Lois cinétiques TTR

Sommaire :

1. **Loi de décroissance d'une population de noyaux radioactifs**
   A. La constante radioactive λ
   B. Évolution du nombre de noyaux au cours du temps
2. **Période physique**
   A. Définition
   B. Exemples de calculs
   C. Période effective en physiologie
3. **Radioactivité d'un élément**
   A. Définition
   B. Unité d'activité
   C. Évolution dans le temps
   D. Mesure de l'activité
   E. Calcul de la masse de radioéléments à partir de son activité
4. **Cinétiques des filiations radioactives**
   A. Formation d'un nucléide stable
   B. Formation d'un nucléide instable : cas général
   C. Formation d'un nucléide instable cas particulier de régime : $\lambda 1 < \lambda 2$ ($T1 > T2$)

Salut l'ekip, vous avez ici la version TTR du cours avec donc la partie 4 qui n'est pas présente mais que je laisse dans le sommaire !

Bonne lecture !

Le tutorat est gratuit l'équipe, toute vente ou reproduction est interdite

1. Loi de décroissance d'une population de noyaux radioactifs

Radioactivité : émission d'une particule éventuellement associée à un rayonnement qui fait suite à une désintégration d'un noyau instable.

La radioactivité est un phénomène **statistique**.

Tout noyau instable va se désintégrer de manière :

- **Aléatoire/imprévisible** (on ne sait pas à quel instant t notre noyau va se désintégrer)
- **Stationnaire dans le temps/la probabilité de désintégration est invariable** (ne dépend pas de la durée de notre observation dans le temps)

ILLUSTRATION : On peut comparer ça à une partie de dé, on veut faire une suite de nombre (ex : 1-2-3-4)

- *La probabilité de réussir/échouer est la même à chaque partie = STATIONNAIRE*
- *ET elle est indépendante de la partie précédente, on ne sait pas à quel lancer on va y arriver = ALÉATOIRE*

A. La constante radioactive λ

La probabilité P qu'un nucléide subisse une transformation radioactive pendant un intervalle de temps d'observation dt est :

$$P(dt) = \lambda \cdot dt$$

La **constante radioactive λ** :

- a une dimension qui est **l'inverse d'un temps**, en secondes^{-1} (mais on peut l'exprimer également en minutes^{-1}, heures^{-1}, années^{-1})
- λ dépend de la **nature du nucléide** : la constante radioactive est différente s'il s'agit de C^{14} ou d'O^{15} (tous 2 instables), mais λ dépend aussi du niveau d'énergie du noyau
- **ne dépend PAS des conditions physico-chimiques de l'environnement** (température du milieu, pH, environnement moléculaire, …)

Exemple : Le Carbone 14 à λ= 1,2.10^{-4} an^{-1}.

Soit chaque noyau a environ 1 chance sur 10 000 de se désintégrer au cours d'une année.

B. Évolution du nombre de noyaux au cours du temps

Maintenant on n'étudie plus la probabilité de désintégration d'un seul noyau, mais d'une **population de noyaux**.
On considère une population de noyaux radioactifs d'effectif initial N0 et de **constante radioactive λ**.

- **N0** est le nombre initial de noyaux
- **N(t)** l'effectif de la population de noyaux à un instant t

Entre les instants t et $t + dt$ (=intervalle de temps de notre observation), la population **diminue** de dN nucléides (nombre de noyaux qui disparaissent par désintégration radioactive) :

$$dN = -N(t) \cdot P(dt) \longrightarrow dN = -N(t) \cdot \lambda \cdot dt$$

Car P(dt)= λ.dt

Cette équation différentielle peut s'intégrer et donne :

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Le nombre de **noyaux radioactifs** de notre population décroit par désintégration donc de manière exponentielle (suivant cette formule).

ILLUSTRATION : on prend l'exemple d'un pommier avec ses pommes mûres prêtes à tomber.

Chaque pomme a une probabilité P de tomber à chaque instant t. P est toujours la même, indépendante du temps t ainsi que du nombre de pommes restantes.

