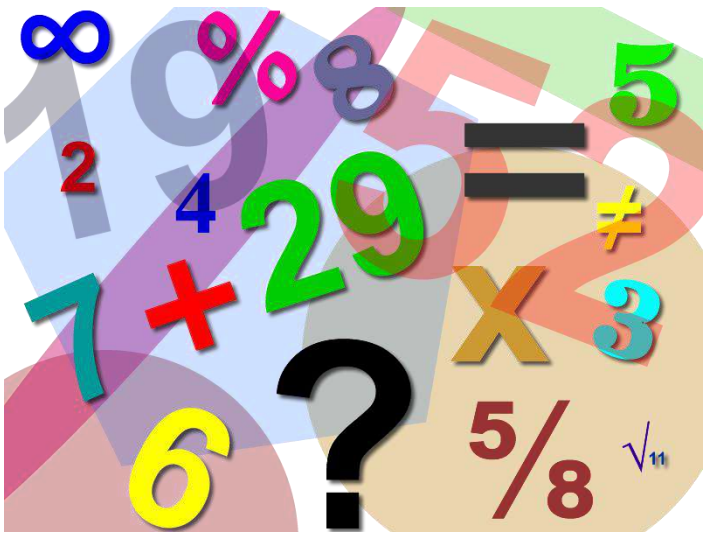
LAS

Livret Calcul'Tut

Biophysique
Physiologie
Pharmacologie
Biostatistiques

[Année 2026-2027]



- Formules à connaître
- Exemples détaillés

TUTORAT NICOIS
Faculté De Médecine

SOMMAIRE

1. Biophysique : Calculs à connaître

Biophysique des Solutions 5
Biophysique Cardiaque 7
Biophysique des Rayonnements 7
Méthode : Calculs à connaître 13
Biophysique de la Circulation : Calcul important qui tombe à l'examen 13
Biophysique des Solutions : Calcul important qui tombe à l'examen ++ 15
Biophysique Cardiaque 18
Biophysique des Rayonnements 20

2. Physiologie : Calculs à connaître 40

Compartiments de l'organisme 40
Aspect énergétique du métabolisme 40
Méthode : Calculs à connaître 41

3. Pharmacologie : Calculs à connaître 43

Pharmacocinétique 1 43
Pharmacocinétique 2 44
Méthode : Calculs à connaître 45
Exemples d'application 45

4. Biostatistiques : Calculs à connaître 48

Probabilité élémentaire 48
Probabilité conditionnelle 48
Tests diagnostiques 49
Introduction à la métrologie et biométrie 50
Statistiques descriptives 50
Statistiques déductives 51
Épidémiologie analytique 52
Méthode : Calcul à connaître 53
Tests diagnostiques 53
Probabilités élémentaires 54
Probabilités conditionnelles 56
Introduction à la métrologie et la biométrie 58
Statistiques descriptives 58
Epidémiologie analytique 59
Matrices 61
Variables aléatoires 61
Analyse de survie 63
Essais cliniques 66
Équations différentielles 69

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

1. Biophysique : Calculs à connaître

Calculs à connaître pour l'examen classant

Biophysique de la Circulation :

1. $\Delta P = \rho g h$

> Avec :
> **ΔP** : Différence de pression/Pression relative en **Pa**
> **ρ** : Masse volumique en **kg.m^{-3}**
> **g** : Intensité de pesanteur en **m.s^{-2}**
> **h** : Hauteur en **m**

2. $Q = S.v$

> Avec :
> **Q** : Débit en **m^3.s^{-1}**
> **S** : Section
> **v** : Vitesse en **m.s^{-1}**

3. $PT = P + \frac{1}{2}\rho v^2$ / $PA = P - \frac{1}{2}\rho v^2$

> Avec :
> **PT** : Pression Terminale
> **PA** : Pression d'Aval
> **P** : Pression Statique/Latérale
> **ρ** : Masse volumique en **kg.m^{-3}**
> **v** : Vitesse en **m.s^{-1}**

4. $Re = \frac{\rho d v}{\eta}$

> Avec :
> **Re** : Nombre de Reynolds → Indique la turbulence
> **ρ** : Masse volumique en **kg.m^{-3}**
> **v** : Vitesse en **m.s^{-1}**
> **d** : Diamètre en **m**
> **η** : Viscosité en **Pa.s** ou **kg.m^{-1}.s^{-1}**

5. $v_c = \frac{Re.\eta}{\rho.d}$

> Avec :
> **v_c** : Vitesse critique en **m.s^{-1}**
> **Re** : Nombre de Reynolds → Indique la turbulence
> **ρ** : Masse volumique en **kg.m^{-3}**
> **d** : Diamètre en **m**
> **η** : Viscosité en **Pa.s** ou **kg.m^{-1}.s^{-1}**

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

6. $\Delta P = \frac{8.\eta.L}{\pi.r^4}.Q$: Un seul vaisseau ; $\Delta P = \frac{8.\eta.L}{n.\pi.r^4}.Q$: Un réseau de vaisseaux

> Avec :
> **ΔP** : Chute de pression/Différence de pression en **Pa**
> **η** : Viscosité en **Pa.s** ou **kg.m^{-1}.s^{-1}**
> **L** : Longueur en **m**
> **r** : Rayon en **m**
> **Q** : Débit en **m^3.s^{-1}**
> **π** : pi = 3,14
> **n** : Nombre de vaisseau parallèle

7. $Hématocrite = x = \frac{Volume\ des\ cellules}{Volume\ total\ (=cellules + plasma)}$

> Avec :
> **Hématocrite normal** = **45%**

8. $Ri = \frac{8.\eta.L}{\pi.r^4}$

> Avec :
> **Ri** : Résistance individuelle du vaisseau
> **η** : Viscosité en **Pa.s** ou **kg.m^{-1}.s^{-1}**
> **L** : Longueur en **m**
> **r** : Rayon en **m**
> **π** : pi = 3,14

9. $R = \frac{Ri}{n}$

> Avec :
> **R** : Résistance Globale
> **Ri** : Résistance individuelle du vaisseau
> **n** : Nombre de vaisseau parallèle

10. $PAmoy = \frac{PAsys + 2PAdiast}{3}$

> Avec :
> **PA** : Pression Artérielle en **mmHg** ou **Pa/kPa**

11. $PAdiff = PAsys - PAdiast$

> Avec :
> **Padiff** : Pression Artérielle Différentielle en **mmHg** ou **Pa/kPa**
> **PA** : Pression Artérielle en **mmHg** ou **Pa/kPa**

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

Biophysique des Solutions

L'eau

1. $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \times \frac{qq'}{r^2}$

> Avec :
> **qq'** = charges respectives des ions en question
> **r** = la distance qui les sépare
> **e₀** = constante
> et **e** = la constante diélectrique du solvant

2. $Q = m \times c \times (T2 - T1)$

> Avec :
> **m** = masse de l'espèce en kg
> **c** = chaleur spécifique en J-°C-1.kg-1
> **T** = température en °C

Concentrations

3. Concentration Volumique : $c = \frac{m_{solute}}{V_{solution}} g.L^{-1}$

> Avec :
> **m** = masse du soluté
> **V** = volume de la solution

4. Titre massique : $\tau = \frac{m_{solute}}{m_{eau} + m_{solute}} \%$

> Avec :
> **m** = masse de l'eau et du soluté

5. Molarité : $C^M = \frac{n}{V} mol.L^{-1}$

> Avec :
> **n** = nombre de mole
> **V** = volume de la solution

6. Molalité : $C^m = \frac{n}{m_{eau}} mol.kg^{-1}$

> Avec :
> **n** = nombre de mole
> **m** = masse de l'eau

7. Osmolarité : $C^O = \frac{n_{osm}}{V} = iC^M osmol.L^{-1}$

> Avec :
> **n** = nombre d'osmol
> **V** = volume de la solution
> **i** = facteur de Van't Hoff

7. Osmolalité : $C^0 = \frac{n_{osm}}{m_{eau}} = iC^M osmol.kg^{-1}$

> Avec :
> **n** = nombre d'osmol
> **m** = masse de l'eau
> **i** = facteur de Van't Hoff

8. Facteur de Van't Hoff : $i=1+\alpha(n-1)$

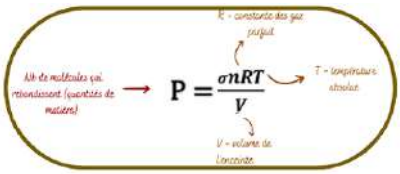
> Avec :
> **α** = coefficient de dissociation
> **ν** (ou n = nu) = nombre d'espèce

Moles et osmoles

9. Masse molaire des molécules : $M_{mol} = \sum M \text{ composant la molécule}$

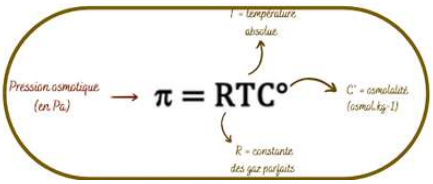
Osmose

10. Pression d'un gaz (sans et avec molécules) :



> Avec :
> **P** = pression
> **σn** = nombre de molécules qui applique une pression sur la paroi (à enlever si pas de molécule)
> **R** = constante des gaz parfait
> **T** = température
> **V** = volume de l'enceinte

11. Loi de Pfeffer-Van't Hoff :



> Avec :
> **R** = constante des gaz parfait
> **T** = température
> **C°** = osmolalité
> **π** = pression osmotique
> → Pareil pour la pression oncotique

Diffusion et transports membranaires

12. Loi de Fick : $J_d = -D \times S \frac{\Delta C}{\Delta x}$

> Avec :
> **D** = coefficient de diffusion
> **S** = surface de diffusion
> Δc / Δx = gradient de concentration

Propriétés colligatives des solutions

13. Augmentation de la température d'ébullition $\Delta\theta = K_{eb} \times C^0$

> Avec :
> **Δθ** = température du mélange avec osmoles
> **K_{eb}** = constante ébullioscopique / pour l'eau == 0, 51°.osmol^{-1}.kg
> **C°** = osmolalité

14. Abaissement de la température de congélation :

> Avec :
> **Δθ** = température du mélange avec osmoles
> **Kc** = constante cryoscopique / pour l'eau == 1,86°.osmol^{-1}.kg
> **C°** = osmolalité

Biophysique Cardiaque

1. $VES = VTD - VTS$ (en mL)

1. $FE = \frac{VES}{VTD} = \frac{VTD-VTS}{VTD}$ (avec FE en %)

3. $Q = VES \times FC = VTD \times FE \times FC$ (avec FC en bpm et Q en mL.min^{-1})

4. $W = VES\ x\ P$ (avec W en Joules, P en Pascal et VES en m^{-3})

Biophysique des Rayonnements

Physique de la matière

1. $mu = mg\ x\ N$ (avec mu en u, mg en g et N = 6,022 × 10^{23})
2. $E = 1240 / \lambda$ (avec E en eV et λ en nm)
3. $Wn = -13,6 \times ((Z - \sigma)^2 / n^2)$ (avec Wn en eV)

Noyau atomique

4. $El = 931,5 \times \Delta M\ et\ M(A,Z) < \Sigma mi -> \Delta M(A,Z) = \Sigma mi - M(A,Z)$ → *La masse du noyau est inférieure à la masse de ses constituants pris séparément* (avec El en MeV et ΔM en u)

Radioprotection

5. $\frac{1}{Teff} = \frac{1}{Tphys} + \frac{1}{Tbio}$

Interactions RI-matière

1. Relation de Duane et Hunt

$$E(eV) = \frac{1240}{\lambda(nm)}$$

2. Photons de fluorescence et électron Auger

⇒ **Photon de fluorescence** : $E = |Wi| - |Wk|$ **(si l'électron passe d'une couche i à une couche k)**
- Tout en eV ou keV (et les autres dérivés)

⇒ **Énergie cinétique de l'électron Auger** : $T = E - |Wx|$
- E correspond à l'énergie du photon de fluorescence qui expulse l'électron et Wx correspond à l'énergie de liaison de l'électron expulsé d'une couche que l'on nomme x mais ça pourrait être n'importe quelle couche
- Tout en eV ou kev (et les autres dérivés)

3. CDA (couche de demi-atténuation)

$$CDA = \frac{\ln(2)}{\mu}$$

Avec :
CDA en unité de longueur (par exemple en cm) ;
μ en l'inverse de l'unité de longueur (par exemple cm^{-1})

Radioactivité

1. Alpha

FORMULE : $$\Delta M = \mathcal{M}(A,Z) - \mathcal{M}(A-4,Z-2) - \mathcal{M}(4,2)$$

Avec :
ΔM en u t chaque M aussi en u



2. Isobarique

ß-

FORMULE : $$E_d = \left[\mathcal{M}(A,Z) - \mathcal{M}(A,Z+1)\right] \times 931{,}5$$

ß+

FORMULE : $$\Delta M = \mathcal{M}(A,Z) - \mathcal{M}(A,Z-1) - 2m_e$$

$$E_d = \Delta M \,.\, 931{,}5 - 2.m_e \,.\, 931{,}5$$

Capture électronique

FORMULE : $$E_d = \left[\mathcal{M}(A,Z) - \mathcal{M}(A,Z-1)\right] \times c^2 - E_l$$

Energie de liaison de l'e- capturé

3. Isomérique

Gamma (ɣ)

FORMULES : $$\Delta M = \mathcal{M}(Am,Z) - \mathcal{M}(A,Z)$$

$$E_d = \Delta M \times 931.5$$ Avec *E* en MeV ; M en u

Conversion interne

$$\Delta M = \mathcal{M}(Am,Z) - \mathcal{M}(A,Z)$$

$$E_d = \Delta M \times 931.5$$

$$E_c(\text{électron}) = E_d - E_l$$

Energie rendue disponible par la réaction — Energie de liaison

4. Familles radioactives

⚠ ATTENTION ⚠

Les marches d'une même famille se descendent toujours 4 par 4



5. Lois cinétiques

1. **Constante radioactive et période radioactive (interchangeable)** $\lambda = \frac{Ln(2)}{T}$

Avec :
λ constante radioactive en unité inverse de temps (s^{-1}, h^{-1}, …)
ln (2) = 0,693 ou 0,7 avec l'arrondi
T = période radioactive en unité de temps (s, h, …)

2. **Période effective** : $\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{physiq.}} + \frac{1}{T_{bio}}$

Avec :
T_{eff} = période effective
T_{phy} = période physique
T_{bio} = période biologique

3. **Nombre de nucléides à un instant t** : $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

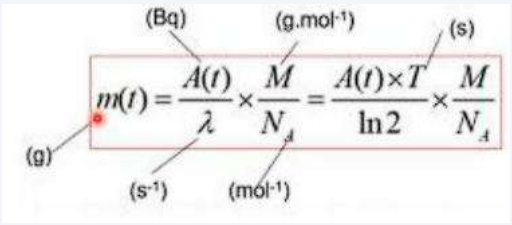
Avec :
N(t) = nombre de nucléides à l'instant t
N(0) = nombre de nucléides initial de la population
e = exponentielle
λ constante radioactive
t = temps

4. **L'activité d'un élément** : $A(t) = \lambda \cdot N(t)$ $A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$

Avec :
A(t) = l'activité au temps t en Becquerel (Bq)
N(t) = nombre de nucléides à l'instant t
A(0) = l'activité initial de la population en Bq
λ constante radioactive

5. **Masse du radioélément à partir de son activité** :

Avec :
m(t) = masse du radio élément à l'instant t en gramme g
A(t) = l'activité au temps t
Na = Nombre d'Avogadro = 6,022.10^23 mol^{-1}
M = masse molaire en $g.mol^{-1}$
T = période radioactive
λ constante radioactive



6. **Formation d'un nucléide stable** : $N_1(t) = N_1(0) \cdot e^{-\lambda_1 t}$

Avec :
N1(t) = nombre de noyaux pères à l'instant t
N1(0) = nombre de noyaux pères initiaux

7. **Formation d'un nucléide instable** : $N_2(t) = N_1(0) \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$

Avec :
2 = tout ce qui concerne les nucléides fils instables produits
1 = tout ce qui concerne le nucléide père

8. **Temps tmax de la formation d'un nucléide instable (cas général)** $t_{max} = \frac{Ln\lambda_2 - Ln\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$

Avec :
t_{max} = temps auquel l'activité du fils X2 va être maximale
2 = tout ce qui concerne les nucléides fils instables produits
1 = tout ce qui concerne le nucléide père

9. **Cas particulier ; équilibre de régime** $A_2(t) \cong A_1(t) \times \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$ quand $\begin{matrix} \lambda & \lambda_1 < \lambda_2 \\ T & T_1 > T_2 \end{matrix}$

Avec :
2 = tout ce qui concerne les nucléides fils instables produits
1 = tout ce qui concerne le nucléide père
A(t) = l'activité au temps t
λ constante radioactive

Dosimétrie-Radiobiologie

1. **Fluence énergétique** : $$\Psi = \frac{E \times dN}{ds} = E \times \varphi \quad (J.m^{-2})$$

> Avec :
> **Ψ** = fluence énergique en J/m²
> **E** = énergie du rayonnement en J
> **dN** = nombre de particules
> **ds** = section en m²
> **φ** = fluence

2. **Énergie reçue** : $$E_e = \frac{d\Psi}{dS} = \frac{d\Psi}{d\Omega . d^2}$$

> Avec :
> **dΨ** = fluence énergique reçue
> **E_e** = énergie reçue en J
> **ds** = section
> **Ω** = angle solide
> **d²** = disatnce au carré en m

3. **Dose absorbée D** : $$D = \frac{E_a}{dm}$$

> Avec :
> **D** = dose absorbée en Gray = Gy ou J.kg-1
> **E_a** = Energie absorbées, déposée par les photons
> **dm** = masse élémentaire déposée

