

Correction Concours blanc Tut'Rentrée

QCM 1. Réponse D

- A) Faux : L'étude étant menée exclusivement sur les personnes diabétiques, l'ensemble des personnes diabétiques de France forme la « population ».
- B) Faux : L'échantillon est constitué par une partie seulement des personnes diabétiques vivant en France (= sous ensemble) et est formé selon certaines modalités (ex : tirage au sort, étude menée dans 1 région sur 2, etc ...). Mener une étude statistique sur l'ensemble de la « population » est en règle générale envisageable car bien trop coûteuse.
- C) Faux : L'étude ne concernant que les personnes diabétiques, elle ne peut donc pas être extrapolée à tout homme vivant en France. En revanche elle pourrait éventuellement être extrapolée à l'ensemble des hommes diabétiques ayant plus de 50 ans dans le cas où l'étude menée à Nice serait représentative de la « population » de l'étude.
- D) Vrai : Toute personne participant à l'étude peut être considérée incluse dans l'échantillon (= sous ensemble de la population)
- E) Faux

QCM 2. Réponses A, B.

- A) Vrai
- B) Vrai
- C) Faux : Ensemble INFINI (il y a une infinité d'entiers multiples de 3) dénombrable.
- D) Faux : Ensemble INFINI indénombrable
- E) Faux.

QCM 3. Réponse A

- A) Vrai : Nous sommes bien dans le cas d'une combinaison de n éléments (les 36 élèves) pris p à p parties d'un ensemble : C_p^n . L'ordre des élèves dans chaque paire n'a pas d'importance. Pour expliquer différemment, il pourrait s'agir de tirer au sort simultanément 2 élèves parmi les 36, et de comptabiliser le nombre de paires d'élèves différentes.
- B) Faux : Il ne peut s'agir d'une « p liste avec remise ». Il n'y a pas effectivement pas de « remise » d'élève possible (de plus un même élève ne peut s'associer à lui-même). D'autre part, l'ordre des paires d'élèves n'est pas important.
- C) Faux : Il ne peut s'agir d'un « arrangement de n éléments pris p à p » puisque l'ordre des élèves dans chaque paire n'a pas d'importance.
- D) Faux
- E) Faux

QCM 4. Réponses A, B, D

- A) Vrai : Dans le cas présent, nous cherchons à déterminer le nombre de permutations différentes des 5 équipes (correspond aux différents classements possible de ces 5 équipes), l'ordre est donc important.
- B) Vrai : Les 5 équipes ne pouvant pas se répéter dans le classement (= sans remise) et leur ordre étant important, les différents classements correspondent donc à des arrangements où 5 éléments (= 5 équipes) sont pris parmi ces 5 éléments. Soit : $A_n^p = A_5^5$ (il s'agit d'un cas particulier où $p = n = 5$)
- C) Faux : Il ne s'agit pas de permutations avec répétition. On ne cherche pas à déterminer les différents classements généraux des coureurs en ne regardant que leur équipe d'appartenance (ex : 1^{er} coureur de l'équipe Astana, 2^{ème} coureur de l'équipe Europcar, 3^e coureur de l'équipe Europcar, 4^e coureur de l'équipe Radio Shack, 5^e coureur de l'équipe Astana, etc...), mais à déterminer les différents classement possibles des équipes (ex : 1^{er} : Astana, 2^e Radio Shack, 3^e Europcar, 4^e FDJ, 5^e AG2R).
- D) Vrai : Il s'agit bien de permutations de 5 éléments. C'est un cas particulier d'Arrangements de 5 éléments parmi 5 éléments.
- E) Faux

QCM 5. Réponse C

- A) Faux : L'ordre est évidemment important lorsqu'on écrit un mot, sinon il perd son sens (façon de parler : « MMAAN » a peut être un sens pour Olivier, mais aucun dans la langue française) !
- B) Faux : Après avoir posé une lettre dans son mot, Olivier n'y touche plus. Il ne peut donc pas l'utiliser à nouveau. Il n'y a pas de « Remise ». C'est légèrement différent pour les lettres « M » et « A » puisqu'il y en

a 2 de chaque. Bien qu'on ne puisse pas reprendre une de ces lettres posées (= sans remise), le fait qu'elles soient en double indique une répétition.