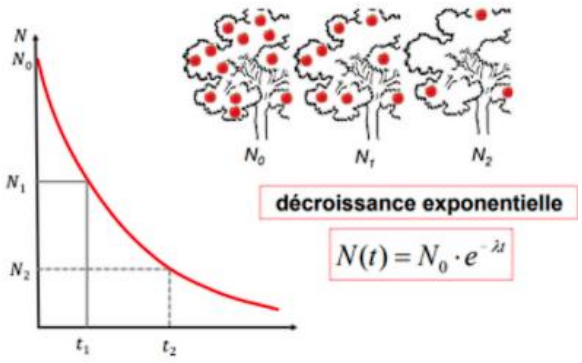
À l'instant **t = 0**, on a **N0** pommes.

À **t = 1**, on a **N1** pommes avec une diminution assez rapide au départ du nombre de pommes.

À **t = 2**, on a **N2** pommes.

On a donc une décroissance exponentielle du nombre de pommes : rapide au départ qui va ensuite se tasser dans le temps.

L'exemple du pommier peut se transposer au nombre de noyaux d'une population d'atomes radioactifs :



2. Période physique

A. Définition

Pour caractériser la décroissance on va utiliser la notion de période radioactive :

On a **λ** : la **constante radioactive** qui est exprimée comme **l'inverse d'un temps.**

On peut également utiliser une **constante de temps = 1/λ** (l'inverse de la constante radioactive) exprimée en unité de temps (secondes, années, …)

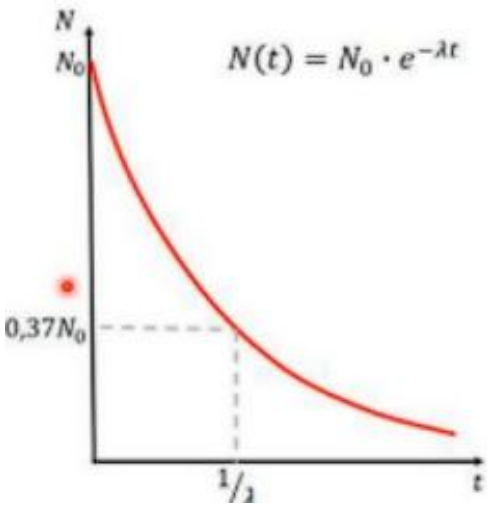
(L'unité de λ étant l'inverse d'un temps, **1/λ** est donc un temps **exprimé en secondes**).

On calcule le nombre de noyaux N restant au temps t =1/λ donc après un intervalle dt =1/λ

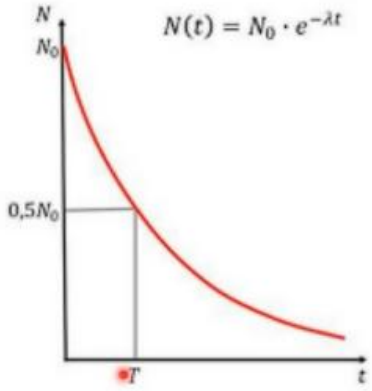
$$N\left(\frac{1}{\lambda}\right) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \frac{1}{\lambda}} \rightarrow N\left(\frac{1}{\lambda}\right) = N_0 \cdot e^{-1} \rightarrow N\left(\frac{1}{\lambda}\right) = N_0 \times 0{,}37$$

Sur le graphique : le temps est sur l'axe des abscisses, la décroissance du nombre de noyaux en fonction du temps est exponentielle

À **t =1/λ**, il reste **37%** de l'effectif initial des noyaux (donc **63% ont disparu**).



En théorie : la **constante radioactive (λ)** ou la **constante de temps (1/λ) suffisent** pour caractériser la décroissance de la population des noyaux instables.



En réalité : on préfère utiliser **la période radioactive T** :

- Elle s'exprime en unité de temps (secondes, jours, années, …)
- Elle définit le temps au bout duquel il ne reste plus que 50% de l'effectif initial soit un effectif réduit de moitié.