4. **Dose équivalente H** $$H_T = \sum_R w_R . D_{T,R}$$

> Avec :
> **W_R** = facteurs de dangerosité/qualité des rayonnements
> **D** = dose absorbée
> **H** = dose équivalente en Sievert (Sv)

5. **Dose équivalente E en Sievert** : $$E = \sum_T w_T . H_T \qquad E = \sum_T w_T . \sum_R w_R . D_{T,R}$$

> Avec :
> **W_T** = sensibilité des tissus
> **W_R** = facteurs de dangerosité/qualité des rayonnements
> **D** = dose absorbée
> **H** = dose équivalente en Sv

Rayon X

1. $\varphi = \frac{kiZU^2}{2}$

> Avec :
> **φ** : Flux énergétique/Puissance énergétique émise par le tube
> **k** : Facteur de proportionnalité
> **i** : Courant anodique
> **Z** : Numéro atomique de la cible
> **U** : Haute Tension du tube

2. $P = Ui$

> Avec :
> **P** : Puissance électrique consommée
> **U** : Haute tension
> **i** : Courant anodique

3. $r = \frac{\varphi}{P} = \frac{KiZU^2}{Ui} = KZU$

> Avec :
> **r** : Rendement
> **φ** : Flux énergétique/Puissance énergétique émise par le tube
> **P** : Puissance électrique consommée
> **K** : k/2 = K
> **i** : Courant anodique
> **Z** : Numéro atomique de la cible
> **U** : Haute Tension du tube

Méthode : Calculs à connaître

Biophysique de la Circulation : Calcul important qui tombe à l'examen

1. $\boldsymbol{Re = \frac{\rho dv}{\eta}}$

A. Exemple de QCM :

Soit une artère de diamètre d = 6 mm, on mesure une vitesse d'écoulement v = 8 m.s^{-1}. Données : ρ_{sang} = 10^3 kg.m^{-3} ; η_{sang} = 4.10^{-3} kg.m^{-1}.s^{-1}. Indiquez-la (les) réponse(s) exacte(s) :

ON CONVERTIT TOUJOURS ++++

Donc on veut le diamètre en **m** alors on a : 6 mm = 6.10^{-3} m

Ici, il n'y a rien d'autres à convertir, on peut donc faire notre calcul :

$$Re = \frac{\rho dv}{\eta} = \frac{10^3.6.10^{-3}.8}{4.10^{-3}}$$

Ici, on a seulement placé nos valeurs ! Et on observe qu'on a, au numérateur et au dénominateur, 2 même valeur alors on peut SIMPLIFIER +++ La simplification est l'astuce n°1 +++

$$Re = \frac{10^3.6.8}{4} = \frac{10^3.6.4.2}{4}$$

On a simplifié et on peut maintenant décomposer notre 8, pour simplifier plus tard ! Nous savons que 8 = 4.2 ! On a maintenant un 4 au numérateur et un 4 au dénominateur ! On SIMPLIFIE +++

$$Re = 10^3.6.2 = 12.10^3 = 12\,000$$

2. $\boldsymbol{\Delta P = \frac{8.\eta.L}{\pi.r^4}.Q}$: Un seul vaisseau ; $\boldsymbol{\Delta P = \frac{8.\eta.L}{n.\pi.r^4}.Q}$: Un réseau de vaisseaux

B. Exemple de QCM :

On considère un écoulement continu, une viscosité apparente égale à 3,14.10^{-3} Pa.s et un débit de 12 L.min^{-1}. Le vaisseau à un diamètre moyen de 40 mm et une longueur de 50 cm. Quelle est la chute de pression entre le début et la fin du vaisseau ?

On CONVERTIT +++ C'est la première chose à faire…

On veut le rayon en **m** et pas le diamètre alors on divise le diamètre par 2 et on convertit : r = d/2 = 40/2 = 20 mm = 20.10^{-3} m ;

Il est important aussi d'avoir des nombres scientifiques donc entre 0 et 10 (non compris) donc on évite d'avoir 20.10^{-3} m… 20.10^{-3} m = 2.10^{-2} m

Pour convertir le débit, il faut faire x10^{-3} au numérateur puis diviser par 60 le tout !

On a donc : 12 L/min = 12.10^{-3}/60 = 12.10^{-3}/6.10^1 = 2.10^{-4} m^3.s^{-1}

On convertit la Longueur : L = 50 cm = 50.10^{-2} m = 5.10^{-1} m

On doit appliquer la première formule puisque cela concerne UN SEUL VAISSEAU +++

$$\Delta P = \frac{8.\eta.L.Q}{\pi.r^4} = \frac{8.3{,}14.10^{-3}.5.10^{-1}.2.10^{-4}}{3{,}14.(2.10^{-2})^4}$$

On a placé nos valeurs ! Maintenant, on voit qu'on a au numérateur et au dénominateur 3,14 alors on SIMPLIFIE +++ Encore une fois, la simplification est l'astuce n°1 +++++

$$\Delta P = \frac{8.5.2.10^{-8}}{2.2.2.2.10^{-8}} = \frac{80.10^{-8}}{8.2.10^{-8}} = \frac{8.10.10^{-8}}{8.2.10^{-8}}$$

On a maintenant désassemblé notre rayon à la puissance 4 au dénominateur et on a rassemblé nos puissances de 10 au numérateur et au dénominateur !

En multipliant les chiffres au numérateur et certains au dénominateur, on voit qu'on a un 8 au numérateur et au dénominateur mais aussi 10^{-8} au numérateur et au dénominateur donc on SIMPLIFIE +++

$$\Delta P = \frac{10}{2} = 5\ Pa$$

Il nous reste plus qu'à diviser 10 par 2 et on a 5 Pascal donc la chute de pression pour le vaisseau est de 5 Pascal !

C. Exemple de QCM :

Quelle est, en hecto pascal, la chute de pression induite par le réseau capillaire sanguin suivant : 6.10^8 capillaires en parallèle, de rayon 4 µm, de longueur 1 mm et dont le débit sanguin est égal à 1,2 L.min-1 ? On considère une viscosité apparente du sang égale à 3,14.10-3 kg.m-1.s-1 dans ces conditions de circulation.

On ne va pas aller au bout de l'exemple mais ici on observe qu'on nous demande la chute de pression pour un RESEAU capillaire donc un RESEAU de vaisseaux et donc il faudra utiliser cette formule :

$$\boldsymbol{\Delta P = \frac{8.\eta.L}{n.\pi.r^4}.Q}$$

3. $\boldsymbol{PAmoy = \frac{PAsys + 2PAdiast}{3}}$

D. Exemple de QCM :

Mr. Duralys souffre d'hypertension à 21 ans. Sa pression artérielle systolique est de 130 mmHg et sa pression artérielle diastolique est de 100 mmHg. Quelle est sa pression artérielle moyenne ?

Ici, on n'a pas besoin de convertir puisque tout est dans la même unité ! Donc on peut faire notre calcul directement !

$$PAmoy = \frac{PAsys + 2PAdiast}{3} = \frac{130 + (2.100)}{3} = \frac{330}{3} = 110\ mmHg$$

Si on avait une pression artérielle systolique/diastolique en kPa ou en Pa, il faut juste faire attention à ce que les unités soient les mêmes pour chaque donnée !

ASTUCES :

⇒ Pour passer de kPa à mmHg : On multiplie par 7,5
⇒ Pour passer de mmHg à kPa : On divise par 7,5
⇒ Pour passer de Pa à mmHg : On divise par 133
⇒ Pour passer de mmHg à Pa : On multiplie par 133

Biophysique des Solutions : Calcul important qui tombe à l'examen ++

Concentrations : toutes les formules

Soluté	Solvant			
	Concentrations Volumiques		Concentrations Massiques	
Masse	Concentration Volumique	$c = \frac{m_{solute}}{V_{solution}} g.L^{-1}$	Titre	$\tau = \frac{m_{solute}}{m_{eau} + m_{solute}} \%$
Moles	Molarité	$C^M = \frac{n}{V} mol.L^{-1}$	Molalité	$C^m = \frac{n}{m_{eau}} mol.kg^{-1}$
Osmoles	Osmolarité	$C^O = \frac{n_{osm}}{V} = iC^M osmol.L^{-1}$	Osmolalité	$C^0 = \frac{n_{osm}}{m_{eau}} = iC^M osmol.kg^{-1}$

Les calculs se **SUIVENT** entre eux selon si on demande l'osmolarité ou bien l'osmolalité

Voici deux exemples types ; un pour l'osmolarité et un autre pour l'osmolalité :

Exemple 1 : Osmolarité

(2018-2024) **QRU 6 : Soit une solution aqueuse contenant 11,2 g/L de CaCl2 et 0,6 g/L de NaCl. Quelle est l'osmolarité de la solution en osmol/L ?**

Données : Masses molaires du Ca = 40 g/mol, du Cl = 36 g/mol et du Na = 24 g/mol. Le taux de dissociation du CaCl2 est égal à 0,9 et celui du NaCl égal à 1.

A) 0,11
B) 0,16
C) 0,28
D) 0,30
E) 0,32

CORRECTION :

Vrai :

- NaCl : $C^M = \frac{0,6}{60}$ = 0,01 mol.L^{-1} ; $C^O = iC^M$; i = 1 + 1(2-1) = 2 ; C^O = 0,02 osmol.L^{-1}

- CaCl2 : $C^M = \frac{11,2}{112}$ = 0,1 mol.L^{-1} ; $C^O = iC^M$; i = 1 + 0,9(3-1) = 2,8 ; C^O = 0,28 osmol.L^{-1}

Total = 0,02 + 0,28 = 0,3 osmol.L^{-1}

Exemple 2 : Osmolalité

QCM 2 : Quelle est l'osmolalité (en osmol/kg) d'une solution obtenue en ajoutant 96g de MgCl2 à un litre de solution aqueuse de glucose à 36% ? Données : Masses molaires du Cl = 36 g/mol, du Mg = 24 g/mol et d'une mole de glucose = 180 g/mol. Le taux de dissociation du MgCl2 est égal à 0,10.

A) 2 osmol.kg-1
B) 3 osmol.kg-1
C) 4 osmol.kg-1
D) 5 osmol.kg-1
E) 6 osmol.kg-1

CORRECTION :

Vrai : On commence par la masse du solvant : $\tau = \frac{360}{360+640} =>$ masse du solvant = 0,640 kg

Puis on calcule le nombre de mole :

- MgCl2 : $\frac{96}{96}$ = 1 mol
- Glucose : $\frac{360}{180}$ = 2 mol

Ensuite le nombre d'osmole :

- MgCl2 : $i = 1 + 0{,}10(3-1) = 1{,}20 \; ; \; 1 \times 1{,}20 = 1{,}20 \, osmol$
- Glucose : 2 osmol car le glucose n'est pas dissocié (**par coeur svp++**)

On a plus qu'à diviser par notre masse de solvant donc :

$$Total = \frac{Nb\ d'osmol}{m_{solvant}} = \frac{1{,}2+2}{0{,}64} = \frac{3{,}2}{0{,}64} = \frac{320}{64} = 5 \; osmol.kg^{-1}$$

Ces calculs suivent toujours le même cheminement, au plus vous le faites au plus vous irez vite et ça fera un point gratuit à l'examen classant !

Moles et osmoles

Le seul calcul qui tombe ce n'est même pas vraiment un calcul : $M_{mol} = \sum M \; composant \; la \; molécule$

Donc il faut juste compter le nombre d'atomes total de la molécule pour avoir sa masse molaire total

Un exemple vaut mieux que mille mots 😊 :

(2026) **QRU 6 : On donne les masses molaires atomiques de l'hydrogène MH = 1g/mol ; de l'azote MN = 14 g/mol et de l'oxygène MO = 16 g/mol. Quelle est la valeur la plus proche de la masse molaire de l'Aspirine (C9H8O4) en g/mol ?**

A) 151
B) 162
C) 174
D) 180
E) 198

CORRECTION :

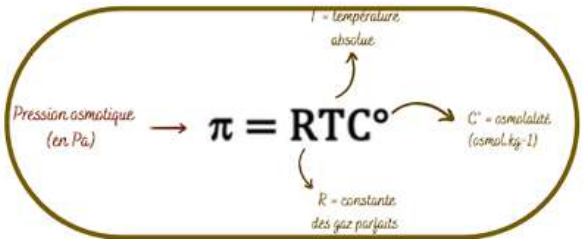
D) Vrai : 9 x 12 + 8 x1 + 16 x 4 = 108 + 64 + 8 = 180

! Item tombé l'année dernière !

Osmose

Le seul qui est tombé est la loi de Pfeffer-Van't Hoff dans un seul item d'un qcm de 2021 :

Voici un exemple :



QRU 4 : Soit une solution aqueuse contenant 0,15 osmol. L-1 de solutés non diffusibles à travers la membrane qui la contient. Quelle est, en kPa, la pression osmotique qui s'exerce à 27°C ? Données : R= 8,3 J.mol^{-1}.K^{-1}

A) 33,67 kPa
B) 373,5 kPa
C) 0,336 kPa
D) 373500 kPa
E) 336700 kPa

CORRECTION :

Vrai : C^M=0,15 osmol.L^{-1} = 150 osmol.m^{-3}, soit : π = RTC = 8,3 x (273 + 27) x 150 = 373 500 Pa = 373,5 kPa

Propriétés colligatives des solutions

Calculs qui sont tombé l'année dernière !!!! → **Abaissement cryoscopique et augmentation de la température !!**

(2026) **QCM 7 : Si on considère une solution obtenue après ajout d'une mole de NaCl dans 1 litre d'eau, indiquez-la ou les proposition(s) exacte(s) :**

A) Sa température d'ébullition sera d'environ 99,5°C
B) Sa température d'ébullition sera d'environ 100,5°C
C) Sa température de congélation sera d'environ -1,9°C
D) La température de congélation sera d'environ -3,7°C
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

CORRECTION :

Pour l'abaissement de la température de congélation : Δθ1 = Kb x C0

On a : Keb eau ≅ 0,51°C .$osmol^{-1}$.kg

Et d'après l'énoncé la concentration est de 1 mol.L^{-1}

Δθ1 = 0,51 x 1 = 0,51

Ainsi on fait : T°Eb + Δθ1 = 100 + 0,51
= **100,5°C** (on arrondit au dixième)

Pour l'abaissement de la température de congélation : Δθ2 = - KC x C0

On a : KC eau ≅ 1, 86°C.$omsol^{-1}$.kg

Et d'après l'énoncé la concentration est de 1 mol.L^{-1}

Δθ2 = - 1,86 x 1 = - 1,86 Ainsi on fait : T°C + Δθ2 = 0 - 1,86
= **- 1,9°C** (on arrondit au dixième)

Les constantes sont donc elles aussi à apprendre !!
Elles ne sont valables que pour l'eau (logik c'est celle de l'eau XD) donc si jamais le qcm se base sur une autre espèce que l'eau, les constantes vous seront données ! (je dis bien normalement mais vu qu'on a que celle de l'eau, ils ne vont jamais vous demandez d'inventer des constantes ne vous en faites pas mdrr)

🚨 **ATTENTION** 🚨 :

Avis personnel : l'année dernière ce n'était pas Pr.Darcourt qui faisait les qcms mais le professeur Chardin, d'où la présence de nouvelles formules dans les qcm. Étant donné le retour de Pr.Darcourt, je ne pense pas que les autres formules que celles-ci vont tomber. Apprenez surtout les formules, leur rôle et les unités des valeurs qui vous serviront à comprendre le cours et à pouvoir refaire les formules si jamais par miracle elles tombent.

(Bossez les annales, Pr.Darcourt aime bien refaire les mêmes qcms 🤪)

Biophysique Cardiaque

1., 2., 3. Formules sur la fonction cardiaque

Le **volume d'éjection systolique (VES)** en mL = volume éjecté par le ventricule lors de la systole.
VES = VTD - VTS sachant qu'un VES normal ≈ 70-80 mL

La **fraction d'éjection (FE)** en % = pourcentage du sang éjecté à chaque cycle cardiaque.
FE = VES/VTD = (VTD - VTS) / VTD (avec VES = VTD-VTS)

La **FEVG (= fraction d'éjection du ventricule gauche)** > 50 %. Si la FEVG < 50%, le patient est en insuffisance cardiaque. *(On prend le cœur gauche mais c'est possible pour le cœur droit aussi)*

Le **débit cardiaque (Q)** en mL.min^{-1} = volume de sang éjecté par le cœur pendant 1 min.
Q = VES x FC = VTD x FE x FC → FC = fréquence cardiaque (nb de cycles/1min)
(on écrit VTD x FE car FE = VES / VTD d'où VES = VTD x FE)
Le débit cardiaque normal ≈ 5L/min au repos.

QCMS TYPE :

QCM 1 : Un sujet présente une fraction d'éjection ventriculaire gauche égale à 70%. Dans les mêmes conditions, sa fréquence cardiaque est égale à 75 battements par minute et son débit cardiaque à 5,25L.min-1. Quel est, en millilitres, la valeur du volume télédiastolique correspondant ?