- C) Vrai : L'ordre est important, il n'y a pas de « Remise » et on utilise tous les éléments (les 5 lettres) dont on dispose. Il s'agit donc bien de permutations. Cependant, la difficulté dans ce cas et de tenir compte des lettres qui se répètent. Il y a 2 lettres « M » et 2 lettres « A ». On se retrouve donc dans une configuration de « permutations avec répétition » d'où : $P_5 = \frac{5!}{2!2!1!}$
- D) Faux : Comme expliqué en C, il s'agit bien de permutations de 5 éléments mais il faut tenir compte de la répétition des lettres « A » et « M ».
- E) Faux

QCM 6. Réponse E

- A) Faux : Il s'agit bien d'un événement de l'univers Ω . Parmi l'ensemble des résultats possibles, tous les résultats ayant « Roi de cœur » au 1^{er} et 2^e tirage constitue un sous ensemble de Ω .
- B) Faux : Card (Ω) = 32^4 . L'ordre est bien important mais il y a également « Remise ». Il y a donc $32 \times 32 \times 32$ résultats possibles.
- C) Faux : Un résultat élémentaire est unique dans l'Univers Ω , or il y a 4 ! résultats (= événements élémentaires) constitués de {10 pique, As trèfle, 7 cœur, 9 carreau}. Exemple de résultats élémentaires : (10 pique, As trèfle, 7 cœur, 9 carreau), (As trèfle, 10 pique, 9 carreau, 7 cœur) ; etc..
- D) Faux : Il s'agit d'un événement impossible \emptyset . Un événement élémentaire (appartenant à Ω par définition) ne peut comporter 5 cartes.
- E) Vrai

QCM 7. Réponses A, C

- A) Vrai : $P(O^-) = 1 - P(O) = 1 - 0,1 = 0,9$
- B) Faux : On demande la probabilité pour qu'une personne soit obèse ET souffre de diabète : $P(O \cap D) = P(D/O) \times P(O) = 0,05 \times 0,1 = 0,005$
- C) Vrai : $P(O/D) = \frac{P(O \cap D)}{P(D)} = \frac{0,005}{0,01} = 0,5$
- D) Faux : Voir item C
- E) Faux

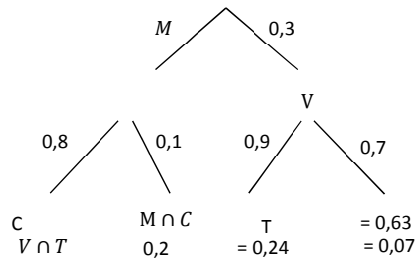
QCM 8. Réponses B, C

- A) Faux : Voir item B
- B) Vrai : On demande la probabilité pour qu'une personne ne soit pas obèse ET souffre de diabète : $P(O^- \cap D) = P(D) - P(O \cap D) = 0,01 - 0,005 = 0,005$. Afin de mieux visualiser cette propriété, il est préférable de dessiner un diagramme en arbre.
- C) Vrai : $P(D/O^-) = \frac{P(O^- \cap D)}{P(O^-)} = \frac{0,005}{0,9} = \frac{5}{900}$. Autre méthode : $P(D/O^-) = \frac{P(O^- \cap D)}{P(O^-)} = \frac{P(O^-) \times P(D)}{P(O^-)} = \frac{(1 - P(O)) \times P(D)}{P(O^-)} = \frac{0,5 \times 0,01}{0,9} = \frac{5}{900}$
- D) Faux : Voir item C
- E) Faux

QCM 9. Réponses A, C

- A) Vrai : Deux événements sont indépendants ssi : $P(V \cap O) = P(V) \times P(O) = 0,15 \times 0,3 = 0,045$. C'est le cas.
- B) Faux : Deux événements sont incompatibles ssi : $P(V \cap O) = \emptyset$. Or $P(V \cap O) = 0,045$.
- C) Vrai puisque les événements V et O sont indépendants.
- D) Faux
- E) Faux

QCM 10. Réponses A, C, D



- A) Vrai : $P(M) = P(M \cap C) + P(M \cap T) = 0,13$
- B) Faux : $P(V) = P(V \cap C) + P(V \cap T) = 0,87$
- C) Vrai : $P(M \cap C) = P(C) \times P(M|C) = 0,06$
- D) Vrai : $P(C|M) = \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{0,06}{0,13}$
- E) Faux

QCM 11. Réponses B,D

- A) Faux
- B) Vrai : Ici, le principe est de choisir pour chaque patient le pôle qui lui est adapté.