On peut lier les formules entre elles, on obtient alors :

$$N(T) = \frac{N_0}{2} \quad \text{et} \quad N(T) = N_0 \cdot e^{-\lambda T}$$

$$\text{donc} \quad N_0 \cdot e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2}$$

$$\rightarrow \; e^{-\lambda T} = \frac{1}{2} \qquad \rightarrow \lambda \cdot T = \ln 2$$

$$\rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$$

L'équation relie les formules de : la **constante radioactive et la période radioactive** en passant par **ln(2)** qu'on simplifie comme égal à **0,693 (0,7).**

Pour les calculs, retenez bien cette valeur de ln(2) qui vaut environ 0,7, sauf si vous voyez une simplification à faire avec 0,693 ofc.

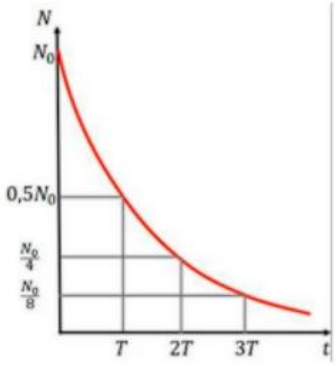
On cherche maintenant à écrire **$N(t) = N0.e^{-\lambda t}$** en remplaçant λ par **ln2/T** (cf. formule juste avant)

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T}} = N_0 \cdot (e^{\ln 2})^{-\frac{t}{T}} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \quad \text{donc} \quad \frac{N(t)}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}}$$

N(t)/N0 correspond au **pourcentage de noyaux restants après l'intervalle de temps t**.

En utilisant la formule on a :

t	T	$2T$	$3T$	$10T$	nT
$N(t)/N_0$	½	2^{-2}	2^{-3}	2^{-10}	2^{-n}
%	50	25	12,5	0,1	…



Après **1 période radioactive (1T)**, il reste **50%** des noyaux.

Après **2T** il reste **25%** des noyaux.

Après **10 périodes radioactives** il reste **0,1%** de noyaux soit un millième de l'effectif initial N0 (**à chaque fois la population est divisée par 2n**).

On considère qu'**au bout de 10T le radionucléide a quasiment disparu**.

B. Exemples de calculs

On demande de calculer T du sodium^{24}, du technétium^{99m} et de l'iode^{13}.

$^{24}_{11}Na$

- $\lambda = 4{,}62.10^{-2}\ h^{-1}$
- $T = \frac{Ln2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$
- $T = \frac{0{,}693}{4{,}62.10^{-2}} = 15h$

$^{99m}_{43}Tc$

- $\lambda = 3{,}2.10^{-5} s^{-1}$
  $= 3{,}2.10^{-5} \times 3600 = 0{,}1152\ h^{-1}$
- $T = \frac{0{,}693}{0{,}1152} = 6\ h$

$^{131}_{53}I$

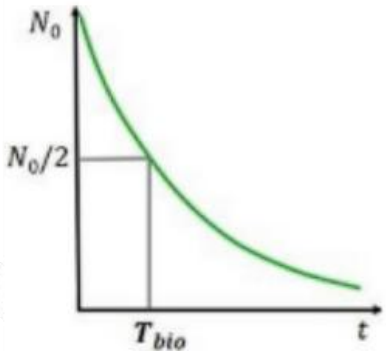
- $\lambda = 1{,}0.10^{-6} s^{-1} = 8{,}64.10^{-2} j^{-1}$
- $T = \frac{0{,}693}{8{,}64.10^{-2}} = 8\ j$

C. Période effective en physiologie

L'élimination d'une population d'atomes radioactifs va pouvoir être :

- **Élimination physique par désintégration radioactive** : suit une **loi exponentielle** et est caractérisée par la période radioactive **$T_{radioactive} = T_{physique}$**

- **Élimination biologique** : le radionucléide quitte l'organe (éliminé par les urines ou les selles), suit également une **loi exponentielle** et est caractérisée par la période biologique **T_{bio} = temps au bout duquel la moitié des noyaux initiaux ont été éliminés biologiquement**.



L'élimination réelle des radionucléides tient compte de ces deux phénomènes : **physique ET biologique**.

