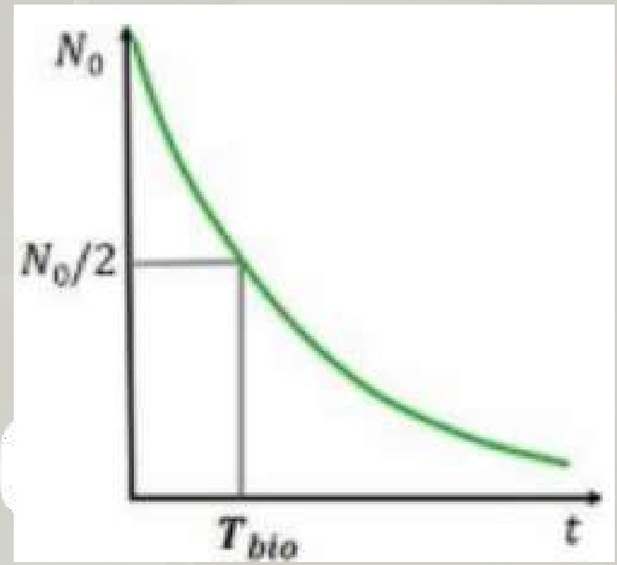
Pour I on demande T en jour donc on convertit les secondes en jours, faites attention aux unités

C) Période effective en physiologie

L'élimination d'une population d'atomes radioactifs va pouvoir être :

Élimination physique par désintégration radioactive : suit une **loi exponentielle** et est caractérisée par la période radioactive
T radioactive = T physique

Élimination biologique : le radionucléide quitte l'organe (éliminé par les urines ou les selles), suit **également une loi exponentielle** et est caractérisée par la période biologique **T bio = temps au bout duquel la moitié des noyaux initiaux ont été éliminés biologiquement.**



L'élimination réelle des radionucléides tient compte de ces deux phénomènes : **physique ET biologique.**

Un élément qui se désintègre selon une période radioactive T phy est également métabolisé avec une période biologique T bio. Il sera finalement éliminé selon la période effective T eff avec :

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{physiq.}} + \frac{1}{T_{bio}}$$

QCM

On injecte un radionucléide à un patient, de période T = 4h.
Au bout de combien de périodes (T) 93,75% du radionucléide aura disparu ?

A) 3
B) 4
C) 5
D) 8
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

Calculez la constante radioactive du Radon 222 :
Données : Ln(2) = 0,693 T = 6930 s