A) 70
B) 125
C) 120
D) 100
E) 140

QCM 1 : D

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Vrai : On cherche le VTD et on nous donne la FEVG, la FC et le Q

On sait que le débit cardiaque : Q = FC × VES

Donc : VES = Q / FC

VES = 5,25 / 75 = 0,07 L = 70 mL (c'est plus pratique de convertir en mL car on veut le VTD en mL)

On sait aussi que la fraction d'éjection ventriculaire gauche (FEVG) : FEVG = VES / VTD

Donc : VTD = VES / FEVG

VTD = 70 / 0,70 = 100 mL

E) Faux

QCM 2 : Donnez le débit cardiaque (mL.min-1) d'un ventricule gauche sachant que, pour ce ventricule gauche : le volume d'éjection systolique (VES) = 50 mL ; le volume télé-systolique (VTS) = 100 mL ; la fréquence cardiaque = 80 bpm ; la fraction d'éjection = 33%

A) 2640
B) 4000
C) 5800
D) 8000
E) 12000

QCM 2 : B

A) Faux
B) Vrai : **Q = VES x FC** = 50 x 80 = 4000 mL.min-1
ou on aurait pu faire : Q = VTD x FC x FE et VES = VTD - VTS
donc VTD = VES + VTS = 50 + 100 = 150 ml
donc Q = 150 x 80 x (1/3) car 1/3 = 33%= 4000 (mais c'est beaucoup plus long que la première technique donc faites attention parfois il n'est pas 19ecessaire de prendre toutes les données de l'énoncé)
C) Faux
D) Faux
E) Faux

4. Travail cardiaque



QCM TYPE :

QCM 3 : Mme. M., 58 ans, présente les signes cliniques d'une insuffisance cardiaque gauche. Sur l'échographie, le débit cardiaque au repos de la patiente est calculé à 3L.min-1 . Sa fréquence cardiaque est de 60 battements par minute. La pression ventriculaire moyenne pendant l'éjection du ventricule gauche est de 10 000 Pascales. Quel est le travail du ventricule gauche sur un cycle cardiaque ?

A) 0,3 Joules
B) 0,5 Joules
C) 30 Watts
D) 300 Joules
E) 500 Joules

QCM 3 : B

A) Faux
B) Vrai : On sait que le **travail du ventricule gauche : W = P × VES**

> Avec : VES = Q / FC
>
> **On calcule d'abord le volume d'éjection systolique (VES) :**
> Q = 3 $L.min^{-1}$ = 3000 $mL.min^{-1}$
> VES = Q / FC = 3000 / 60 = 50 mL = 50 × 10^{-6} m^3
>
> **Puis on calcule le travail cardiaque :**
> W = P × VES
> W = 10 000 × (50 × 10^{-6})
> W = 0,5 Joules

C) Faux
D) Faux
E) Faux

Biophysique des Rayonnements

Physique de la matière

1. Masse atomique

• Noyau: $M(A,Z) < \Sigma m_i$

$\Delta M(A,Z) = \Sigma m_i - M(A,Z) = E_{in}$ Énergie de liaison des nucléons

$$E_L = 931{,}5 \times \Delta M\ (MeV)$$

avec E_L en MeV et ΔM en u

QCM TYPE :

QCM 1 : L'atome d'Yttrium (Z=39) a une masse atomique égale à 88,905 g. Quelle(s) est (sont) la (les) proposition(s) exacte(s) ?

A) La masse d'Yttrium est égale à 2.10^{-6} g
B) La masse d'Yttrium est égale à 88,905 u
C) La masse d'une mole d'atome d'Yttrium est égale à 88,905 g
D) Le noyau d'Yttrium est composé de 50 neutrons
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QCM 1 : BC

A) Faux : La masse d'un atome d'Yttrium se calcule **en divisant la masse en u par le nombre d'Avogadro.**
mg = mu / N_a
mg = 88,905 / ($6{,}02 \times 10^{23}$)
mg ≈ $1{,}48 \times 10^{-22}$ g
B) Vrai
C) Vrai
D) Vrai : on sait que Z vaut 39, l'atome est donc constitué de 39 protons et 39 électrons et la masse atomique A = 89 (car on arrondi à l'entier le plus proche) donc N = A - Z = 89-39=50
E) Faux

2. Relation de Duane et Hunt

$$E = 1240/\lambda$$

QCM TYPE :

QCM 2 : Un tube à rayons X fonctionne avec une énergie maximale de 4 keV. Quelle est la longueur d'onde minimale ?

A) 0,620 nm
B) 0,310 nm
C) 620 pm
D) 310 pm
E) 1,240 nm

QCM 2 : BD

A) Faux
B) Vrai : en retournant la **formule de Duane et Hunt** on trouve : λmin (nm) = 1240 / Emax (eV)
λmin = 1240 / ($4.\ 10^3$) = 310 x 10^{-3} nm = 0,310 nm
C) Faux
D) Vrai : 0,310 nm = 0,310 x 10^3 pm = 310 pm
E) Faux
Tut' astuce : λ (nm) = 1240 / Emax (eV) équivaut à λ (pm) = 1240 / Emax (keV)

3. Modèle de Bohr

$$W_n = -13{,}6 \times \frac{(Z-\sigma)^2}{n^2}\ \text{eV}$$

QCM TYPE :

QCM 3 : Quelle est l'énergie (en eV) des électrons de la couche L (modèle de Bohr) de l'oxygène (Z = 8) sachant que la constante d'écran correspondante est égale à 6 ?

A) - 6,8
B) - 13,6
C) - 27,2
D) - 0,50
E) - 54,4

QCM 3 : B

A) Faux
B) Vrai : On utilise la formule de Bohr avec la constante d'écran : **E = -13,6 × (Z - σ)² / n²**
On sait que :
Z = 8
σ = 6
n = 2 (car couche L)

On calcule dans un premier temps le Zeff : Zeff = Z - σ = 8 - 6 = 2

Et ensuite on peut attaquer le calcul de l'énergie des électrons :

E = -13,6 × (8 - 6)² / 2²
E = -13,6 × 4 / 4
E = -13,6 eV

C) Faux
D) Faux
E) Faux

***Tut' Warning* : attention à ne pas oublier le - devant le 13,6 et ne surtout pas oublier la constante d'écran !**

Noyau atomique

4. Énergie de liaison

• Noyau: $M(A,Z) < \Sigma m_i$

$\Delta M(A,Z) = \Sigma m_i - M(A,Z) = E_{in}$ Énergie de liaison des nucléons

$$E_L = 931{,}5 \times \Delta M\ (MeV)$$

avec E_L en MeV et ΔM en u

QCM TYPE :

QCM 4 : Calculez l'énergie de liaison par nucléon du Nickel en MeV, Z = 28. Données : m(proton) = 1,007 u m(neutron) = 1,009 u m(noyau du Nickel) = 58,7u

A) 9,07
B) 537
C) 0,6
D) 15,8
E) 12,2

QCM 4 : BD

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Faux
E) Vrai : voici la marche à suivre

1) Analyser les données :

On ne nous donne pas explicitement A mais on nous donne la masse du noyau donc A = 59 (on arrondit à l'entier le plus proche).
Donc **N = A - Z** = 59 - 28 =31

2) Calcul du défaut de masse :

Δm = Z × mp + N × mn - M

Δm = 28 × 1,007 + 31 × 1,009 - 58,7

Δm = 28,196 + 31,279 - 58,7

Δm = 59,475 - 58,7

Δm = 0,775 u

3) Calcul de l'énergie de liaison totale :

On a la relation d'Einstein : **El = Δm × c² = Δm x 931,5** ≈ Δm x 930

El = 0,775 × 930

El = 720,75 MeV

🚨 **ATTENTIONNNNN** 🚨 **: on nous demande ici l'énergie de liaison PAR nucléon donc il manque une dernière étape !!!!!!**

4) Calcul de l'énergie de liaison par nucleon :

El par nucléon = El / A

El par nucléon = 720,75 / 59 (≈ 720/60 ≈ 12)

El par nucléon ≈ 12,2 MeV

Radioprotection

5. Période radioactive

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{phys}} + \frac{1}{T_{bio}}$$

QCM TYPE :

QCM 5 : L'iode-131 est radioactif et a une période radioactive de 8 jours. Lorsqu'il est administré à un sujet, sa période biologique est de 24 jours. Quelle est, en jours, la valeur de sa période effective ?

A) 4
B) 6
C) 8
D) 12
E) 32

QCM 5 : BC

A) Faux
B) Vrai : La **période effective** se calcule à l'aide de la formule : **1/Teff = 1/Tphys + 1/Tbio**
On remplace par les valeurs qu'on nous donne :
1/Teff = 1/8 + 1/24 = 3/24 + 1/24 = 4/24 = 1/6 ce nombre correspond à **l'inverse de la valeur** du Teff donc Teff = 6 jours.
C) Faux
D) Faux
E) Faux

Je rappelle que ce livret est basé sur les calculs.
Parfois le prof mélange du cours et des calculs …

Interactions RI-matière

1. Relation de Duane et Hunt

$$E(eV) = \frac{1240}{\lambda(nm)}$$

EXEMPLE :

Un rayonnement a une énergie de 124 eV. Quelle serait sa longueur d'onde ?

$$E(eV) = \frac{1240}{\lambda(nm)} \leftrightarrow \lambda(nm) = \frac{1240}{E(eV)} = \frac{1240}{124\ eV} = 10\ nm$$

(On a retourné la formule ici → on a multiplié par lambda et divisé par E des deux côtés)

🚨 **Attention** aussi on peut parfois vous demander s'il est ionisant → Ici il est ionisant et il fait partie des UV
On peut aussi vous demander de calculer l'énergie en vous donnant la longueur d'onde.
#leprofpeutretournerlaformuledanstouslessens

2. Photons de fluorescence et électron Auger

(je vous mets que des exemples ici car je trouve que c'est plus facile de comprendre avec des exemples)

Calculs réarrangements à la suite d'une EXCITATION

Photons de fluorescence

QCM 1 : On considère un atome de Calcium (Z = 20). Il subit une excitation de la couche K à la couche L. Les énergie de ses électrons sont (en eV) : W_K = -400 ; W_L = -50 ; W_M = -20. Indiquez-la ou les proposition(s) exacte(s) concernant ce que l'on peut observer lors de son retour à son état fondamental :

A) Un photon de fluorescence de 380 eV
B) Un photon de fluorescence de 350 eV
C) Un photon de fluorescence de 30 eV
D) Un photon de fluorescence de 360 eV
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

Ici on a une case vacante (un « trou ») sur la couche K

QCM 1 :

A) Vrai : Suite à l'excitation, il peut y avoir un réarrangement **DIRECT** :
Un électron de la couche M vient combler la case vacante de la couche K
E_1 = *arrivée – départ* = $|W_K|$ - $|W_L|$ = 400 – 20 = **380 eV**
B) Vrai : Suite à cette excitation, il peut aussi y avoir un réarrangement **Indirect (en cascade) :**
Un électron de la couche L peut combler la case vacante sur le couche K
E_2 = *arrivée – départ* = $|W_K|$ - $|W_L|$ = 400 – 50 = **350 eV**
C) Vrai : Suite à ce réarrangement entre la couche K et L, la cascade peut continuer et un électron de la couche M peut combler la nouvelle case vacante sur la couche L *(formée par le réarrangement de l'item B)*
E_3 = *arrivée – départ* = $|W_L|$ - $|W_M|$ = 50 – 20 = **30 eV**
D) Faux : ça aurait été vrai pour l'énergie cinétique d'un électron Auger (on va le voir juste après) :
En gros le photon de fluorescence E_1 peut expulser un électron de la couche M :
T(énergie cinétique de l'électron d'Auger) = E_1 - $|W_M|$ = $|W_K|$ - $|W_M|$ - $|W_M|$ = 400 – 20 – 20 = **360 eV**
E) Faux

Electron Auger :

chaque photon de fluorescence peut expulser des électrons qui se nommeront des électron Auger

QCM 2 : On considère un atome de Calcium (Z = 20). Il subit une excitation de la couche K à la couche L. Les énergie de ses électrons sont (en eV) : W_K = -400 ; W_L = -50 ; W_M = -20. Indiquez-la ou les proposition(s) exacte(s) concernant ce que l'on peut observer lors de son retour à son état fondamental :

A) Un électron Auger avec une énergie cinétique de 360 eV

B) Un électron Auger avec une énergie cinétique de 330 eV

C) Un photon de fluorescence de 300 eV

D) Un photon de fluorescence de 10 eV

E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QCM 2 :

A) Vrai : Suite à l'excitation, il peut y avoir un réarrangement **DIRECT** :
Un électron de la couche M vient combler la case vacante de la couche K
E_1 = *arrivée – départ* = $|W_K|$ - $|W_L|$ = 400 – 20 = **180 eV**
Ce photon E_1 peut expulser un électron de la couche M :
T(énergie cinétique de l'électron d'Auger) = E_1 - $|W_M|$ = $|W_K|$ - $|W_M|$ - $|W_M|$ = 400 – 20 – 20 = **360 eV**

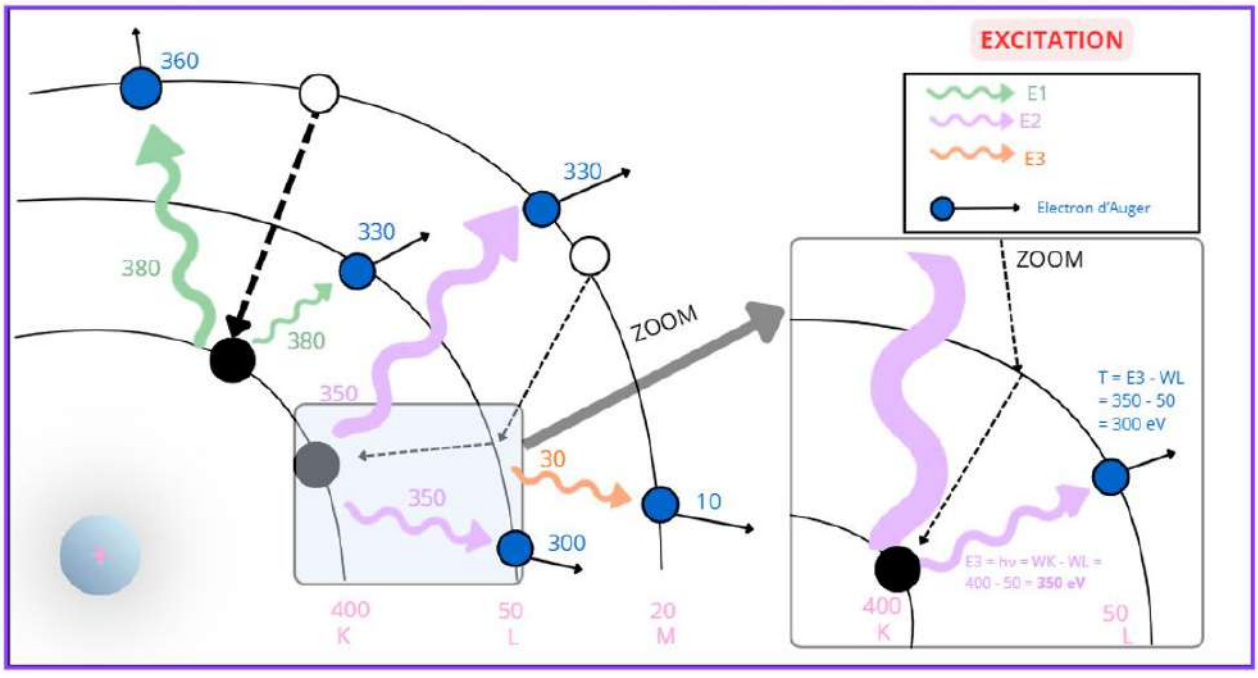
B) Vrai : Suite à l'excitation, il peut y avoir un réarrangement **DIRECT** :
Un électron de la couche M vient combler la case vacante de la couche K
E_1 = *arrivée – départ* = $|W_K|$ - $|W_L|$ = 400 – 20 = **180 eV**
Ce photon E_1 peut expulser un électron de la couche L :
T(énergie cinétique de l'électron d'Auger) = E_1 - $|W_L|$ = $|W_K|$ - $|W_M|$ - $|W_L|$ = 400 – 20 – 50 = **330 eV**

C) Vrai : Suite à cette excitation, il peut aussi y avoir un réarrangement **Indirect (en cascade) :**
Un électron de la couche L peut combler la case vacante sur le couche K
E_2 = *arrivée – départ* = $|W_K|$ - $|W_L|$ = 400 – 50 = **350 eV**
Ce photon E_2 peut expulser un électron sur la couche L :
T(énergie cinétique de l'électron d'Auger) = E_2 - $|W_L|$ = $|W_K|$ - $|W_L|$ - $|W_L|$ = 400 – 50 – 50 = **300 eV**

D) Vrai : Suite à ce réarrangement entre la couche K et L, la cascade peut continuer et un électron de la couche M peut combler la nouvelle case vacante sur la couche L *(formée par le réarrangement de l'item B)*
E_3 = *arrivée – départ* = $|W_L|$ - $|W_M|$ = 50 – 20 = **30 eV**
Ce photon E_3 peut expulser un électron de la couche M :
T(énergie cinétique de l'électron d'Auger) = E_3 - $|W_M|$ = $|W_L|$ - $|W_M|$ - $|W_M|$ = 50 – 20 – 20 = **10 eV**

E) Faux

Petit schéma récap de toutes les possibilités (si ça vous aide 😊)



Calculs réarrangement suite à une IONISATION

Photons de fluorescence

QCM 3 : On considère un atome de Fer (Z = 26). Il subit une Ionisation de la couche K . Les énergie de ses électrons sont (en eV) : W_K = -700 ; W_L = -100 . Indiquez-la ou les proposition(s) exacte(s) concernant ce que l'on peut observer lors de son retour à son état fondamental :

A) Un photon de fluorescence de 700 eV
B) Un photon de fluorescence de 600 eV
C) Un photon de fluorescence de 100 eV
D) Un photon de fluorescence de 500 eV
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

Suite à une ionisation, la différence avec l'excitation, c'est que parfois les réarrangements se font avec des électrons de l'extérieur. Comme l'électron de l'extérieur n'a pas d'énergie de liaison, on peut dire que $|W_{électron_exterieur}| = 0$

QCM 3 :