Un élément qui se désintègre selon une **période radioactive T** est également métabolisé avec une **période biologique T_{bio}**. Il sera finalement éliminé selon la **période effective T_{eff}** avec :

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{physiq.}} + \frac{1}{T_{bio}}$$

Cette formule c'est du PAR CŒUR ++++ elle tombe très souvent

(je vais bien vous y préparer no worries)

3. Radioactivité d'un élément

A. Définition

L'activité est :

- **Le nombre moyen de désintégrations radioactives par unité de temps.**
- **Proportionnelle** au nombre de radionucléides restants (pas encore désintégrés) à chaque instant t

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

A(t) : l'activité au temps t
N(t) le nombre de nucléides au temps t
λ :La constante radioactive

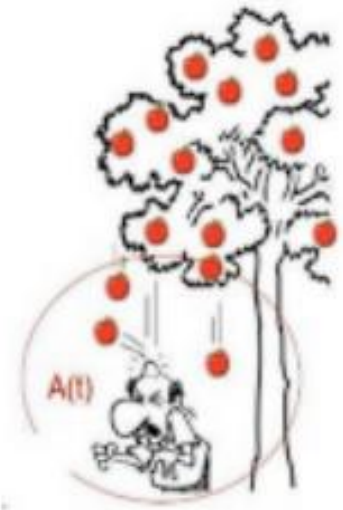
- Le **nombre de photons ou de particules émises par unité de temps** (puisque lors d'une désintégration il y a libération de photon ou de particule détectable).
- **Proportionnelle** à ce que l'on détecte
- C'est une **grandeur** utile pour exprimer une **quantité de radionucléides**.

Le **taux de désintégration des particules radioactives** est un élément **plus important** que leurs **nombres N ou leurs masses m** (ce qui compte c'est la radioactivité émise/exprimée par l'activité).

L'exemple du pommier : N, le nombre de pommes sur l'arbre soit le nombre d'atomes radioactifs.

On change le référentiel et on se met à la place du monsieur sous le pommier. Pour lui ce qui est important c'est le nombre de pommes qu'il se prend sur la tête (et non le nombre de pommes dans le pommier).

On va donc regarder le nombre de pommes émises à chaque instant t par le pommier A(t). ➔ **C'est l'activité**



On ne regarde pas le nombre d'éléments présents, mais le **nombre de particules émises à chaque instant**.

Soit pour le Technétium-99m et le carbone 14 :

Exemple ^{99m}Tc:
$N(t)$ = nbre de noyaux ^{99m}Tc;
$A(t)$ = nbre de gamma émis.

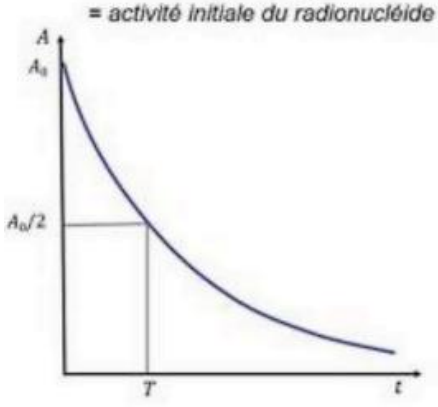
Exemple ^{14}C:
$N(t)$ = nbre de noyaux ^{14}C;
$A(t)$ = nbre de β^- émis.

B. Unité d'activité

- **L'unité du SI** de l'activité est le **Becquerel (Bq)** : **1Bq= 1 désintégration par seconde**. Lorsqu'on a une **population** d'atomes radioactifs on a généralement plusieurs milliers voire millions de désintégrations toutes les secondes → Le **Bq est donc une unité très petite** et on utilise souvent le **MBq** (1 million de Bq) voir le **GBq** (1 milliard)
- L'ancienne unité, l'**unité historique** est le **Curie (Ci)** :
  1 Ci = 3,7.10^{10} Bq = 37 GBq. Le Curie est une **unité très grande**, les sources en médecine sont moins radioactives, donc on utilise **des sous multiples du** Ci le **mCi** (un millième 10-3) avec 1mCi = 37 MBq, ou le **µCi** (un millionième, 10-6).