A) 1.10-4 j -1
B) 1.10-4 s -1
C) 10 000 s
D) 0,0001 s
E) 1 s

CORRECTION

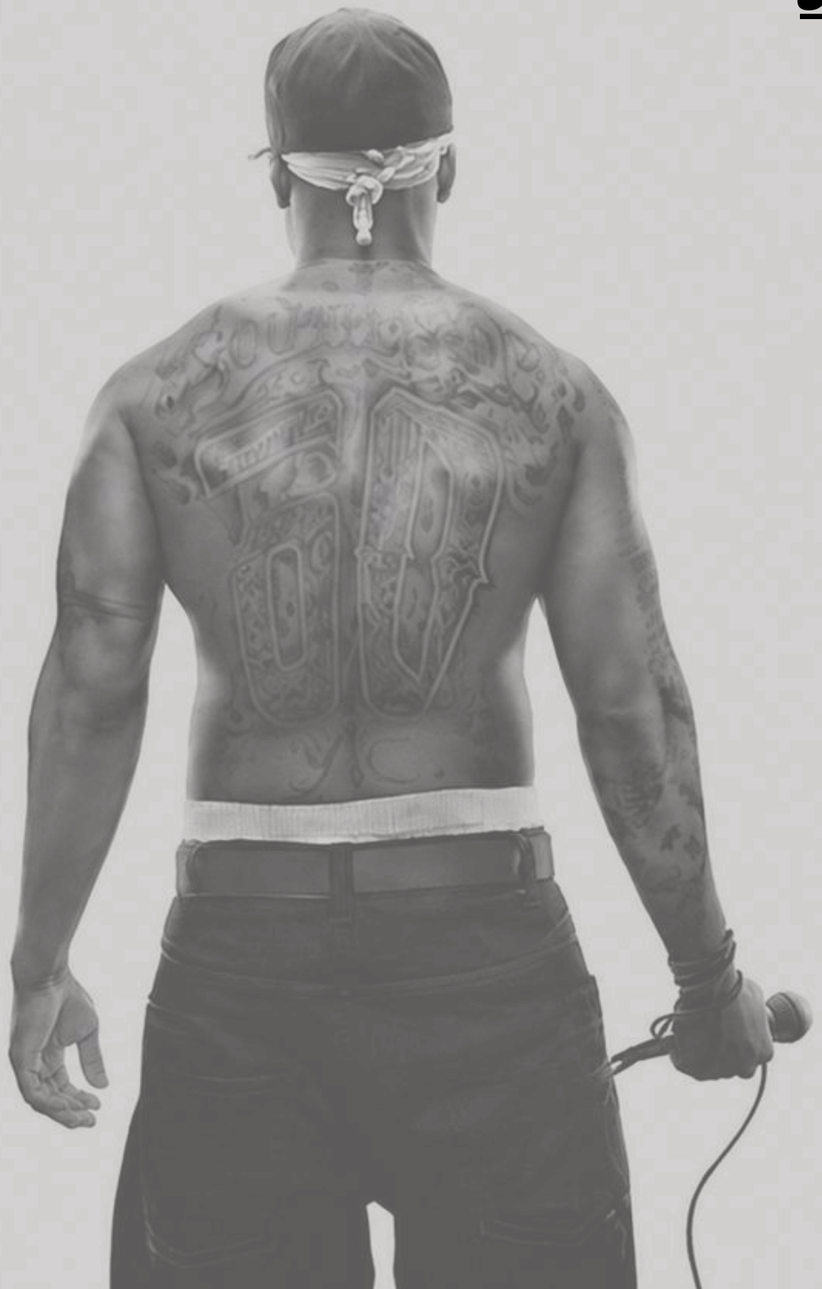
Réponse B : si 93,75% a disparu, c'est qu'il reste 6,25% ;
on sait qu'1T = 50% donc 2T = 25% ; 3T = 12,5% et finalement 4T = 6,25%

Réponse B : Calcul de la constante radioactive du RAdon 222 :

$$T = \frac{ln2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

DONC

$$\lambda = \frac{0.693}{T} = \frac{0.693}{6930} = \frac{6{,}93.10^{-1}}{6{,}93.10^{3}} = 1.10^{-4}\ s^{-1}$$



3/ Radioactivité d'un élément

A) Définition

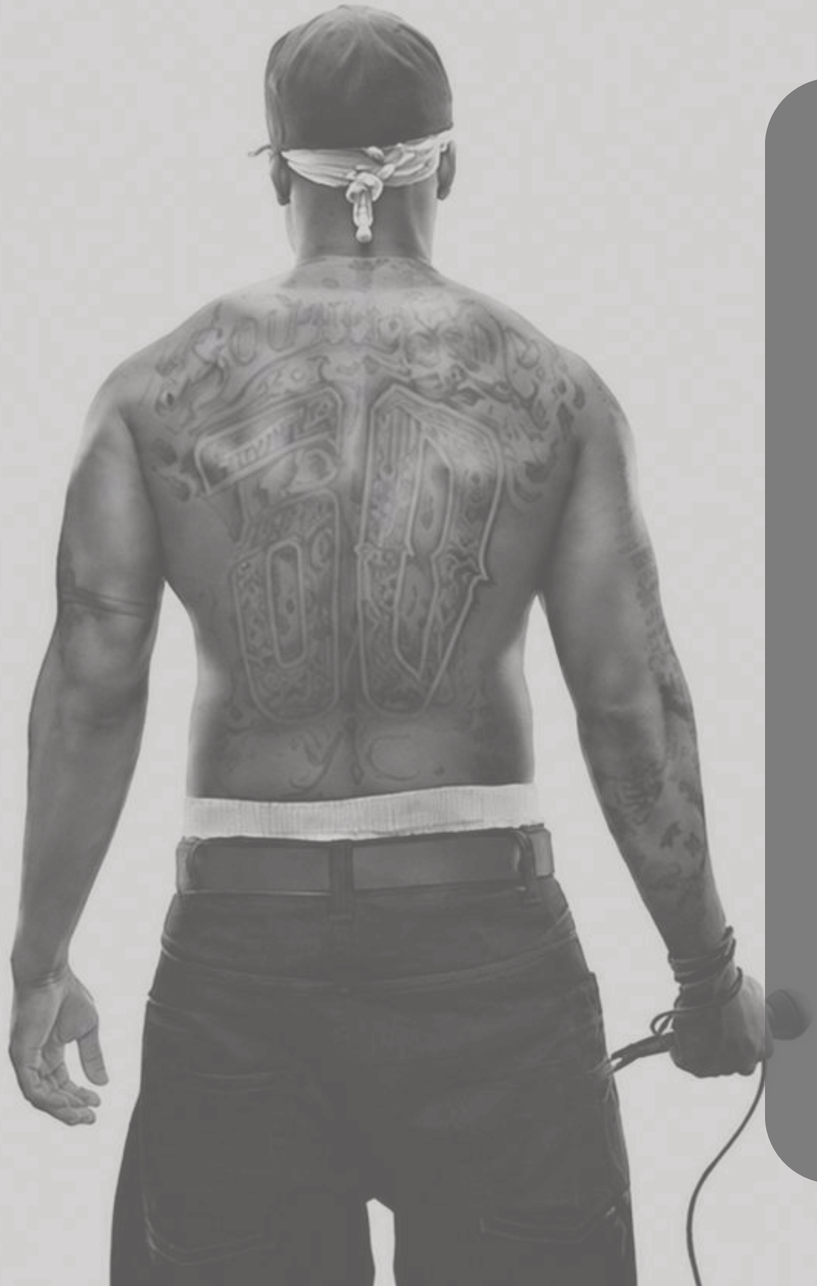
L'activité est :