A) Vrai : Suite à une ionisation, on peut avoir un réarrangement **DIRECT** :
Si un électron de l'extérieur vient combler la case vacante sur la couche K on aura :
$\mathbf{E_1} = |W_K| - |W_{électron_exterieur}| = 700 - 0 =$ **700 eV**
B) Vrai : Suite à une ionisation, on peut avoir un réarrangement **INdirect** : (en cascade)
Si un électron de la couche L vient combler la case vacante sur la couche K on aura :
$\mathbf{E_2} = |W_K| - |W_L| = 700 - 100 =$ **600 eV**
C) Vrai : Suite à une ionisation, on peut avoir un réarrangement **INdirect** : (en cascade)
Dans l'item B, on a crée une nouvelle case vacante qu'il faut combler.
Si un électron de l'extérieur vient combler la case vacante sur la couche L on aura :
$\mathbf{E_3} = |W_L| - |W_{électron_extérieur}| = 100 - 0 =$ **100 eV**
D) Faux : ça aurait été vrai pour l'énergie cinétique d'un électron Auger (on va le voir juste après) :
En gros le photon de fluorescence E_2 peut expulser un électron de la couche L :
T(énergie cinétique de l'électron d'Auger) $= E_2 - |W_L| = |W_K| - |W_L| - |W_L| = 700 - 100 - 100 =$ **500 eV**
E) Faux

Electron(s) Auger

QCM 4 : On considère un atome de Fer (Z = 26). Il subit une Ionisation de la couche K . Les énergie de ses électrons sont (en eV) : W_K = -700 ; W_L = -100 . Indiquez-la ou les proposition(s) exacte(s) concernant ce que l'on peut observer lors de son retour à son état fondamental :

A) Un électron Auger avec une énergie cinétique de 600 eV

B) Un photon de fluorescence de 500 eV

C) Un photon de fluorescence de 700 eV

D) Un photon de fluorescence de 455 eV

E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QCM 4 :

A) Vrai : Suite à une ionisation, on peut avoir un réarrangement **DIRECT** :
Si un électron de l'extérieur vient combler la case vacante sur la couche K on aura :
E_1 = $|W_K|$ - $|W_{électron_exterieur}|$ = 700 – 0 = **700 eV**
Ce photon de fluorescence peut expulser un électron de la couche L
T(énergie cinétique de l'électron d'Auger) = E_1 - $|W_L|$ = $|W_K|$ - $|W_{électron_extérieur}|$ - $|W_L|$ = 700 – 0 – 100 = **600 eV**

B) Vrai : Suite à une ionisation, on peut avoir un réarrangement **INdirect** : (en cascade)
Si un électron de la couche L vient combler la case vacante sur la couche K on aura :
E_2 = $|W_K|$ - $|W_L|$ = 700 – 100 = **600 eV**
Le photon de fluorescence E_2 peut expulser un électron de la couche L :
T(énergie cinétique de l'électron d'Auger) = E_2 - $|W_L|$ = $|W_K|$ - $|W_L|$ - $|W_L|$ = 700 – 100 – 100 = **500 eV**

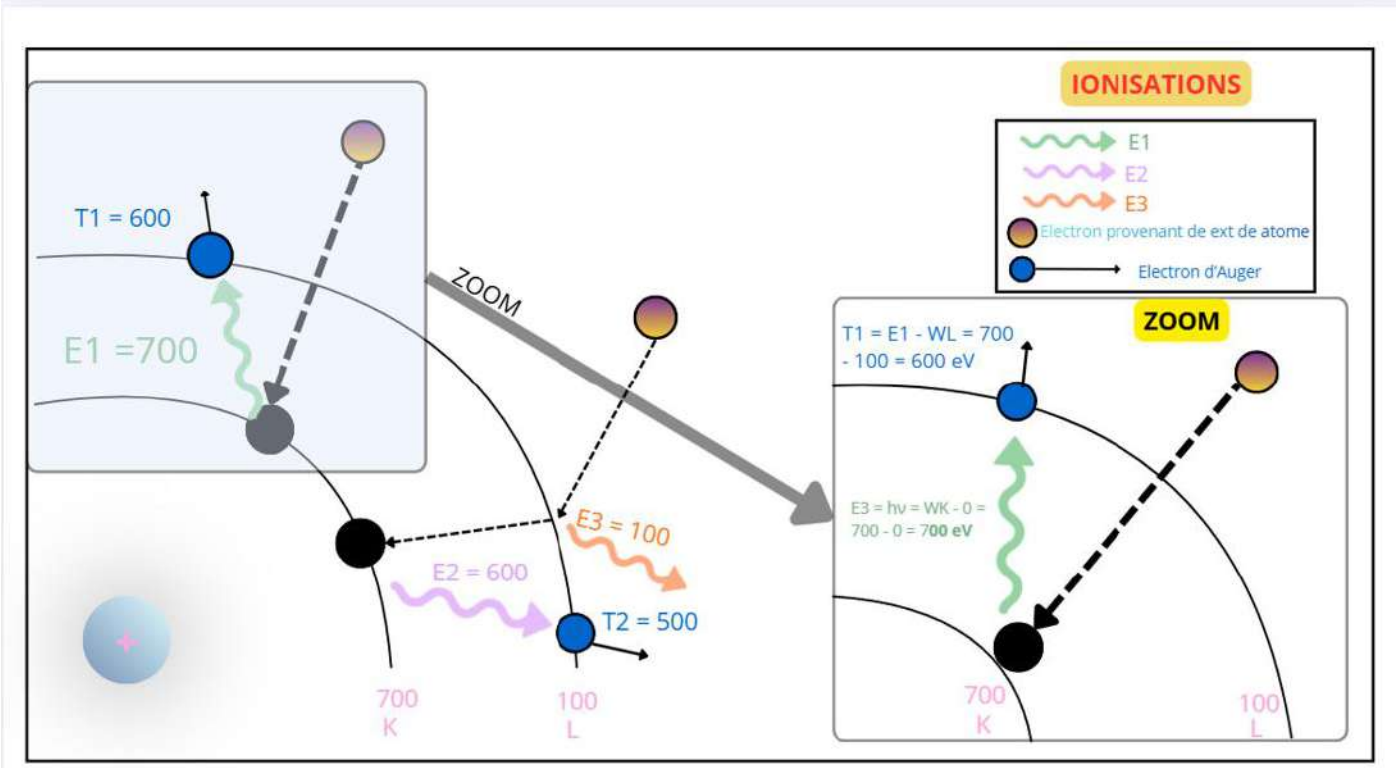
C) Faux : c'est pour un photon de fluorescence ça

D) Faux : Alors là item wtf on ne peut pas trouver ce résultat avec ces valeurs.
Le prof peut faire des items wtf comme ça

E) Faux

Je rappelle que le photon de fluorescence E_3 (=100 eV) ne peut pas expulser d'électron Auger car il est sur la couche la plus périphérique

Petit truc : ici je vous ai mis des valeurs pleines (sans virgules) pour que vous compreniez bien le principe mais je vous entrainerai sur des valeurs à virgules aussi car le prof peut en faire tomber.



3. CDA (couche de demi-atténuation)

Alors on peut avoir différents types de qcm. Je vais vous mettre les 3. D'abord la formule +++

$$CDA = \frac{\ln(2)}{\mu}$$

CDA en unité de longueur (par exemple en cm) ;
μ en l'inverse de l'unité de longueur (par exemple cm^{-1})

EXEMPLE 1 :

QCM 5 : Un rayonnement gamma de 140 keV possède une couche de demi-atténuation de 4 mm dans le plomb. Un faisceau d'intensité I = 5000 traverse 20 mm de plomb. Calculer l'intensité transmise *(inspiré d'annales)*

A) 10000
B) 5000
C) 2500
D) 312,5
E) 156,25

QCM 5 :

A) Faux : Attention on divise on ne multiplie pas
B) Faux
C) Faux
D) Faux
E) Faux : en gros pour ce genre de qcm il faut :

1) Trouver la CDA (ici elle est donnée)
2) Trouver le nombre de CDA que le rayonnement traverse (n)
3) Diviser n nombre de fois par deux l'intensité du rayonnement qui traverse (n étant le nombre de CDA)
Cela donne :

CDA = 4 mm

On a 20 mm de plomb traversé → 20/4 = 5 CDA
Le rayonnement traverse donc 5 CDA.
On divise l'intensité donnée par 2 5 fois.

5000 → 2500 → 1250 → 625 → 312,5 → **156,25** *(chaque correspond à une division par deux)*

EXEMPLE 2 :

QRU 6 : Un faisceau de photons traverse 20 cm de plexiglas. À la sortie, on mesure 12,5 % du flux initial. Déterminer la couche de demi-atténuation (CDA) du plexiglas

A) 1 CDA
B) 2 CDA
C) 3 CDA
D) 4 CDA
E) 5 CDA

QRU 6 :

A) Faux

B) Faux

C) Vrai : Alors pour ce type de QCM on cherche ici la CDA. On fait :

1) Déterminer le nombre de CDA que le flux a traversé pour avoir ce pourcentage à la sortie
→ On a ainsi le nombre de CDA correspondant à l'épaisseur traversée
2) On détermine l'épaisseur de la CDA (avec un produit en croix par exemple)
On applique :

1) On a au début 100% du flux et à chaque fois que le flux traverse une épaisseur correspondant à 1 CDA, il est divisé par deux.

100% → 50% → 25% → 12,5% → 6,25% → 3,125% (chaque flèche est une division par deux du pourcentage de l'intensité transmise du flux initial)

Tutip's : Sur mon brouillon je faisais ça (j'allais toujours plus loin parce que vous verrez que les valeurs vous allez les connaître par cœur au bout d'un moment) et après je comptais le nombre de flèche aka le nombre de CDA. *Aucun rapport mais j'ai appris ce que voulait dire aka (as known as) bref bisous*

On compte ensuite le nombre de flèche ici 3 → **3 CDA**

D) Faux

E) Faux

EXEMPLE 3 :

(Livret calcul) **QRM 7 : Un rayonnement gamma de 140 keV émis par le technétium 99m (^{99m}Tc) possède dans un milieu homogène un coefficient massique d'atténuation de 0,17325 $cm^2 \cdot g^{-1}$. Quelle est, en centimètres, la couche de demi-atténuation (CDA) correspondante pour ce milieu ?**

On donne : coefficient : masse volumique du milieu : $\rho = 2\ g \cdot cm^{-3}$ et $\ln(2) = 0,693$

A) 0,5

B) 2

C) 4

D) 140

E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QRM 7 :

A) Faux : **Attention** c'est ln(2) qui est au numérateur et le coefficient massique d'atténuation ainsi que la masse volumique au dénominateur et pas l'inverse

B) Vrai : alors on rappel la formule de base $CDA = \frac{\ln(2)}{\mu}$ sauf qu'ici on ne vous donne pas μ (coefficient linéique d'atténuation) MAIS μ/ρ (coefficient massique d'atténuation) → Il faut ainsi multiplier ce coefficient d'atténuation par la masse volumique. On a ainsi :

$$CDA = \frac{\ln(2)}{\mu} = \frac{\ln(2)}{\frac{\mu}{\rho} \times \rho} = \frac{0,693}{0,17325 \times 2} = 2cm$$

C) Faux : **Attention** il ne faut pas oublier de multiplier par la masse volumique au **DÉNOMINATEUR**

D) Faux : wtf ça c'est l'énergie du rayonnement et on s'en moque ici

E) Faux

Radioactivité

1. Alpha

FORMULE : $$\Delta M = \mathcal{M}(A,Z) - \mathcal{M}(A-4,Z-2) - \mathcal{M}(4,2)$$



EXEMPLE :

QCM 8 : Le Thorium-232 se transforme directement en Radium-228 stable par émission α. Indiquez l'énergie cinétique de la particule alpha exprimée en MeV parmi les propositions.
Données : masses atomiques en u : M(232,90) = 232,0380 ; M(228,88) = 228,0310 ; M(4,2) = 4,0026

A) 4,1
B) 4,4 x 10^{-3}
C) 3732,5205
D) 4,0986
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QCM 8 :

A) Faux : Attention si vous utilisez la technique où vous multipliez par 1000 au lieu de 931,5, faites attention à bien prendre un résultat un peu en dessous de ce que vous trouvez
B) Faux : Attention à multiplier par 931,5 pour convertir les u en MeV
C) Faux : Attention à soustraire aussi la particule alpha ++
D) Vrai : On fait Ed = [M(père) – M(fils) – M(alpha) = 232,0380 – 228,0310 – 4,0026] x 931,5 = 4,0986 MeV
E) Faux

2. Isobarique

ß-

FORMULE : $$E_d = \left[\mathcal{M}(A,Z) - \mathcal{M}(A,Z+1)\right] \times 931{,}5$$

EXEMPLE :

QCM 9 : Le Phosphore-32 (^{32}P) se transforme en Soufre-32 (^{32}S). Quelle est l'énergie maximale (en MeV) de la particule β-?
Données : M(32,15) = 31,9739 u ; M(32,16) = 31,9720 u.

A) 1,77
B) 1,46
C) 1,90
D) 1,54
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QCM 9 :

A) Vrai : Ed = [M(père) – M(fils)] x 931,5 = [31,9739 – 31,9720] x 931,5 = 1,77
B) Faux
C) Faux : Prendre une valeur un peu en dessous si vous multipliez par 1000
D) Faux
E) Faux

ß+

FORMULE : $\Delta M = \mathcal{M}(A,Z) - \mathcal{M}(A,Z-1) - 2m_e$

$E_d = \Delta M \,.\, 931{,}5 - 2.m_e \,.\, 931{,}5$

EXEMPLE :

QCM 10 : Le Fluor-18 (^{18}F) se transforme en Oxygène-18 (^{18}O). Quelle est l'énergie maximale (en MeV) de la particule β^+ ?
Données : M(18,9) = 18,0009 u ; M(18,8) = 17,9991 u ; me = 0,00055 u ; 1 u = 931,5 MeV/c².

A) 1,6767
B) 0,65
C) -2,7
D) 7 x 10^{-4}
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QCM 10 :

A) Faux : Ne pas oublier de soustraire la masse des deux électrons
B) Vrai :
Ed = [M(père) – M(fils) – $m_{2\,e^-}$] x 931,5
Ed = [18,0009 – 17,9991 – 0,00110] x 931,5
Ed = 0,65 MeV
C) Faux : c'est M(père) – M(fils) et pas l'inverse (en gros c'est le plus grand moins le plus petit)
D) Faux : ne pas oublier de multiplier par 931,5
E) Faux

Capture électronique

FORMULE : $E_d = \left[\mathcal{M}(A,Z) - \mathcal{M}(A,Z-1)\right] \times c^2 - E_l$ — Energie de liaison de l'e- capturé

EXEMPLE :

QCM 11 : L'Iode-123 (^{123}I) se transforme en Tellure-123 (^{123}Te) par capture électronique. L'électron capturé appartient à la couche K. Quelle est l'énergie disponible (en MeV) de la réaction ?
Données : M(123,53) = 122,9056 u ; M(123,52) = 122,9043 u ; Énergie de liaison de la couche K : 30 keV ; 1 u = 931,5 MeV·c⁻²

A) 1,21
B) 1,18
C) 1,05
D) 1,45
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QCM 11 :

A) Faux : il faut soustraire l'énergie de liaison de l'électron
B) Vrai : On fait a Ed = (ΔM x 931,5) - $|W_K|$
Ed = [M(père) – M(fils)] x 931,5 – 0,030 *(il faut convertir l'énergie de liaison en MeV attention)*
Ed= 1,18
C) Faux
D) Faux
E) Faux

3. Isomérique

Gamma (ɣ)

FORMULES :

$\Delta M = \mathcal{M}(Am, Z) - \mathcal{M}(A, Z)$ $E_d = \Delta M \times 931.5$ Avec *E* en MeV ; M en u

$E_d = \Delta M \times 931.5$ Avec *E* en MeV ; M en u

EXEMPLE :

QCM 12 : L'Indium-115m $(^{115m}_{49}\mathrm{In})$ se désexcite en Indium-115 $(^{115}_{49}\mathrm{In})$. Quelle(s) est (sont) la(les) proposition(s) exacte(s) ?
Données : M(115m,49) = 114,9042 u ; M(115,49) = 114,9040 u

A) L'énergie libérée est de 0,19 MeV
B) L'énergie libérée est de 0,2 MeV
C) L'énergie libérée est de 0,4 MeV
D) L'énergie libérée est de 190 keV
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QCM 12 :

A) Vrai
B) Faux : attention encore une fois si vous multipliez par 1000 il faut prendre une valeur un peu en dessous
C) Faux
D) Vrai : attention aux unité 0,19 MeV = 190 keV
E) Faux

Conversion interne

$\Delta M = \mathcal{M}(Am, Z) - \mathcal{M}(A, Z)$

$E_d = \Delta M \times 931.5$

$E_c(\text{électron}) = E_d - E_l$

Energie rendue disponible par la réaction — Energie de liaison

EXEMPLE :

QCM 13 : Le Lutécium-177m $(^{177m}_{71}\mathrm{Lu})$ se désexcite par conversion interne vers l'état fondamental $^{177}_{71}Lu$. L'électron concerné appartient à la couche K. Indiquez la(les) proposition(s) exacte(s).

Données : $M(^{177m}Lu) = 176,9439\ u$; $M(^{177}Lu) = 176,9436\ u$ ***; Énergie de liaison de la couche K : 60 keV***

A) L'énergie disponible de la réaction est 0,28 MeV
B) L'énergie disponible de la réaction est 0,3 MeV
C) L'énergie cinétique de l'électron expulsé est 0,22 MeV
D) L'énergie cinétique de l'électron expulsé est 0,28 MeV
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QCM 13 :

A) Vrai : En gros pour la conversion interne on utilise la formule suivante pour l'énergie disponible de la réaction : **Ed = [M(père) – M(fils)] x 931,5** = (176,9439 – 176,9436) x 931,5 = 0,28 MeV
B) Faux : ne pas oubliez de prendre une valeur en dessous si vous multipliez par 1000 (déso je me répète mais c'est dommage de se tromper sur ça)
C) Vrai : Pour calculer l'énergie cinétique de l'électron qui part, il faut soustraire à l'énergie disponible de la réaction l'énergie de liaison de cet électron. On n'oublie pas aussi de convertir tout dans la même unité (ici on convertit l'énergie de liaison en MeV
On fait : **Ec = Ed - $|W_K|$** = 0,28 – 0,06 = 0,22 MeV
D) Faux : ça c'est l'énergie disponible de la réaction
E) Faux

Maintenant cas un peu plus particulier (je fais qu'un exemple ici mais ça peut être valable pour n'importe quelle réaction) : le prof peut vous demander par exemple la masse de l'atome fils à calculer

On va ainsi utiliser la même formule mais on va un peu la retourner.