Le 1er patient a 5 choix, le 2ème a 5 choix, le 3ème 5 choix, ..., le 10ème a 5 choix.
 Donc le nombre de « dispersions » distinctes possibles est donnée par $5 \times 5 \times \dots \times 5 = 5^{10}$
 10 fois

C) Faux : Soient :

- Ω = univers = ensemble des dispersions distinctes possibles des patients dans les 5 pôles. Card $\Omega = 5^{10}$
- A = événement « tous les patients sont dirigés vers le même pôle ». Card A = 1

$P = \text{card A} / \text{card } \Omega$
 $P = 1 / 5^{10}$

D) Vrai : Soient :

- Ω = univers = ensemble des dispersions distinctes possibles des patients dans les 5 pôles. Card $\Omega = 5^{10}$
- B = événement « un des 5 pôles est vide ». Calculons son cardinal :

- a) Il faut choisir le pôle qui reste vide. Il y a 5 possibilités.
- b) Il ne reste plus que 4 choix possibles pour chaque patient. Ainsi, Le 1er patient a 4 choix, le 2ème a 4 choix, le 3ème 4 choix, ..., le 10ème a 4 choix, soit $4 \times 4 \times \dots \times 4 = 4^{10}$ nombre de « dispersions » distinctes possibles des patients.
- c) finalement, Card B = 5×4^{10} 10 fois
- d) $P = \text{Card B} / \text{Card } \Omega$
 $P = 5 \times 4^{10} / 5^{10} = 4^{10} / 5^9$

E) Faux

QCM 12. Réponses A, B

- A) Vrai
- B) Vrai : Ici, il faut prendre les choses à l'envers ...

La probabilité que l'enfant trouve la sortie au 4ème essai = probabilité que l'enfant se trompe au cours de ses 3 premiers essais :

- a) $P(\text{se tromper au 1er essai}) = \frac{1}{4}$
- b) $P(\text{se tromper au 2ème essai}) = \frac{2}{3}$
- c) $P(\text{se tromper au 3ème essai}) = \frac{1}{2}$
- d) $P(\text{trouver la sortie au 4ème essai}) = P(\text{se tromper au 1er ET au 2ème ET au 3ème essai})$
 $P = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

- C) Faux
- D) Faux
- E) Faux

QCM 13. Réponses A, D

Soient les événements suivants :
 - R = événements « tirer une boule rouge »
 - Cu = événement « tirer une boule dans la boîte cubique »
 - Cy = événement « tirer une boule dans la boîte cylindrique »

- A) Vrai
- B) Faux :

$P(\text{« tirer au hasard une boule rouge »}) = P(R)$

= $P(\text{« tirer une boule rouge dans la boîte cubique » ou « tirer une boule rouge dans la boîte cylindrique »})$

= $P[(R \cap Cu) \cup (R \cap Cy)]$

= $P(R \cap Cu) + P(R \cap Cy)$ → Théorème des probabilités totales car $(R \cap Cu)$ et $(R \cap Cy)$ sont deux événements disjoints.