- Le nombre moyen de désintégrations radioactives par unité de temps.
- Proportionnelle au nombre de radionucléides restants (pas encore désintégrés) à chaque instant t

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

A(t) : l'activité au temps t
N(t) le nombre de nucléides au temps t
λ :La constante radioactive

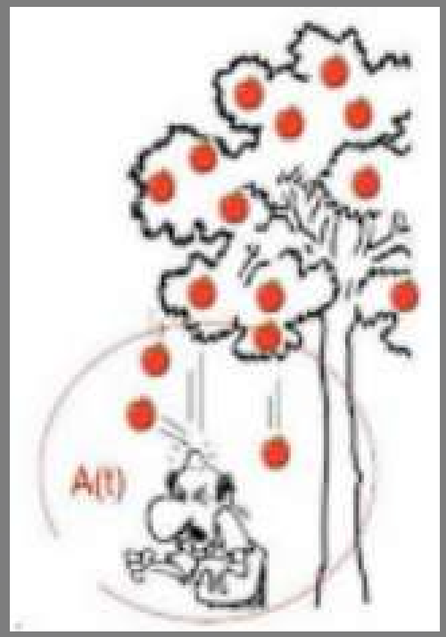
- Le nombre de photons ou de particules émises par unité de temps (puisque lors d'une désintégration il y a libération de photon ou de particule détectable).
- Proportionnelle à ce que l'on détecte.
- C'est une grandeur utile pour exprimer une quantité de radionucléides.