QRU 14 : Lors de la désintégration radioactive d'un noyau de $^{22}_{11}Na$ en $^{22}_{10}Ne$, deux particules sont émises : un neutrino d'énergie 250 keV et une particule β^+ d'énergie cinétique 750 keV.
Données : M (22,11) = 21,9944 u ; m_e = 0,00055 u ; 1 u = 931,5 MeV·c^{-2}
Quelle est approximativement la valeur de M(22,10) (en u) ?

A) 21,9975
B) 21,9922
C) 21,9911
D) 21,9950
E) 21,9894

QRU 14 :

A) Faux
B) Vrai : On traite ici une **béta+**
On a la formule : **Ed = M(père) – M(fils) – m_{2e^-}**

Ici on cherche M(fils). Quand on retourne la formule, on a : **M(fils) = M(père) – m_{2e^-} - Ed** *(si vous ne comprenez pas comment on retourne la formule → Forum, je détaillerai plus si besoin)*

Ici l'Ed = 750 + 250 = 1000 keV = 1 MeV
Donc : M(fils) = 21,9944 – 0,0011 – (1/931,5) = 21,9922 u
C) Faux
D) Faux
E) Faux

4. Familles radioactives

QCM 15 : Quel est le chef de file de la famille à laquelle appartient le Bismuth 212 ?

A) L'Uranium-238
B) Uranium-235
C) Neptunium-237
D) Thorium-232
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

QCM 15 :

A) Faux
B) Faux
C) Faux
D) Vrai : En gros ici, pour ce genre de qcm, il faut ajouter 4 au nombre de masse de l'atome fils (celui dont on cherche la famille) autant de fois qu'il faut pour atteindre un des nombre de masse d'un des chef de file. On fait :
212+4=216+4=220+4=224+4=228+4=232
E) Faux

5. Lois cinétiques

Exemple 1 : Constante radioactive et période radioactive (interchangeable) + l'activité d'un élément :

$$\lambda = \frac{Ln(2)}{T} \qquad \boxed{A(t) = \lambda \cdot N(t)}$$

Ces formules sont souvent utilisées ensemble des qcms puisque la constante radioactive se trouve dans les deux, voici plusieurs exemples :

QCM 10 : Quelle est la constante radioactive du Technétium 99m (^{99m}Tc) ? Indiquez-la(les) proposition(s) exacte(s) : Données : Ln(2) = 0,693, T = 6h

A) 0,067 h^{-1}
B) 0,115 h^{-1}
C) 8,65 h^{-1}
D) 2 x 10^{-3} min^{-1}
E) 3,2 x 10^{-3} min^{-1}

CORRECTION : D

$$\lambda = \frac{0,69}{6} = 0,115\ h^{-1} \qquad \lambda = \frac{0,693}{360} \approx 1,925 \times 10^{-3}\ min^{-1}$$

QCM 7 : Lors d'un contrôle de radioprotection dans un laboratoire de recherche, on détecte une contamination surfacique due à un radioélément émetteur bêta dont l'activité mesurée est de 50 kBq/m² et dont la constante radioactive est de λ = 2,5.10^{-6} s^{-1}. Quel est le nombre approximatif de noyaux radioactifs par m^2 qui produit cette radioactivité de 100 kBq/m^2 ?

A) 2.10^7 noyaux/m²
B) 1,25.10^8 noyaux/m²
C) 2.10^{10} noyaux/m²
D) 5.10^{10} noyaux/m²
E) 2,5.10^{12} noyaux/m²

CORRECTION : C

Vrai : Pour ce calcul il fallait utiliser cette formule : $A = N \times \lambda <=> N = \frac{A}{\lambda}$, avec $A = 50\ kBq/m^2 = 5.10^4 Bq/m^2$

Soit : $N = \frac{5.10^4}{2,5.10^{-6}} = \frac{2.10^4}{10^{-6}} = 2.10^4 \times 10^6 = 2.10^{10}\ noyaux\ radioactifs/m^2$

(2025) **QCM 18 : Suite à la catastrophe de Tchernobyl, une zone du parc du Mercantour a été contaminée par du césium 137. L'activité mesurée est de 100 kBq ce qui correspond à un nombre de noyaux radioactifs égal à 1,365.10^{14}. Quelle est la période la plus proche de celle du césium 137 ? On donne 1 an = 31,557.10^6 secondes et ln(2) = 0,69**

A) 1 an
B) 3 ans
C) 10 ans
D) 15 ans
E) 30 ans

CORRECTION :

Vrai : On cherche la période (T) mais on ne connait pas λ, cependant on sait que $T = \frac{ln2}{\lambda}$

Donc on peut isoler λ soit : $A = \lambda \times N \rightarrow \lambda = \frac{A}{N}$

Et l'introduire dans la formule initial (comme on connaît A et N)

On obtient donc :

On a plus qu'à remplacer par les valeurs et résoudre le calcul pour ensuite convertir tout ça en années.

On nous donne 1 an = 31,557.10^6 s. Soit :

$$T = \frac{0{,}69 \times 1{,}365.10^{14}}{1.10^5}$$

$$T = 0{,}69 \times 1{,}365.10^{14} \times 10^{-5}$$

$$T = 0{,}69 \times 1{,}365.10^{9}$$

$$T = 0{,}942.10^{9}$$

$$T = 942.10^{6}\ s$$

$$T = \frac{942.10^{6}}{32.10^{6}}$$

$$T = 29{,}4 \approx 30\ \text{ans}$$

Bien visualiser les liens que l'on peut avoir à faire entre les formules lors des qcms +++

MAINTENANT LE TYPE DE QCM QUI TOMBENT LE + SOUVENT EN LOIS CINETIQUES =

(2020) **QCM 11 : Pour un examen de médecine nucléaire, on mélange une source radioactive A de 160 MBq et de période radioactive TA = 6 heures avec une source radioactive B de 360 MBq et de période radioactive TB = 12 heures. Quelle est, en MBq, l'activité totale de ce mélange 24 heures après sa préparation ?**

A) 10
B) 32
C) 90
D) 100
E) 130

CORRECTION :

En 24h :

- Il s'est écoulé 4 T(a) donc il faut diviser l'activité de A quatre fois par 2 ce qui donne (ou faire 160/2^4) : 160/2 = 80 ; 80/2 = 40 ; 40/2 = 20 ; 20/2 = 10MBq
- Il s'est écoulé 2 T(b) donc il faut diviser l'activité de B deux fois par deux ce qui donne : 360/2 = 180 ; 180/2 = 90 MBq
- **On a donc 90 + 10 = 100MBq**

(2021 pass) **QCM 14 : Dix-huit heures après l'élution d'un générateur de Molybdène-99, une fiole de ^{99m}Tc a une activité de 30 MBq. Quelle était, en MBq, son activité 6 heures après cette même élution ?**

On donne la période du ^{99m}Tc qui est de 6 heures.

A) 15
B) 60
C) 90
D) 120
E) 240

CORRECTION :

Pour retrouver l'activité initiale on multiplie 3 fois par 2 (car 18 heures = 3 x 6 heures = 3 périodes) donc 30 x 2 = 60 ; 60 x 2 = 120 ; 120 x 2 = 240 MBq ! Puis pour avoir l'activité à 6 heures on enlève une période donc 240/2 = 120 MBq

(2022) **QCM 16 : Soit un générateur Molybdène – Technétium. A l'instant t = 0, on a 960 MBq de 4399mTc, élément fils, en équilibre de régime avec le 4299Mo, élément père. Au bout de 201 heures, on effectue l'élution du générateur, c'est-à-dire la séparation du père et du fils. Quelle est, 18 heures après cette élution, la radioactivité résiduelle (en MBq) du 4399mTc prélevé hors du générateur ?**

Données : période radioactive du 4299Mo = 67h et période radioactive du 4399mTc = 6h

A) 0
B) 15
C) 30
D) 60
E) 120

CORRECTION :

On sépare en 2 étapes :

Étape 1 :
En équilibre dans le générateur ; on prend T = 67h, car les deux éléments sont en équilibre. Ils y restent 201h. Pendant ce temps, 3T sont passés (201/67 = 3) On divise par deux notre activité et ceci 3 fois ! 960 → 480 → 240 → 120

Étape 2 :
Après l'élution ; On se retrouve avec une activité de 120 MBq On veut l'activité du fils 18h après l'élution, sachant qu'il a une période de 6h 18/6 = 3.
On divise par deux notre activité et ceci 3 fois ! 120 → 60 → 30 → 15

Vraiment très de connaitre ça, ça tombe presque chaque année ++++

Exemple 2 : Période effective : $$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{physiq.}} + \frac{1}{T_{bio}}$$

(2016-2024-2025) **QCM 7 : L'iode-125 est radioactif et a une période physique de 60 jours. Lorsqu'il est administré à un sujet, sa période biologique est de 120 jours. Quelle est, en jours, la valeur de sa période effective ?**

A) 40
B) 60
C) 80
D) 120
E) 720

CORRECTION :

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{radio}} + \frac{1}{T_{bio}}$$

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{120} = \frac{3}{120}$$

$$T_{eff} = \frac{120}{3} = 40 \text{ jours}$$

(2022) **QCM 15 : Pour effectuer le traitement d'un cancer de la prostate, on administre à un patient 5 MBq de Radium 223. Sachant que la période radioactive du Radium 223 est de 11 jours, et que sa période biologique est 10 jours. Quelle est, approximativement, la période effective (en jours) du Radium 223 ?**

A) 4,1
B) 5,2
C) 7,5
D) 10
E) 21

CORRECTION :

B Vrai : $\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{phy}} + \frac{1}{T_{bio}} = \frac{1}{11} + \frac{1}{10} = \frac{1x10}{11x10} + \frac{1x11}{10x11} = \frac{10}{110} + \frac{11}{110} = \frac{21}{110}$ *soit* $T_{eff} = \frac{1x110}{21} = 5{,}2$

On n'oublie pas d'inverser le résultat lorsqu'on parle d'1/Teff à Teff +++

Exemple 3 : Temps t_{max} de la formation d'un nucléide instable (cas général) + Cas particulier ; équilibre de régime + Formation d'un nucléide instable :

$N_2(t) = N_1(0) \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$ $\quad t_{max} = \frac{Ln\lambda_2 - Ln\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$ $\quad \lambda \quad \lambda_1 < \lambda_2$; $T \quad T_1 > T_2$ $\quad A_2(t) \cong A_1(t) \times \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$

(2025) **QCM 20 : Dans le cadre d'un générateur radioactif contenant à la fois le père, le Ra_{88}^{228} de période radioactive = 5,7 ans, et le fils, l'Ac_{89}^{228} de période radioactive = 6h, quelle(s) est (sont) la (les) proposition(s) exacte(s) concernant le temps tmax ?**

A) il est défini par $\frac{Ln2.A(0)}{(T1-T2)}$

B) Avant tmax, l'Ac_{89}^{228} et le Ra_{88}^{228} sont en équilibre de régime

C) Au temps tmax, l'activité de l'Ac_{89}^{228} est égale à l'activité du Ra_{88}^{228}

D) Après tmax, l'Ac_{89}^{228} décroît avec sa propre demi-vie

E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

(2025) **QCM 21 : Un générateur radioactif contenant à la fois le père, Ra_{88}^{228} de période radioactive = 5,7 ans, et le fils, Ac_{89}^{228} de période radioactive = 6h, est livré avec une activité initiale de 800 MBq de Ra_{88}^{228}. Quelle sera approximativement l'activité (en MBa) de l'Ac_{89}^{228} en équilibre de régime avec son père, au bout de 6 ans ? On donne tmax = 78 heures.**

A) 385

B) 555

C) 732

D) 780

E) 800

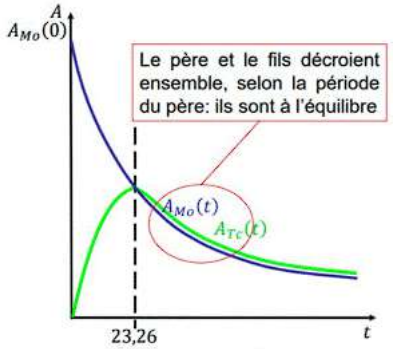
CORRECTION :

On schématise la transformation : **Radium** (T = 5,7 ans) → **Actinium** (T = 6h) → petit fils stable

Le radium radioactif forme en désintégrant un autre élément radioactif l'actinium → on a ici un cas particulier d'équilibre de régime entre père et fils Ce n'est possible que si λ1 < λ2 donc que T1 > T2

Pour tout t > tmax (donc à droite des pointillés sur le schéma) on obtient :

$$A_2(t) \cong A_1(t) \times \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$



(exemple du cours avec le Mo et le Tc)

La partie de l'expression avec les lambdas n'est qu'un coefficient de proportionnalité (terme constant) Mais on voit dans ce QCM que T1 est très supérieur à T2 donc $\lambda 1$ est négligeable devant $\lambda 2$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cong \frac{\lambda_2}{\lambda_2} = 1$$

On se retrouve alors avec $A2(t) \cong A1(t)$

Il nous reste donc plus qu'à trouver l'activité du père au bout de 6 ans grâce à sa période 6 ans > 5.7 ans → on a un peu plus que la période du radium (père), il reste donc un peu moins de la moitié de l'activité initiale (800/2 = 400 MBq). La seule réponse qui colle est donc 385 **MBq.**

QCM HARDCORE :

Dosimétrie-Radiobiologie

Exemple 1 : Dose équivalente H : $H_T = \sum_R w_R . D_{T,R}$ et Dose efficace E: $E = \sum_T w_T . H_T$ $E = \sum_T w_T . \sum_R w_R . D_{T,R}$

(2011) **QCM 1 : On veut estimer les effets de l'irradiation d'un sujet qui a inhalé du gaz radon-222 émetteur α dont le facteur WR est égal à 20. La dose absorbée par les poumons du patient est égale à 5 mGy. On estime que seuls les poumons ont été exposés à cette irradiation et leur sensibilité est WT = 0,12.**

A) La dose équivalente correspondante est égale à 100 mSv
B) La dose équivalente correspondante est égale à 100 mGy
C) La dose efficace correspondante est égale à 12 mSv
D) La dose efficace correspondante est égale à 0,6 mGy
E) Cette irradiation doit faire craindre des effets déterministes

CORRECTION :

A) Vrai : dose équivalente H = dose absorbée D x WR = 5 x 20 = 100 mSv
B) Faux : exprimée en Sv
C) Vrai : dose efficace E = dose absorbée D x WR x WT = 5 x 20 x 0,12 = 12 mSv

(2024) **QCM 21 : Un patient reçoit un produit radioactif émetteur béta moins. Celui-ci produit une irradiation exclusivement de la moelle osseuse et de la vessie. Le facteur de qualité ou de "dangerosité" des béta moins est égal à 1 et les facteurs de sensibilité tissulaires sont 0,20 pour la moelle osseuse et de 0,04 pour la vessie. Sachant que les deux organes ont reçu chacun la même dose de 2 Gy, quelle est (en milli Sievert) la dose efficace reçue par le patient ?**

A) 4000
B) 2400
C) 1020
D) 560
E) 480

CORRECTION :

E = D x Wt x Wr
= (D x Wt(moelle) x Wr) + (D x Wt(vessie) x Wr)
= (2 x 0,2 x 1) + (2 x 0,04 x 1)
= 0,4 + 0,08
= 0,48 Sv = 480 mSv

Exemple 2 : *QCM fait par le prof en présentiel*

QRU 1 : Un manipulateur travaille à 50 cm d'une source ponctuelle de rayonnement γ reçoit un débit de dose de 80 µGy.h^{-1}.Il recule à 2 m de la source. Indiquez le débit de dose auquel il est alors exposé :

A) 40 µGy.h^{-1}
B) 20 µGy.h^{-1}
C) 10 µGy.h^{-1}
D) 5 µGy.h^{-1}
E) 2,5 µGy.h^{-1}

QRU 1 :

A) Faux : pas d'application correcte de la loi
B) Faux : correspond à l'erreur classique d'une décroissance simplement proportionnelle à la distance
C) Faux : pas d'application correcte de la loi
D) Vrai : L'énergie reçue par unité de surface, donc la dose, décroît comme le carré de la distance à la source. La distance est multipliée par 4 (de 0,5 m à 2 m) : le débit de dose est divisé par $4^2 = 16$, soit **80/16 = 5 µGy.h^{-1}**
E) Faux : pas d'application correcte de la loi

Avec cette formule : $E_e = \frac{d\Psi}{dS} = \frac{d\Psi}{d\Omega . d^2}$

2. Physiologie : Calculs à connaître

Calculs à connaître pour l'examen classant

Compartiments de l'organisme

- Volume de distribution d'un traceur **séquestré** :

$$Vd\ (L) = \frac{\text{Quantité de traceur injectée (mol ou Bq)}}{\text{Concentration à l'équilibre (mol/L ou Bq/L)}}$$

- Volume de distribution d'un traceur **éliminé** :

$$Vd\ (L) = \frac{\text{Quantité de traceur injectée (mol ou Bq)}}{\text{Concentration au point B (mol/L ou Bq/L)}}$$

- Volume d'eau totale :

Pour une femme : Volume d'eau total = 50% du poids du corps
Pour un homme : Volume d'eau total = 60% du poids du corps
Pour un nouveau-né : Volume d'eau total = 75% du poids du corps

- Volume d'eau **extra**cellulaire :