C. Évolution dans le temps

$A_0 = \lambda \cdot N_0$
= activité initiale du radionucléide



$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

or $A(t) = \lambda \cdot N(t)$

et $A_0 = \lambda \cdot N_0$

Donc:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Ou encore:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T}}$$

On remarque qu'on retrouve les mêmes formules que pour le nombre de noyaux, c'est normal, car l'activité est proportionnelle au nombre de noyaux. **L'activité décroit exponentiellement également**.

D. Mesure de l'activité

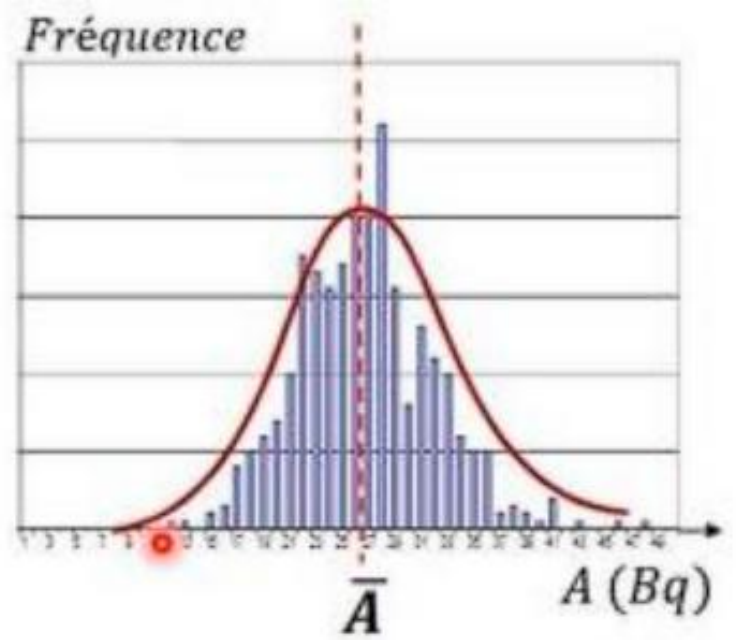
Les détecteurs de radioactivité : mesurent l'émission de particules ou de rayonnements électromagnétiques = les **activimètres**.

Cependant l'activité mesurée n'est **pas fixe dans le temps** (la radioactivité est un phénomène probabiliste aléatoire).

Le nombre de désintégrations qui se produit pendant un temps t n'est pas prévisible, on a seulement une probabilité. Les mesures reflètent cette **incertitude**.

La source radioactive a une activité précise à un temps donné, mais pour une même source, en répétant les mesures, l'activimètre nous donne une variabilité de valeurs d'activité.

On observe une répartition spécifique des fréquences d'activité :



Les valeurs suivent la Loi de Poisson (courbe gaussienne). Il y a une fréquence maximale Ā qui correspond à l'activité moyenne de notre source.

E. Calcul de la masse de radioéléments à partir de son activité

- Il est possible de calculer la **masse** d'un radioélément à partir de l'activité qu'on a mesuré
- Pour calculer la masse d'un atome unique, on passe par la **masse molaire M** de l'élément

RAPPEL masse d'une mole : mole = quantité de matière contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes de ***carbone 12 dans 12g de carbone 12 = environ 6.10²³ atomes****, ce dernier étant le nombre d'Avogadro.*

- Masse d'un atome (en g) = $\frac{M}{N_A}$ — M : masse molaire (g.mol⁻¹) Proche du nb de masse A ; N_A : Nb d'Avogadro (6,022.10²³ mol⁻¹)

- Masse responsable d'une activité A au temps t:

$$m(t) = N(t) \times \frac{M}{N_A}$$

$$m(t) = \frac{A(t)}{\lambda} \times \frac{M}{N_A} = \frac{A(t) \times T}{\ln 2} \times \frac{M}{N_A}$$

(g) ; (Bq) ; (s⁻¹) ; (g.mol⁻¹) ; (mol⁻¹) ; (s)

ET VOILA POUR CE COURS POUR LA TTR (j'espère que vous êtes toujours en vie haha)

(J'ai essayé une nouvelle mise en page pour les fiches rayonnements dites-moi si ça vous va ou non par rapport à celles des solutions)