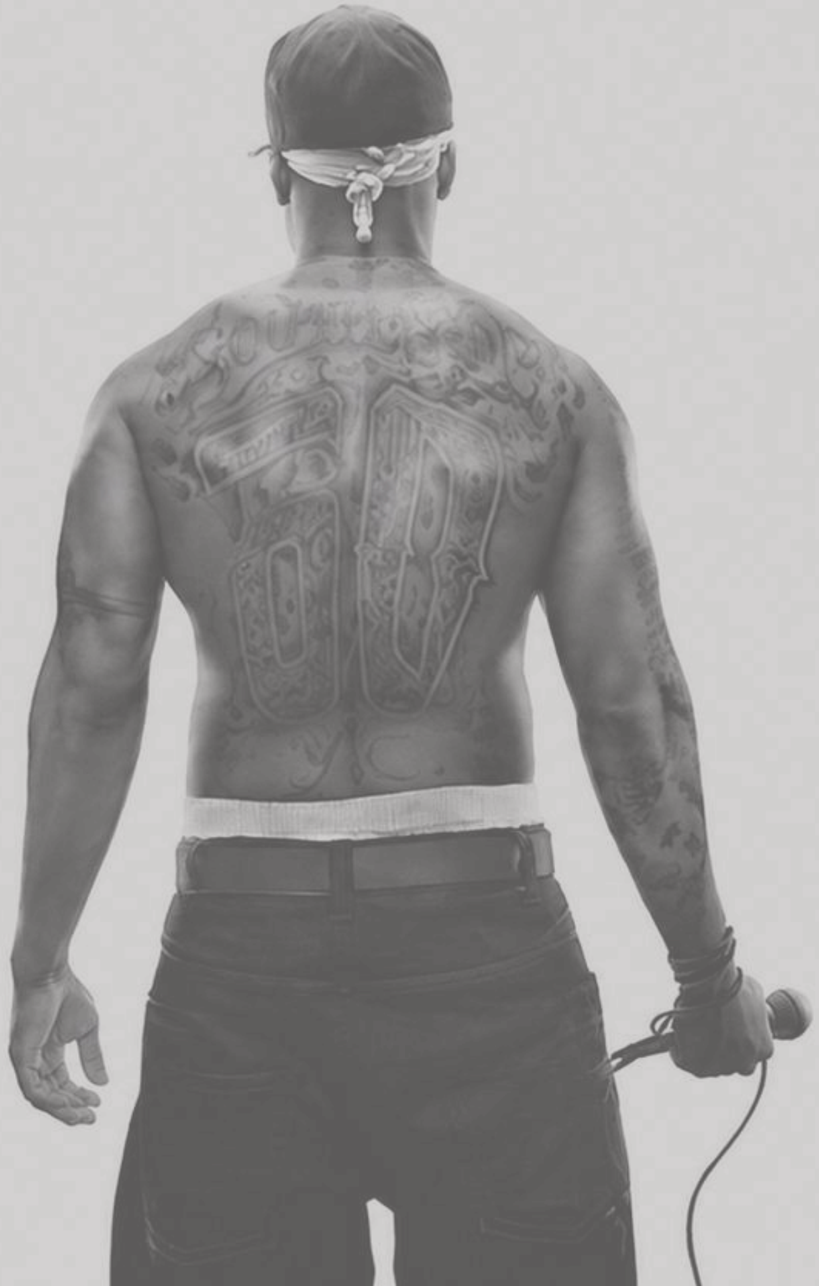
Le taux de désintégration des particules radioactives est un élément plus important que leurs nombres N ou leurs masses m (ce qui compte c'est la radioactivité émise/exprimée par l'activité).

L'exemple du pommier : N, le nombre de pommes sur l'arbre soit le nombre d'atomes radioactifs.

On change le référentiel et on se met à la place du monsieur sous le pommier. Pour lui ce qui est important c'est le nombre de pommes qu'il se prend sur la tête (et non le nombre de pommes dans le pommier).



On va donc regarder le nombre de pommes émises à chaque instant t par le pommier A(t). → C'est l'activité



On ne regarde pas le nombre d'éléments présents, mais le nombre de particules émises à chaque instant.

Soit pour le Technétium-99m et le carbone 14 :

Exemple ^{99m}Tc**:**	***Exemple*** ^{14}C**:**
$N(t)$ = *nbre de noyaux* ^{99m}Tc;	$N(t)$ = *nbre de noyaux* ^{14}C;
$A(t)$ = *nbre de gamma émis.*	$A(t)$ = *nbre de* β^- *émis.*



B) Unité d'activité

- L'unité du SI de l'activité est le Becquerel (Bq) : 1Bq= 1 désintégration par seconde. Lorsqu'on a une population d'atomes radioactifs on a généralement plusieurs milliers voire millions de désintégrations toutes les secondes → Le Bq est donc une unité très petite et on utilise souvent le *MBq* (1 million de Bq) voir le *GBq* (1 milliard)

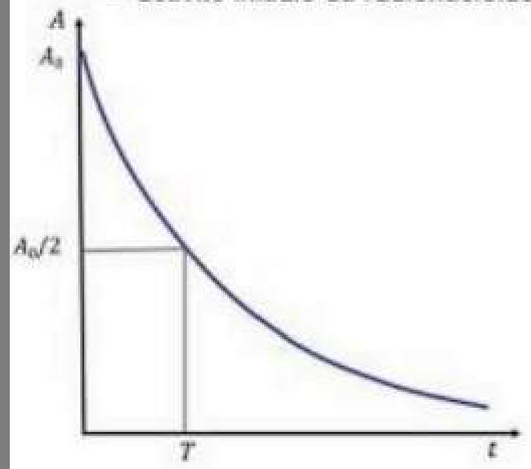
- L'ancienne unité, l'unité historique est le Curie (Ci) : 1 Ci = 3,7.1010Bq = 37 GBq. Le Curie est une unité très grande, les sources en médecine sont moins radioactives, donc on utilise des sous multiples du Ci le *mCi* (un millième 10-3) avec 1mCi = 37 MBq, ou le μCi (un millionième, 10-6).