Volume d'eau extracellulaire = ⅓ du volume d'eau total

- Volume d'eau **intra**cellulaire :

Volume d'eau intracellulaire = ⅔ du volume d'eau total

- Hématocrite :

$$Hématocrite = \frac{V\ globulaire}{V\ sanguin} = 0,45$$

- Volume plasmatique :

Volume plasmatique = 50 ml/kg de poids corporel

- Volume sanguin :

Vsanguin = Vglobulaire + Vplasmatique

$$Vsanguin = \frac{Vplasmatique}{1 - Hématocrite}$$

Aspect énergétique du métabolisme

- **Correspondance gramme – calories** :

1g de glucide = 4kcal
1g de protide = 4kcal
1g de lipide = 9kcal

- **Rendement contraction musculaire** :

$$\text{Rendement de la contraction musculaire} = \frac{\text{Energie mécanique (kcal)}}{\text{Energie consommée (kcal)}}$$

- **Gain de masse** = $\frac{\text{Energie } \textbf{consommée} \text{ - énergie } \textbf{dépensée} \text{ (=métabolisme de base + activité sportive)}}{\textbf{9} \text{ (=lipides)}}$

Méthode : Calculs à connaître

EXERCICE 1 :

Pour une femme de 60kg, calculez :

1) Veau total 2) Veau extracellulaire 3) Veau cellulaire
4) Vplasmatique 5) Vsanguin 6) Vglobulaire

Correction :

1) $Veau\ total = \frac{50}{100} \times 60 = 30L$ *c'est une femme donc elle a 50% d'eau*

2) $Veau\ extracellulaire = \frac{1}{3} \times 30 = 10L$

3) $Veau\ intracellulaire = \frac{2}{3} \times 30 = 20L$ OU $Veau\ intracellulaire = 2 \times 10 = 20L$ *il y a 2x plus d'eau en intra que en extracellulaire*

4) $Vplasmatique = 50 \times 60 = 3000mL = 3L$ *on fait bien attention aux unités, c'est bien 50mL/kg et non des L*

5) $Vsanguin = \frac{3}{1-0,45} = \frac{3}{0,55} \approx 5,45L$ *ici on doit bien utiliser le Vplasma en L et pas mL*

6) $Vglobulaire = Vsanguin - Vplasmatique = 5,45 - 3 = 2,45L$

EXERCICE 2 :

On prend l'exemple d'une dépense totale de 2461 kcal/jour pour 3000 kcal/jour d'apports. Donc la différence est de 539 kcal/jour.

$$\text{Gain de masse grasse} = \frac{\text{539 kcal/ jour x 31 jours}}{\text{9 kcal /g}} = \text{1856g en 31 jours}$$

EXERCICE 3 :

On prend l'exemple d'un sujet au repos avec une consommation d'oxygène de 0,3 L/min et de 2,0 L/min à l'effort. Il va donc consommer 1,7 L/min pour cet effort spécifiquement.
Pour calculer la consommation d'O2 spécifiquement a l'effort on fait la différence entre la consommation en O2 entre effort et repos.

- On a donc 2 - 0,3 = 1,7 L/min

Si on **multiplie cette consommation d'oxygène au coefficient thermique de l'oxygène**, on obtient la **quantité de kcal par unité de temps que l'individu utilise.**
*Rappel : le coefficient thermique de l'oxygène = **4,82 kcal/L.***

- On a donc 1,7 x 4,82 = 8,19 kcal/min

On mesure maintenant son **activité mécanique** à l'aide d'un tapis roulant. On trouve énergie mécanique = 1,88 kcal/min. On peut alors faire le rapport entre cette énergie mécanique (kcal/min) et l'énergie consommée afin de trouver le **rendement de la contraction musculaire.**

$$\text{Rendement de la concentration musculaire} = \frac{\text{Energie mécanique 1,88}}{\text{Energie consommée 8,19}} = 23\%$$

EXERCICE 4 :

Exemple :

Un sujet prend du poids. Il a un apport énergétique moyen de 3100 kcal. En 15 jours il a pris 400g.

Comment calculer cet apport de 3100 kcal ?

- On mesure la consommation d'oxygène sur quelques minutes puis en extrapolant la consommation quotidienne à 623,2 L/j.
- Ensuite on multiplie cette consommation par le coefficient thermique de l'oxygène (4,82 kcal/L) ce qui nous donne le nombre de kcal ingérées par le sujet qui est proportionnel au nombre de kcal brûlées par ce même sujet. Donc 623,2 x 4,82 = 3100 kcal.

Comment expliquer sa prise de poids ?

La prise de poids se fait au profit du **tissu adipeux**. Dans 400g de tissu adipeux, on a 400g x 9 kcal/g = 3600 kcal. S'il a pris 400g en 15 jours ça veut dire qu'il a une dépense énergétique quotidienne de 2860 kcal/j.

$$\text{Dépense énergétique} = \frac{(3100\text{kcal par jour x 15 jours}) - 3600\text{ kcal}}{15\text{ jours}} = 2860\text{ kcal}$$

Comme il a une consommation de 3100 kcal et qu'il dépense 2860 kcal, il a donc 240 kcal/j qui sont ingérés mais qui ne sont pas dépensés : 3100 – 2860 = 240 kcal/j. Il a donc **240 kcal d'excès** par jour. On va donc dire à ce sujet **d'augmenter sa dépense énergétique.**

EXERCICE 5 :

Exemple : on a un sujet qui a 3000 kcal/j de ration alimentaire et qui a un métabolisme de base de 40kcal/h/m2.

- **Dépense supplémentaire = dépense énergétique totale – métabolisme de base**

Ici le métabolisme de base = 40kcal/h/m2 x 24h x 1,73 m2 = 1660 kcal (environ)

Donc dépense supplémentaire = 3000 – 1660 = 1340 kcal/jour.

Il sait également que ce sujet **dépense 800kcal** en travaillant dans la journée (travail de bureau). Donc on soustrait la dépense supplémentaire à cette dépense-là. Il lui reste donc à peu près 600kcal

1340 – 800 = 600 kcal

Il faut donc avoir une activité physique soutenue qui **dépenserait 600 kcal tous les jours** pour ne pas prendre de poids. Cependant ce n'est pas rien d'aller faire 10 km de footing tous les jours. *(Rappel : Footing (10Km/h) → 690 kcal/h).*

3. Pharmacologie : Calculs à connaître

Calculs à connaître pour l'examen classant

Pharmacocinétique 1

FORMULES :

- **Biodisponibilité absolue :** $F = \frac{AUC\ test}{AUC\ référence}$ $F = \frac{AUC\ po \times D\ iv}{AUC\ iv \times D\ po}$

Avec :
AUC po = aire sous la courbe de la voie per os (orale)
AUC iv = aire sous la courbe de la voie intra veineuse
D po = dose addministrée par la voie per os
D iv = dose administrée par la voie intra veineuse
→ pour la biodisponibilité **absolue** notre référence c'est la voie IV

- **Biodisponibilité relative :** $FR = \frac{D\ référence \times AUC\ étudiée}{D\ étudiée \times AUC\ référence}$

→ pour la biodisponibilité **relative** notre référence n'est PAS la voie IV

- **Volume de distribution obtenu GRAPHIQUEMENT : VD = Dose / C0**

Avec :
C0 = concentration initiale (attention pour la voie IV ça correspond à la dose maximale puisqu'on a directement mis le médicament dans la circulation sanguine)

- **Volume de distribution obtenu PAR RÉSOLUTION D'ÉQUATION : VD = CL / Ke**

Avec :
Ke = pente d'élimination = (C1 - C2) / (T2 - T1)
CL = clairance

- **Fraction liée** : **f = [médicament fixé] / [médicament total]**
*(quand il y a des crochets **[ ]** ça signifie concentration)*

Pharmacocinétique 2

FORMULES :

- CL hépatique = CL métabolique + CL excrétion biliaire
- Cl hépatique = débit x fe

Avec Fe = ($C_{entrée}$ - C_{sortie}) / $C_{entrée}$

- CL totale = CL hépatique + CL reins + CL des autres organes impliqués dans l'élimination
- Cl totale = ke x Vd
- Cl iv = $Dose_{iv}$ / AUC
- Cl systémique = Cl rénale + Cl non-rénale

→ $Cl_{totale} = Cl_{systémique} = Cl_{IV}$

- Cl rénale = Cl iv x fe
- Cl orale = Cl_{orale} / AUC
- T ½ = ln(2) / ke

Avec :
ln(2) ≈ 0,7
Et Ke = (ln(C1) - ln(C2)) / (t1 - t2)

- T ½ = (ln(2) x Vd) / Cl

Méthode : Calculs à connaître

Exemples d'application

Exemple 1 :
On administre à un patient une dose de 500mg d'un mdc A par voie IV, le calcul de l'AUC indique 0.4 g.h.L-1.
Le lendemain, on lui donne 1000mg de ce même mdc A par voie orale, l'AUC est de 0.6 g.h.L-1.
Trois jours plus tard on choisit la voie rectale pour lui administrer 500mg du mdc A. Cette fois l'AUC vaut 0,9 g.h.L-1.

Calculer la biodisponibilité absolue du médicament A pour la voie orale
Calculer la biodisponibilité relative du médicament A pour la voie orale

RÉSOLUTION :

1. **Biodisponibilité absolue :**

Ici notre référence sera la voie IV. Donc on repère nos valeurs dans l'énoncé :
D iv = 500mg = 0.5g
AUC iv = 0.4 $g.h.L^{-1}$
D po = 1000mg = 1g
AUC po = 0.6 $g.h.L^{-1}$

on applique la formule
F = 0.6 x 0.5 / 0.4 x 1
F = 6 x 10-1 x 0.5 / 4 x 10^{-1} x 1
F = 3 / 4
F = 0.75 = 75 %

2. **Biodisponibilité relative :**

Ici notre référence est **AUTRE** que la voie IV donc c'est la voie rectale. On repère nos valeurs dans l'énoncé :
D rec = 500mg = 0.5g
AUC rec = 0.9 $g.h.L^{-1}$
D po = 1000mg = 1g
AUC po = 0.6 $g.h.L^{-1}$

on applique la formule
F = 0.6 x 0.5 / 0.9 x 1
F = 6 x 10-1 x 0.5 / 9 x 10-1 x 1
F = 3 / 9 = 1 / 3
F ≈ 0.33 = 33%

Exemple 2 :
Vous êtes internes à l'hôpital et voyez arriver une jeune femme qui, après avoir eu des douleurs menstruelles la veille au soir, a ingéré 8 comprimés de 500mg de PERDOLAN®. Pour l'aider il faut que vous calculiez le volume de distribution. Aide au calcul : C0 = 40g/L

A) Le volume de distribution est de 10 ml
B) Le volume de distribution est de 0,1 L
C) Le volume de distribution est de 100 ml
D) Le volume de distribution est de 1 cl

RÉSOLUTION :

Ici on utilise la formule du VD obtenu graphiquement : Vd = Dose / C0
On repère les données dans l'énoncé :

Dose = 8 x 500mg = 4000 mg = 4g (attention on a donné 8 comprimés !!!)
C0 = 40 g/L

On applique la formule
VD = 4 / 40 =1 / 10 = 0.1 L = 100ml = 10cl

→ les réponses correctes sont la B et la C

Exemple 3 :
La clairance d'un organe d'un médicament est étroitement liée à son coefficient d'extraction. Sachant qu'un principe actif, dont la biodisponibilité absolue est de 100%, montre des concentrations sanguines d'entrée et de sortie de l'organe de 25mg/L et de 5 mg/L, pour un débit sanguin de 3000 mL/min, la valeur de la **clairance** de cet organe sera :

A) 2,4 L/min
B) 24 L/h
C) 144 L/h
D) 1,4 L/min
E) les réponses A, B, C et D sont fausses

RÉSOLUTION :

1. Calcul du coefficient d'extraction Fe

$Fe = (C_{entrée} - C_{sortie}) / C_{entrée}$

> Avec :
> ⇨ C entrée =25 mg/L
> ⇨ C sortie =5 mg/L

Fe = (25 - 20) / 25 = 5 / 25 = 0,8

Donc **Fe = 0,8**.

2. Calcul de la clairance

La formule est : Cl hépatique = débit x Fe

Le débit est de **3000 mL/min = 3 L/min**.

Donc :

Cl hépatique = 3 x 0,8 = 2,4 L/min

Et si on veut en L/h : 2,4 x 60 = 144 L/h

→ Les réponses correctes sont donc la A et la C.

Exemple 4 :
On administre un antibiotique par voie intraveineuse à un patient, afin de traiter une infection. Cet antibiotique possède un volume de distribution de 74L et une clairance totale de 18 L/h. Indiquez la ou les proposition(s) exacte(s) :

A) la demi-vie d'élimination du principe actif est de 5h
B) la demi-vie d'élimination du principe actif est d'environ 3h
C) L'état d'équilibre est atteint au bout de 15h
D) Au bout de 9h, il ne restera que 12,5% du médicament dans l'organisme
E) les propositions A, B, C et D sont fausses

RÉSOLUTION :

1. Constante d'élimination k

K = Cl / Vd

K = 18 / 74 ≈ 0,24

👉 k ≈ 0,24

2. Demi-vie d'élimination T ½

T ½ = ln(2) / ke

T ½ = 0,7 / 0,24 ≈ 2,91 ≈ 3h

👉 T ½ ≈ 3h

3. État d'équilibre

L'état d'équilibre est atteint au bout de 5 demi-vies.

Sachant que T ½ = 3h État d'équilibre = 3 x 5 = 15h

4. Temps dans l'organisme

On sait que le temps de demi-vie correspond au temps nécessaire pour que la concentration plasmatique soit diminuée de moitié

Donc si T ½ = 3h, au bout de 3h il ne restera que 50% du médicament, au bout de 6h, plus que 25% et au bout de 9h, plus que 12,5%…

→ Donc les réponses correctes sont la B, la C et la D

✨ Petits conseils supplémentaires ✨ :

- Faites bien attention aux unités dans les items (L/min ou L/h ou des fois les profs mettent des unités complètement wtf qui n'ont aucun rapport donc on fait bien attention !)
- Surlignez ou mettez en valeur sur votre sujet les valeurs qu'on vous donne dans l'énoncée
- À l'aide des valeurs qu'on vous donne, essayez de retrouver sur votre brouillon les différentes formules que vous pouvez obtenir
- ENTRAÎNEZ-VOUS ++++ : c'est grâce à l'entraînement que vous pourrez faire les calculs de plus en plus vite et surtout de plus en plus justes !

4. Biostatistiques : Calculs à connaître

Calculs à connaître pour l'examen classant

Probabilité élémentaire

Ensembles produits :

$Card(E_1 \times E_2 \times ... \times E_n) = \prod_{1 \le i \le n} Card(E_i)$

Parties d'un ensemble :

2^p avec p = Card(E)

P-listes avec remise :

$Card(E)^p$

Arrangement :

- Sans répétition : $A_n^p = n! / (n - p)!$
- Avec répétition : n^p

Permutation :

- Sans répétition : n!
- Avec répétition : $n! / (k_1! \cdot k_2! \cdot ... \cdot k_x!)$

Combinaison :

$C_n^p = n! / [p! (n - p)!]$

Formule de Poincaré :

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \left(\sum_{1 \le i_1 < ... < i_k \le n} \mathbb{P}(A_{i_1} \cap ... \cap A_{i_k}) \right)$$

Equiprobabilité :

P(A) = Card(A) / Card(Ω)

Probabilité conditionnelle

Formule des probabilité conditionnelle :

P(A|B) = P(A ∩ B) / P(B)

Intersection de deux événements :

P(A ∩ B) = P(B ∩ A)

Événement contraire :

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Théorème de la multiplication :

$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$

Formule de Bayes :

$P(A|B) = [P(B|A) \times P(A)] / P(B)$

Théorème de Bayes :

$P(Ai|B) = [P(B|Ai) \times P(Ai)] / \Sigma P(B|Aj) \times P(Aj)$

Définition de l'indépendance :

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Événements incompatibles (union) :

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Événements incompatibles (intersection nulle) :

$P(A \cap B) = 0$

Tests diagnostiques

Sensibilité :

$Se = P_M(T+) = P(M \cap T+) / P(M) =$ **VP / (VP + FN)**

Spécificité :

$Sp = P_NM(T-) = P(NM \cap T-) / P(NM) =$ **VN / (VN + FP)**

Valeur prédictive positive :

VPP = VP / VP + FP

Valeur prédictive négative :

VNN = VN / VN + FN

Prévalence :

p = VP + FN / total

Introduction à la métrologie et biométrie

Incertitude :

x – dx < X < x + dx

Erreur absolue :

e = | x – X |

Erreur relative :

er = e / X

Statistiques descriptives

Moyenne :

m = ∑ termes / n

Médiane quand n est impair :

(n + 1) / 2

Médiane quand n est pair :

moyenne entre n/2 et (n/2) + 1

Quartiles :

0,25 x n

Intervalle de confiance (IC) :

$$\mu \in [\, m \pm \frac{\varepsilon s}{\sqrt{n}} \,]$$

Indice de précision de l'estimation de μ :

$$i = \frac{\varepsilon s}{\sqrt{n}}$$

Nombre de sujet nécessaires :

$$n = \frac{\varepsilon^2 s^2}{i^2}$$

Écart type :

$$s = \sqrt{pobs.\frac{qobs}{n}}$$

Statistiques déductives

Calculs des DDL :

Test du khi 2 :

DDL = (nb lignes – 1) * (nb colonnes – 1)

Test T de Student :

DDL = (n_1 – 1) * (n_2 – 1) = (n_1 + n_2) – 2

Test du coefficient de corrélation :

DDL = n – 2

Calculs des paramètre Z de chaque test :

Test de comparaison des pourcentages :

$$\varepsilon = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{\frac{p_A q_A}{n_A} + \frac{p_B q_B}{n_B}}}$$

avec $q_A = 1 - p_A$

Test du khi 2 :

$$\chi^2 = \sum \frac{(o_i - c_i)^2}{c_i}$$

avec o_i les **données observées** et c_i les **données calculées**

Test de comparaison des moyennes :

$$\varepsilon_c = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{{s_1}^2}{n_1} + \frac{{s_2}^2}{n_2}}}$$

Test T de Student :

$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}}}$$

avec $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - m_1)^2 + \sum (x_j - m_2)^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}}$

Test R' de Spearman :

$$r' = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n\left(n^2 - 1\right)}$$

Épidémiologie analytique

Calcul du risque relatif (RR) :

On utilise le risque relatif RR dans le cas d'une enquête de **cohorte**

	Malades	Non-Malades	Total
Exposés	a	b	a+b
Non-Exposés	c	d	c+d
Total	a+c	b+d	N

$$RR = \frac{Incidence\ maladie\ chez\ les\ exposés}{Incidence\ maladie\ chez\ les\ non-exposés} = \frac{a/(a+b)}{c/(c+d)}$$

Calcul d'Odds Ratio (OR) :

On l'utilise dans le cas d'une enquête **cas-témoins** aussi possible dans une enquête de cohorte mais la formule à utiliser comme référence c'est celle du RR

	Malades	Non-Malades	Total
Exposés	a	b	a+b
Non-Exposés	c	d	c+d
Total	a+c	b+d	N

$$\text{Odds-ratio (OR)} = \frac{a/(a+b)}{c/(c+d)} = \frac{a/b}{c/d} = \frac{ad}{bc}$$

Méthode : Calcul à connaître

Tests diagnostiques

EXERCICE :

Évaluation d'un test de dépistage rapide de la grippe

On souhaite évaluer les performances d'un test antigénique rapide de dépistage de la grippe. On a réalisé :

- **80** prélèvements sur des patients atteints de façon certaine de la grippe (confirmée par PCR). Parmi eux, le test a été positif dans **72** cas.
- **150** prélèvements sur des patients indemnes de façon certaine. Parmi eux, le test a été négatif dans **135** cas.

Questions :

1) Calculer la sensibilité et la spécificité du test.
2) Calculer la prévalence de la pathologie dans cette étude.
3) Calculer la valeur prédictive positive et la valeur prédictive négative du test

RÉSOLUTION :

1) Sensibilité et spécificité

	Grippe	Non-grippe	Total
T +	72	15	87
T -	8	135	143
Total	80	150	230

Se = VP/(VP+FN) = 72/(72+8) = 72/80 = 0,90 = 90 %

⇨ Parmi les patients réellement atteints de la grippe, 90 % ont été correctement dépistés positifs par le test.

Sp = VN/(VN+FP) = 135/(135+15) = 135/150 = 0,90 = 90 %

⇨ Parmi les patients réellement indemnes de la grippe, 90 % ont été correctement dépistés négatifs par le test

2) Prévalence

p = (VP+FN)/total = (72+8)/230 = 80/230 = 0,348 = 34,8 %

⇨ Dans cette étude, 34,8 % des patients testés étaient réellement atteints de la grippe.

3) Valeurs prédictives

VPP = VP/(VP+FP) = 72/(72+15) = 72/87 = 0,828 = 82,8 %

VPN = VN/(VN+FN) = 135/(135+8) = 135/143 = 0,944 = 94,4 %

INTERPRÉTATION :

Parmi les patients testés positifs, 82,8 % ont vraiment la grippe.
Parmi les patients testés négatifs, 94,4 % n'ont vraiment pas la grippe.

Conseils : Bien connaître ses formules et bien prendre le temps de construire le tableau ça vous permettra de ne pas faire d'inversions entre toutes les données !

Pour remplir les données manquantes du tableau c'est très simple : Par exemple pour la première colonne on savait que 72 personnes avaient la grippe et avait un test positif et que 80 personnes avait la grippe, pour trouver le nombre de personnes ayant la grippe et ayant eu un test négatif on fait simplement **80 - 72 = 8** et on répètent ça afin de remplir toutes les cases manquantes !

(*Hésitez pas à m'envoyer un message si c'est pas clair* ✚*)*

Probabilités élémentaires

EXERCICE :

Le Tutorat organise une journée Peps. On peut y faire **6** activités différentes : loup-garou, just dance, karaoké, ping pong, jeux de société et dessin. Pour une première activité, un étudiant doit choisir :

- une activités parmi les 6 ;
- puis un créneau parmi 4 créneaux horaires.

1) a) Combien de choix différents sont possibles ?

Parmi les 6 activités, on souhaite ensuite constituer une sélection : chaque activités peut donc être choisie ou non.

b) Combien de sélections différentes peut-on obtenir ?

Pour accéder à la salle de karaoké, chaque étudiant reçoit un **code de 4 chiffres**, chaque chiffre pouvant être choisi parmi 0, 1, ..., 9. Les chiffres peuvent se répéter.

2) a) Combien de codes différents peut-on former ?

On souhaite maintenant former une suite de **3 activités parmi les 6**, en autorisant la répétition d'une même activité.

b) Combien de suites différentes peut-on obtenir ?

Enfin, on veut choisir **3** activités différentes parmi les **6** et les placer dans un ordre précis.

c) Combien de possibilités obtient-on ?

Six étudiants participent à une finale.

3) a) Combien de podiums différents (1er, 2e, 3e) peut-on former ?

On veut ensuite choisir **3 étudiants parmi les 6** pour constituer une équipe.

b) Combien d'équipes différentes peut-on former ?

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

RÉSOLUTION :

1) a) On choisit 1 activités parmi 6 et 1 créneau parmi 4.

D'après la règle du produit : **$Card(E_1 \times E_2) = Card(E_1) \times Card(E_2)$**

Donc : 6×4 **= 24**

Il y a donc 24 choix différents.

b) On dispose de 6 activités et chacune peut être : choisie ou non choisie.

On cherche donc le nombre de parties d'un ensemble de 6 éléments.

La formule est : **Nombre de parties = 2^p**

avec **p = Card(E)** Ici p = 6 :

Donc $2^6 = 64$

On peut obtenir 64 sélections différentes.

2) a) Le code comporte 4 positions.

Pour chacune des 4 positions, on peut choisir l'un des 10 chiffres et les répétitions sont autorisées.

La formule est : **Card(E)^p**

Ici : **$10^4 = 10\ 000$**

On peut former 10 000 codes différents.

b) On choisit successivement 3 activités parmi 6, et une même activité peut être choisie plusieurs fois.

Il s'agit d'un *arrangement avec répétition.*

La formule est : **n^p Ici** : **$6^3 = 216$**

On peut obtenir 216 suites différentes.

c) On choisit 3 activités différentes parmi 6 et l'ordre compte.

Il s'agit d'un *arrangement sans répétition.*

La formule est : **$A_n^p = n! / (n-p)!$**

Ici : **$A_6^3 = 6! / (6-3)! = 6! / 3! = (6 \times 5 \times 4 \times 3!) / 3! = 6 \times 5 \times 4 = 120$**

On obtient 120 possibilités.

3) a) On dispose de 6 étudiants et on veut désigner le 1er, le 2e et le 3e.

L'ordre est important et un étudiant ne peut apparaître qu'une seule fois.

Il s'agit donc d'un *arrangement sans répétition :*

$A_6^3 = 6! / (6-3)! = 6! / 3! = 6 \times 5 \times 4 = 120$

On peut former 120 podiums différents.

b) On choisit 3 étudiants parmi 6, mais l'ordre ne compte pas.

Il s'agit d'une *combinaison.*

La formule est : $\mathbf{C_n^p = n! / [p!(n-p)!]}$

Donc : $\mathbf{C_6^3 = 6! / (3! \times 3!) = 720 / (6 \times 6) = 20}$

On peut former 20 équipes différentes.

Probabilités conditionnelles

EXERCICE :

On étudie un groupe de **200** étudiantes en première année de médecine.

On définit les événements suivants :

- (A) : « l'étudiante valide sa première année de médecine »
- (B) : « l'étudiante participe régulièrement aux séances tut »

On sait que :

- **40 %** des étudiantes valident leur première année
- parmi les étudiantes qui participent régulièrement au tutorat 60 **% valident leur année** ;
- **50 %** des étudiantes participent régulièrement au séances tut

On considère également l'événement (C) : « l'étudiante a fait la tut rentrée »

On sait aussi que **20 %** des étudiantes ont fait la tut rentrée

1) Quelle est la probabilité qu'une étudiante ne valide pas sa première année

2) Que signifie P(A|B) ? Donner ensuite sa valeur

3) Calculer la probabilité qu'une étudiante valide sa première année de médecine ET participe régulièrement aux séances tut

4) On choisit au hasard une étudiante qui a validé sa première année. Quelle est la probabilité qu'elle ait participé régulièrement aux séances tut ? (Utilise la formule de Bayes)

5) Les événements (A) et (B) sont-ils indépendants ? Justifier à l'aide d'une formule

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

RÉSOLUTION :

1) On sait que la probabilité qu'une étudiante réussisse sa première année de médecine est de **40 %** , soit P(A) **= 0.4**

On cherche la probabilité de l'événement contraire P(Ā)

D'après la formule **P(Ā) = 1 − P(A)** donc P(Ā) = 1 − 0.4 = **0.6**

60 % des étudiantes ne valident pas leur première année.

2) P(A|B) signifie : la probabilité qu'une étudiante valide sa première année sachant qu'elle participe régulièrement aux séances tut.

L'énoncé nous donne sa valeur : P(A|B) = **0.6**

3) On cherche la probabilité qu'une étudiante valide sa première année de médecine ET participe régulièrement aux séances tut soit P (A ∩ B).

> Avec la formule on sait que **P (A ∩ B) = P(A|B) x P(B)**
> Or P(B) = 0.5 et d'après la question d'avant on sait que P(A|B) = **0.6**
> Donc : P(A ∩ B) = P(A|B) x P(B) = 0.6 x 0.5 = **0.3**
> 30 % des étudiantes participent aux séances tut et valident leur année.

4) On cherche P(B/A), d'après la formule de Bayes on a : **P(B|A) = [P(A|B) × P(B)] / P(A)**

On connait P(A|B) = **0.6**, P(B) = **0.5** et P(A) = **0.4**

Donc : P(B|A) = [P(A|B) × P(B)] / P(A) = [0.6 × 0.5] / 0.4 = 0.3 / 0.4 = **0.75**

75 % des étudiantes qui valident leur première année participent régulièrement aux séances tut

5) On sait que pour que A et B soit **indépendant** il faut que **P (A ∩ B) = P(A) × P(B)**

Or P(A ∩ B) = 0.3 d'après la question 3 et P(A) x P(B) = 0.4 x 0.5 = 0.2

Les évènements A et B ne sont donc **PAS** indépendants.

Conseils : Encore une fois bien connaitre ses formules c'est hyper important, bien comprendre ce qu'elle représente et quand les utiliser. Pour le reste c'est avec l'entrainement que vous serez de plus en plus à l'aise mais je pense que la biophy du S1 vous a bien entrainé !

Vous êtes des boss l'oubliez pas 👋

Introduction à la métrologie et la biométrie

EXERCICE :

Je viens d'acheter un meuble qui pèse 1200 g, selon les indications du fabricant. Je décide de vérifier avec ma balance et le poids affiché sur la balance est de 1500 g.

1) **Quelle est l'erreur absolue ?**
2) **Quelle est l'erreur relative ?**

RÉSOLUTION :

1) La formule de l'erreur absolue est : e = | x – X |.
   On remplace donc avec les données de l'énoncé : e = | 1200 – 1500 | = 300 g L'erreur absolue est donc de 30g

2) La formule de l'erreur relative est : er = 300 / 1500 = 20% ou 0,2. L'erreur relative est donc 20% ou 0,2

🚨 **ATTENTION** 🚨 à ne pas oublier les unités et à ne pas les mélanger

Statistiques descriptives

EXERCICE 1 :

On considère un échantillon de 100 individus. On prend leur glycémie à jeun et on obtient une moyenne de 1,5 g/L dans le sang. Sachant que l'écart-type est de 3,5 et que l'on prend un intervalle de confiance de 95%.

Indiquer l'intervalle de confiance

RÉSOLUTION :

Je vous remets la formule de l'intervalle de confiance : $\mu \in [m \pm (\varepsilon S/ \sqrt{n})]$
m = 1,5 / ε = 1,96 (car on a un intervalle de confiance à 95%) (On arrondit à 2 pour le calcul) / S = 3,5 / n = 100
$\mu \in [1,5 \pm (2 \times 3,5 / \sqrt{100})]$. On obtient donc $\mu \in [1,5 \pm 0,7]$

Astuce : il faut arrondir les valeurs d'epsilon pour vous faciliter le calcul. (ici 1,96 devient 2 pour le calcul)

EXERCICE 2 :

Les notes notées sur 10 lors du premier EB sont sorties : 5, 7, 16, 11, 14, 6, 8, 13.
Vos tuteurs préférés souhaitent savoir :

1) **Quelle est la moyenne à cet EB ?**
2) **Quelle est la médiane de cette série ?**
3) **Quel est le 1er quartile ?**
4) **Quel est le 3ème quartile ?**

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

RÉSOLUTION

1) Comme d'habitude je vous remet la formule : m = ∑ termes / n. Ici on a n = 8. La somme des termes est de : 5 + 7 + 16 + 11 + 14 + 6 + 8 + 13 = 80.

   La moyenne : m = 80 / 8 = 10

   La moyenne de l'EB est donc de 10/20

2) Pour connaître la médiane il faut d'abord avoir n (ici n = 8). On sait que quand n est pair, la médiane est donc égale à la moyenne des 2 termes n/2 et (n/2) +1. Ici la médiane sera la moyenne entre 4 (8/2) et 5 (8/2 + 1).

   Il faut ensuite classer les termes par ordre croissant (5, 6, 7, 8, 11, 13, 14, 16). La 4ème valeur est 8 et la 5ème est 11. La médiane est donc la moyenne entre 8 et 11 c'est à dire 9,5. La médiane lors de cet EB est donc de 9,5/20

3) Pour connaitre le 1er quartile, il faut faire 0,25 x n. Ici n = 8 donc le premier quartile correspond à la 2ème valeur (0,25 x 8). On classe les termes par ordre croissant (5, 6, 7, 8, 11, 13, 14, 16)

   Le premier quartile est donc égale à 6.

4) Pour connaître le 3er quartile, il faut faire 0,25 x n x 3 (on rajoute le x3 car on souhaite avoir le 3ème quartile). Ici n = 8 donc le troisième quartile correspond à la 6ème valeur (0,25 x 8 x 3). On classe les termes par ordre croissant (5, 6, 7, 8, 11, 13, 14, 16)

   Le troisième quartile est donc égale à 13.

ATTENTION

- Si la valeur du premier quartile est égale à 2,2 on prend alors la 3ème valeur.
- Pour la médiane, quand n est impair on prend donc la valeur (n+1 / 2). La médiane fera donc partie de la série
- Pour la médiane, quand n est pair, la médiane ne fera pas partie de la médiane et sera la moyenne entre 2 valeurs (n/2 et n/2 + 1)

Epidémiologie analytique

EXERCICE :

On cherche à savoir s'il y une relation de cause à effet entre le fait de fumer et d'avoir un cancer des poumons. Pour tester la présence d'une relation de cause à effet, une étude à été mené où on observe une population contenant des fumeurs et des non-fumeurs et on regarde qui développe un cancer ou non, montré par le tableau ci-dessous :

	Cancer	Pas de cancer	Total
fumeurs	**50 (a)**	**10 (b)**	**60**
non-fumeurs	**3 (c)**	**77 (d)**	**80**
Total	**53**	**87**	**140**

A. Il s'agit d'une étude de cohorte ?
B. Il s'agit d'une étude cas-témoin ?
C. RR = (50/60) / (3/80)
D. OR = (50/70) / (3/10)

RÉSOLUTION :

Schéma à avoir en tête pour pouvoir répondre au QCM :

Pour résoudre ce QCM, il faut procéder étape par étape. Dans un premier temps, il convient de déterminer s'il s'agit d'une étude cas-témoins ou d'une étude de cohorte. Cette distinction permettra ensuite de savoir quelle mesure utiliser : l'odds ratio (OR) ou le risque relatif (RR)

Rappel comment différencier si on se trouve dans une enquête cohorte ou cas témoin ?

Étude de cohorte : mesure l'exposition à un facteur de risque chez des individus sains au cours du temps et s'intéresse à la survenue ou non de la maladie. *(En gros, on part d'une population saine, c'est-à-dire non malade. On distingue ensuite deux groupes de sujets : le premier est exposé à un facteur de risque, tandis que le second ne l'est pas. On suit ensuite ces deux groupes au cours du temps afin d'observer si les sujets développent la maladie ou non.)*

Étude de cas témoin : compare des sujets atteints de la maladie étudiée (les cas) à des sujets indemnes de cette maladie (les témoins) quant à leur exposition passée à un facteur de risque. *(Ici, on suit le mécanisme inverse : on part de deux groupes de sujets, les personnes malades et les personnes non malades. On cherche ensuite à déterminer si ces personnes ont été exposées ou non à un facteur de risque dans le passé.)*

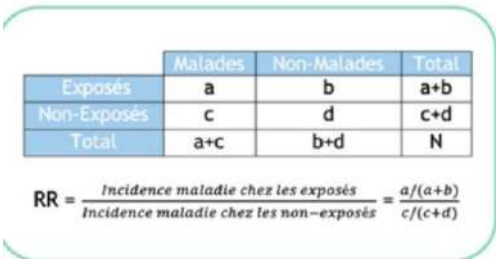
Si on revient sur notre exercice : Il s'agit d'une enquête de cohorte ! Pourquoi ? Tout simplement, on part bien d'une population saine où une partie sera exposé au tabac et l'autre non et on verra par la suite qui développera un cancer ou non, ce qui correspond bien à une étude de cohorte.