C) Évolution dans le temps



$A_0 = \lambda \cdot N_0$

= activité initiale du radionucléide



$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

or $A(t) = \lambda \cdot N(t)$

et $A_0 = \lambda \cdot N_0$

Donc:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Ou encore:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T}}$$

On remarque qu'on retrouve les mêmes formules que pour le nombre de noyaux, c'est normal, car l'activité est proportionnelle au nombre de noyaux. L'activité décroit exponentiellement également.

D) Mesure de l'activité

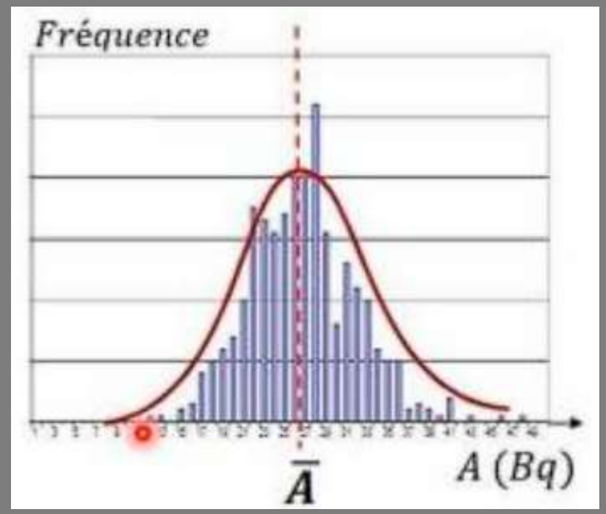
Les détecteurs de radioactivité : mesurent l'émission de particules ou de rayonnements électromagnétiques = les activimètres.

Cependant l'activité mesurée n'est pas fixe dans le temps (la radioactivité est un phénomène probabiliste aléatoire).

Le nombre de désintégrations qui se produit pendant un temps t n'est pas prévisible, on a seulement une probabilité. Les mesures reflètent cette incertitude.

La source radioactive a une activité précise à un temps donné, mais pour une même source, en répétant les mesures, l'activimètre nous donne une variabilité de valeurs d'activité

On observe une répartition spécifique des fréquences d'activité :



Les valeurs suivent la Loi de Poisson (courbe Gaussienne). Il y a une fréquence maximale Ā qui correspond à l'activité moyenne de notre source.

E) Calcul de la masse de radioéléments à partir de son activité

- Il est possible de calculer la masse d'un radioélément à partir de l'activité qu'on a mesuré

- Pour calculer la masse d'un atome unique, on passe par la masse molaire M de l'élément

RAPPEL masse d'une mole : mole = quantité de matière contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes de carbone 12 dans 12g de carbone 12 = environ 6..10^23 atomes++, ce dernier étant le nombre d'Avogadro.

Masse d'un atome (en g) = $\frac{M}{N_A}$

- M : masse molaire ($g.mol^{-1}$) — Proche du nb de masse A
- N_A : Nb d'Avogadro ($6{,}022.10^{23}\ mol^{-1}$)

Masse responsable d'une activité A au temps t:

$$m(t) = N(t) \times \frac{M}{N_A}$$

(Bq) (g.mol⁻¹) (s)

$$m(t) = \frac{A(t)}{\lambda} \times \frac{M}{N_A} = \frac{A(t) \times T}{\ln 2} \times \frac{M}{N_A}$$

(g) (s⁻¹) (mol⁻¹)

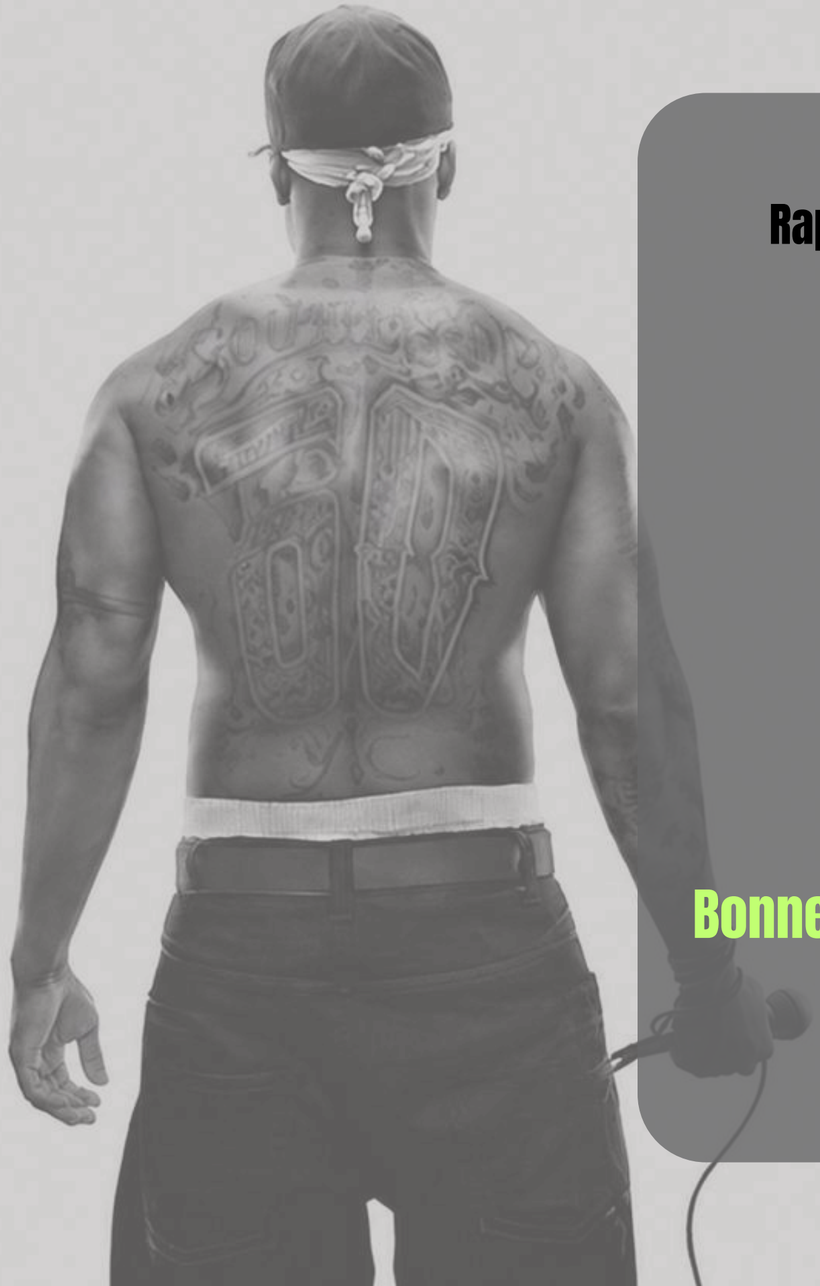
QCM



QCM 4 : Calculer la masse de 18FDG correspondant à une activité injectée de 140MBq de 18FDG.
On donne : M(18FDG) = 180 g.mol-1 ; Nb d'Avogadro = 6,02.10^23 ; T = 110 min ; ln2 ≈ 0.7

A) 4.10^-10 g
B) 8.10^{-14} g
C) 2.10^-16 g
D) 7.10^-17 g
E) 5.10^-3 g

CORRECTIONS



Rappel formule :

$$m(t) = \frac{M}{N_A} \times \frac{A(t) \times T}{ln2}$$

$$m(t) = \frac{180}{6{,}02.10^{23}} \times \frac{140.10^6 \times 110 \times 60}{0{,}7}$$

$$m(t) = \frac{18 \times 14 \times 11 \times 6 \times 10^{10}}{7 \times 6.10^{22}}$$

$$m(t) = \frac{18 \times 2 \times 11 \times 10^{10}}{10^{22}}$$

Bonne réponse = A

$$m(t) = 18 \times 2 \times 11 \times 10^{10} \times 10^{-22}$$

$$m(t) = 36 \times 11 \times 10^{-12}$$

$$m(t) = 396 \times 10^{-12}$$

$$m(t) = 4 \times 10^{-10} g$$

THANKS