Après avoir déterminé dans quelle étude on se trouve on doit déterminer quelle formule utiliser :

- Étude de cohorte : on utilise le risque relatif (RR)
- Étude de cas témoin : on utilise le Odds ratio (OR)

Comme dit précédemment on se trouve dans une étude de cohorte donc on applique la formule du risque relatif :

- RR = (50/60) / (3/80)



	Malades	Non-Malades	Total
Exposés	a	b	a+b
Non-Exposés	c	d	c+d
Total	a+c	b+d	N

$$RR = \frac{\text{Incidence maladie chez les exposés}}{\text{Incidence maladie chez les non-exposés}} = \frac{a/(a+b)}{c/(c+d)}$$

Réponses : A, C

Voilàààà ! J'espère que mes explications sont claires ! Sinon, GO forum ou Messenger (Paul Villanueva) . N'hésitez surtout pas à me contacter, PLEASE, c'est +++ ! Surtout si vous n'avez pas bien compris comment différencier une étude de cohorte d'une étude cas-témoins. Ça tombe aux annales, alors vraiment, n'hésitez pas à m'envoyer un message si vous avez la moindre question !!

Matrices

A= $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ la transposé vaut ᵀA = $\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$

Déterminant => det $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ = ad - bc pour une matrice d'ordre 2

En revanche, pour une matrice d'ordre 3, on retrouve

=> det $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ = a x det $\begin{pmatrix} e & f \\ h & i \end{pmatrix}$ - d x det $\begin{pmatrix} b & c \\ h & i \end{pmatrix}$ + g x det $\begin{pmatrix} b & c \\ e & f \end{pmatrix}$

C'est équivalent à : a x det $\begin{pmatrix} e & f \\ h & i \end{pmatrix}$ - b x det $\begin{pmatrix} d & f \\ g & i \end{pmatrix}$ + c x det $\begin{pmatrix} d & e \\ g & h \end{pmatrix}$

Inverse d'une matrice

A= $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, l'inverse est $A^{-1} = \frac{1}{det(A)} \times \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Le produit de deux matrices

On note A = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et B = $\begin{pmatrix} w & x \\ y & z \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} w & x \\ y & z \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} w & x \\ y & z \end{pmatrix} => \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a*w+b*y & a*x+b*z \\ c*w+d*y & c*x+d*z \end{pmatrix}$$

On suit la même logique pour l'ordre 3

Variables aléatoires

Théorème de l'espérance:

E(kX) = kE(X)
E(X+k) = E(X) + k
E(X+Y) = E(X) + E(Y)

Variable centrée et réduite

Soit X variable et Y sa variable centrée et réduite

$Y = \frac{X - \mu}{\sigma}$ *sachant que μ correspond a la moyenne et σ a l'écart type.*

Loi de Bernoulli

$P(X=k) = p^k q^{1-k}$

$\mu = p$
$\sigma^2 = p(1-p) = pq$

Loi binomiale

$P(X=k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ sachant que $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ avec n! = 1 x 2 x 3 x ..... x n

$\mu = np$
$\sigma^2 = np(1-p) = npq$

Loi géométrique

$P(X=k) = pq^{k-1}$

$\mu = 1/p$

$\sigma^2 = \frac{1-p}{p^2}$

Loi hypergéométrique

$$P(X=k) = \frac{C_D^k \times C_{N-D}^{n-k}}{C_N^n}$$

Avec

$\mu = np$

$\sigma^2 = \frac{N-n}{N-1} npq$

Loi de poisson

$$P(X=k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

$\mu = \sigma^2 = \lambda$

Loi exponentielle

$\mu = 1/\lambda$
$\sigma^2 = 1/\lambda^2$

Loi uniforme

$\mu = (a+b)/2$
$\sigma^2 = (a+b)^2/12$

Analyse de survie

Fonction de répartition

F(t) = 1 – e $^{(-lamba\ x\ t)}$ = probabilité que l'évènement arrive avant t

Fonction de survie

S(t) = P(T >t) = e$^{(-lamba\ x\ t)}$ = 1 – F(t) = probabilité de survivre au moins jusqu'au temps t

Probabilité conditionnelle de survie

S (t/ tau) = S(t) / S(tau)

Nombre de sujets exposés au risque d'évènement

N = V - (C/2)

> Avec :
> **V** le nombre de sujets vivants dans l'intervalle
> **C** le nombre de sujets vivants aux dernières nouvelles dont le temps de participation s'arrête dans l'intervalle = **Censure**

Probabilité d'évènement

D / N

> Avec :
> **D** le nombre de sujets décédés dans l'intervalle
> **N** le nombre de sujets exposés au risque de décès

Survie

(N – D) / N = probabilité de survie instantanée

Analyse actuarielle

N = V - (C/2)

Analyse Kaplan-Meier

N = V – C

Nombre de décès attendus dans le groupe A au temps t

E_A = D x (N_A / N)

> Avec :
> **N_A** effectif du groupe A au temps t avant le décès
> **N** effectif global au temps t avant le décès

Effectif global au temps t avant le décès

N = NA + NB

EXERCICES D'APPLICATION :

Exercice 1 :

On a suivi la "survie" des machines à café du campus depuis le jour de la rentrée. On considère qu'une machine "meurt" lorsqu'elle affiche le message "Hors service". Les probabilités cumulées de panne sont les suivantes : au bout d'un mois, 15 % des machines sont en panne ; au bout de 2 mois, 30 % sont HS ; au bout de 3 mois, 65 % sont HS ; au bout de 4 mois, 85 % sont HS ; et au bout de 5 mois, 95 % sont HS. Quelle est la probabilité qu'une machine à café ayant tenu le choc pendant 2 mois tombe en panne avant la fin de son troisième mois ?

A) 25 %
B) 35 %
C) 50 %
D) 65 %
E) 75 %

CORRECTION :

L'énoncé nous fournit des taux de pannes globaux cumulés mais la question posée correspond à une probabilité conditionnelle. On veut donc déterminer la probabilité d'une panne entre le 2ème et le 3ème mois (2 < T < 3) sachant que la machine fonctionnait encore très bien à 2 mois (T > 2).

Pour rendre les calculs plus compréhensibles on va d'abord déduire la proportion de machines "survivantes" à chaque palier à partir des pannes :

- ⇨ À 1 mois : 15 % de cassées il en reste donc 85 % en marche.
- ⇨ À 2 mois : 30 % de cassées il en reste 70 % en marche (soit une survie S(2) = 0,70).
- ⇨ À 3 mois : 65 % de cassées il n'en reste plus que 35 % en marche (soit une survie S(3) = 0,35).

Pour obtenir notre probabilité conditionnelle il suffit de diviser la part des machines qui rendent l'âme dans cet intervalle précis par la proportion de machines qui étaient encore fonctionnelles au début de la période : **[S(2) - S(3)] / S(2).** Ce qui nous donne : (0,70 - 0,35) / 0,70} = 0,35 /0,70} = **0,50**

Il y a donc 50 % de chances qu'une machine tombe en panne dans ces conditions.
(Petit rappel : il ne faut surtout pas faire la simple soustraction 65 % - 30 % = 35 %. Cette baisse brute doit absolument être rapportée aux 70 % de départ !).

La proposition correcte est la C.

Exercice 2 :

On s'intéresse à la fréquentation de la BU en période de révisions. La probabilité de réussir à conserver une place assise plus de 4 heures d'affilée est de 40 %. On classe les étudiants par vagues d'arrivée (stade 1 à 4). 50 % des étudiants arrivent à l'ouverture (stade 1), 25 % vers 9h (stade 2), 15 % vers 10h (stade 3), et 10 % arrivent tardivement (stade 4). La probabilité qu'un étudiant arrive tardivement (stade 4) ET réussisse à garder sa place au moins 4 heures est de 0,04. Quel est le pourcentage d'étudiants du stade 4 qui abandonnent leur place en moins de 4 heures ?

A) 40 %
B) 50 %
C) 60 %
D) 70 %
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

CORRECTION :

Faisons le point sur les probabilités que l'on peut extraire directement du texte :

- ⇨ Garder sa place longtemps : P (place≥ 4 h) = 0,40
- ⇨ Faire partie des lèves tard : P (stade 4) = 0,10
- ⇨ L'intersection des deux : P(stade 4 intersection place ≥ 4 h) = 0,04

L'objectif est de trouver la probabilité de partir vite (moins de 4 heures) ajouté au fait d'être un étudiant du stade 4. On cherche donc P (départ< 4h / stade).

Commençons par évaluer combien d'étudiants du stade 4 parviennent à rester plus de 4 heures. On divise l'intersection par la probabilité d'être au stade 4 : **0.04 / 0.10 = 0.60**

Cela signifie que 40 % de ce groupe tiennent le coup.
Puisqu'il n'y a que deux issues possibles (rester plus de 4h ou partir avant), on utilise la probabilité complémentaire pour trouver ceux qui abandonnent : **1 - 0,40 = 0,60**

Le taux d'abandon chez les lèves tard est de 60 %.

C'est donc la réponse C.

Exercice 3 :

On garde les mêmes stats sur la BU que l'exercice précédent. On croise un étudiant en train de quitter la bibliothèque : il a gardé sa place moins de 4 heures. Quelle est la probabilité que cet étudiant fasse partie de la vague d'arrivée tardive (stade 4) ?

A) 5 %
B) 10 %
C) 15 %
D) 20 %
E) Les propositions A, B, C et D sont fausses

CORRECTION :

On prend ici le problème sous un autre angle par rapport à la question précédente.
Cette fois l'information connue est le départ précoce (< 4h) et on veut remonter à la vague d'arrivée. C'est l'indication de base qu'il faut sortir le théorème de Bayes pour trouver P (stade 4 / départ< 4h).

Il nous faut d'abord la probabilité globale d'un départ précoce. Puisque 40 % des étudiants restent au moins 4 heures on en déduit donc que 60 % partent avant : **P (départ < 4 h) = 0,60**.

Ensuite il faut isoler les étudiants du stade 4 qui partent tôt (l'intersection).

On sait que le stade 4 représente 10 % de la population totale et que 4 % de la population totale sont des stades 4 qui restent longtemps. La différence nous donne ceux qui partent vite : **P (stade 4 intersection départ < 4h) = 0,10 - 0,04 = 0,06**

Pour finir on applique notre formule de probabilité conditionnelle en divisant cette intersection par la probabilité globale du départ précoce : **0.06 / 0.60 = 0.10**

Il y a donc 10 % de chances que cet étudiant soit issu de la vague d'arrivée tardive.

La bonne proposition est la B.

Essais cliniques

Formule du nombre de sujets nécessaires

$$n = \frac{2\sigma^2}{\delta^2}\left(z_{1-\alpha/2} + z_{1-\beta}\right)^2$$

Il permet de déterminer combien de patients sont nécessaire pour que l'étude soit fiable

En français ça donne :

- **δ :** différence minimale cliniquement pertinente *(= en gros c'est l'écart d'efficacité minimal qu'on cherche à prouver entre les deux traitements pour qu'une différence observée entre deux traitements soit jugée utile et significative pour la santé du malade)*

- σ² : correspond à la variance donc à la variabilité du critère de jugement *(= montre la différence entre les résultats mesurés)*

À partir de la formule on peut en déduire que :

- Le nombre de patient n augmente quand $\boldsymbol{z1 - \alpha\ 2}$ augmente -> quand α baisse

- Le nombre de patient n augmente quand $\boldsymbol{z1 - \beta}$ augmente -> cad quand β baisse

- Le nombre de patient n augmente quand $\boldsymbol{\delta}$ diminue

- Le nombre de patient n augmente quand $\boldsymbol{\sigma 2}$ (donc ici, plus la différence entre les résultats mesurés est grande plus on doit augmenter le nombre de patients pour que l'étude soit fiable)

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

Quantifier l'effet d'un traitement

Groupe	Effectif	Évènements	Risque
Traitement étudié	N1	X1	R1 = X1/N1
Traitement contrôle	N0	X0	R0 = X0/N0

Le risque r0 : correspond au risque du groupe contrôle est dénommé risque de base (car il correspond en quelque sorte au risque spontané des patients). Il est aussi appelé risque sans traitement dans les essais contre placebo. *(En gros c'est la fréquence de survenue de complications chez les patients qui reçoivent le traitement classique ou un placebo)*

Le risque r1 : C'est la fréquence de survenue de complications chez les patients recevant le nouveau médicament

Exemple : tout simplement une application de formule !

Groupe	Effectif	Évènement	Risque
Traitement étudié	250	21	0,08 (8%)
Traitement contrôle	246	36	0,15 (15%)

Le risque relatif (relative risk ou RR) :
Il permet de comparer la survenu de risque (= complication) entre le traitement de contrôle et le nouveau traitement donc plus le RR est bas et plus le risque d'apparition de complication et faible et réciproquement plus le risque relatif est élevé et plus l'arrivé d'une complication est probable

$$RR = R1/R0$$

Exemple :

Avec R1 = 0,08 et R0 = 0,15

RR = R1/R0
RR = 0,08/0,15 = 0,53

Ici, le RR = 0,53 donc on en déduit que le risque d'apparition de complication avec le nouveau ttt est 0,53x de celui du risque de l'ancien ttt (ou du placebo), avec un RR de 0,53 le risque d'apparition d'une complication est divisé par 2 comparé au ttt de contrôle (= ancien ttt ou placebo)

La réduction relative de risque (RRR) :
Plus utilisé que le RR, sert à quantifier le pourcentage de risque évité grâce au nouveau traitement par rapport au risque de base (groupe contrôle ou placebo)

$$RRR = (1 - RR) \times 100$$

Si le RR = 0,53

RRR = (1 – 0,53) x 100 = 0,47 x 100 = 47%

La différence des risques (« risque différence » ou DR, différence absolue, bénéfice absolu et puis c'est long quoi) : Un effet bénéfique se traduit par une différence des risques négative et un effet délétère par une valeur positive.

DR = R1 – RO

Exemple : avec pour R1 = 0,08 et R0 = 0,15

DR = 0,08 – 0,15 = - 0,07 (7%)

Ici la DR = -0,07 cela signifie que le traitement évite la survenue de 7 évènements pour 100 patients traités. Le traitement entraine une réduction relative de la fréquence de l'évènement (le risque de 47%)

Number Needed to Treat (nombre nécessaire à traiter) :
Il correspond au nombre moyen de sujets qu'il est nécessaire de traiter pour éviter 1 évènement

NNT = 1/DR ou NNT = 1 / I R1 – R0 I

Rappel lycée : I R1 – R0 I c'est la valeur absolue de la différence entre R1 et R0 donc la différence R1 et R0 est toujours positive

Exemple : avec un DR = 0,07

NNT = 1/0,07 = 14

Un NNT de 14 signifie qu'il faut traiter en moyenne 14 patients pour éviter un évènement.

Équations différentielles

Équations différentielles du premier ordre

ED1 sans second membre :

$$y' + ay = 0$$

La solution générale de l'ED (donc les solutions) est : avec C une constante réelle qu'on ne cherche pas à calculer. On obtient ce résultat avec la méthode de séparation des variables :

$$\boxed{y = Ce^{-ax}}$$

ED1 avec second membre :

$$y' + ay = b$$

La solution générale d'une ED1 avec second membre réel est donc de la forme :

$$\boxed{y = Ce^{-ax} + \frac{b}{a}}$$

Équations différentielles du second ordre

ED2 sans second membre

$$\mathbf{ay'' + by' + cy = 0}$$

On associe à cette équation un polynôme caractéristique de la forme :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donc le discriminant est : $\Delta = b^2 - 4ac$

Si Δ > 0 : $\boxed{r = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$

Les solutions de cette ED : $C_1e^{r_1x} + C_2e^{r_2x}$

Si Δ = 0 : $r = \frac{-b}{2a}$

La solution de cette ED : $(C_1x + C_2)e^{rx}$

Si Δ <0 : $r \pm i\omega$

avec : $r = \frac{-b}{2a}$ et $\omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2a}$

Les solutions de cette ED : $(C_1 \sin(\omega x) + C_2 \cos(\omega x))e^{rx}$

ED2 avec second membre :

Une équation différentielle du second ordre avec second membre est de la forme :

$$ay'' + by' + cy = d$$

a =/= 0 et d =/=0

Modèles en équations différentielles

Modèle de Lotka-Volterra :

- Appelé aussi modèle proie-prédateur
- Correspond à un couple d'équations différentielles non linéaires du premier ordre
- Utilisées pour décrire la dynamique des systèmes biologiques dans lesquels un prédateur et sa proie interagissent.
- Les équations ne sont pas linéaires donc il n'y a pas de solution analytique. De plus, on ne peut pas résoudre la 1ère équation sans la 2ème et inversement

Le système s'écrit sous la forme suivante : $\begin{cases} x'(t) = x(t)(\alpha - \beta y(t)) \\ y'(t) = y(t)(\delta x(t) - \gamma) \end{cases}$

Dans ce système :
- t désigne le temps
- (t) désigne l'effectif des proies
- y(t) désigne l'effectif des prédateurs
- x'(t) et y'(t) désignent les variations des populations au cours du temps
- α désigne le taux de reproduction des proies
- β désigne le taux de mortalité des proies
- δ désigne le taux de reproduction des prédateurs
- γ désigne le taux de mortalité des prédateurs

Modèle de Verhulst :

- Équation différentielle non linéaire de la forme : $\begin{cases} y(0) = y_0 \\ y' = ry\left(1 - \frac{y}{K}\right) \end{cases}$

Pour résoudre cette équation, il faut effectuer un changement de variable :

On pose alors $z = \frac{1}{y}$. En remplaçant dans l'équation on obtient $z' = rz\left(1 - \frac{1}{kz}\right)$

Soit au final $z' = rz - \frac{r}{k}$ c'est-à-dire une ED1 avec second membre.