$P = 0,5 \times \frac{10}{13} + 0,5 \times \frac{3}{7}$

où :

- 0,5 = probabilité de choisir lune des deux boîtes
- 10/13 = probabilité de tirer une boule rouge après avoir choisi la boîte cubique
- 3/7 = probabilité de tirer une boule rouge après avoir choisi la boîte cylindrique

- C) Faux
- D) Vrai

$P(\text{« la boule tirée par l'enfant provienne de la boîte cubique sachant qu'elle est rouge »})$

$P = P(Cu | R) = P(R \cap Cu) / P(R)$
 avec (calculé aux items précédents) :

- $P(R) = 0,6$
- $P(R \cap Cu) = 0,5 \times \frac{10}{13}$

E) Faux

QCM 14. Réponses C, D

Le plus important dans ce genre de QCM est de traduire d'entrée de jeu l'énoncé.
 Soient les événements suivants :

- M = événement « être malade » → $P(M) = 0,1$
- (< 15 ans) = événement « avoir moins de 15 ans » → $P(< 15 \text{ ans}) = 0,2$
- (> 15 ans) = événement « avoir plus de 15 ans » → $P(> 15 \text{ ans}) = 0,8$
- $P(< 15 \text{ ans} | M) = 0,7$

1) $P(\text{« être malade et d'avoir moins de 15 ans »})$
 = $P(< 15 \text{ ans} \cap M)$ on utilise la formule de la multiplication
 = $P(< 15 \text{ ans} | M) \times P(M)$
 = $0,7 \times 0,1 = 0,07$

2) $P(\text{« être malade et d'avoir plus de 15 ans »})$
 = $P(> 15 \text{ ans} \cap M)$ on utilise la formule de la multiplication
 = $P(> 15 \text{ ans} | M) \times P(M)$
 = $0,3 \times 0,1 = 0,03$

3) Prévalence de la maladie chez les plus de 15 ans
 = $P(M | > 15 \text{ ans})$ on utilise le théorème de Bayes
 = $P(> 15 \text{ ans} \cap M) / P(> 15 \text{ ans})$
 = $P(< 15 \text{ ans} | M) \times P(M) / P(> 15 \text{ ans})$

= 0,3 x 0,1 / 0,8

QCM 15. Réponses : A, C

- 1) Une **combinaison** est un tirage **non ordonné** sans remise
- 2) Un **arrangement** est un tirage **ordonné** avec remise.

QCM 16. Réponses A, C

- A) Vrai
- B) Faux
- C) Vrai

Soient les évènements indépendants suivants :
 F = événement « être fumeur » → P(F) = 0,2
 P = événement « avoir son permis » → P(P) = 0,6

P (« être fumeur et avoir son permis »)
 = P (F ∩ P)
 = P(F) x P (P) car F et P sont indépendants
 = 0,2 x 0,6 = 0,12

- D) Faux

On vous demande ici de calculer la proportion de gens ayant leur permis chez les fumeurs →
P (« avoir son permis sachant qu'on est fumeur »)
 = P (P | F)
 = P (F ∩ P) / P (F)
 = 0,12 / 0,2
 = **0,6**

60% des fumeurs ont leur permis de conduire.

- E) Faux

QCM 17. Réponses A, C

- A) Vrai
- B) Faux

P (« un individu ait au moins un retard au cours du 1er mois »)
 = P (« avoir 1 retard au cours du 1er mois ») + P (« avoir 2 ou plus retards au cours du 1er mois »)

On cherchera donc dans le tableau tous les individus qui ont eu un retard au cours du 1er mois puis 2 ou plus retard au cours du 1er mois, quelque soit le nombre de retards au cours du 2ème mois.

Retard le 1er mois \ Retard le 2ème mois	0	1	2 ou plus	total
0	262	212	73	547
1	250	73	23	346
2 ou plus	60	33	14	107
total	572	318	110	1000

P = 318/1000 + 110/1000 = **0,428**

- C) Vrai

On raisonne de même mais au cours du 2ème mois

P (« un individu ait au moins un retard au cours du 1er mois »)
 = P (« avoir 1 retard au cours du 2ème mois ») + P (« avoir 2 ou plus retards au cours du 2ème mois »)

On cherchera donc dans le tableau tous les individus qui ont eu un retard au cours du 2ème mois puis 2 ou plus retard

au cours du 1er mois, quelque soit le nombre de retards au cours du 1er mois.

Retard le 1er mois \ Retard le 2ème mois	0	1	2 ou plus	total
0	262	212	73	547
1	250	73	23	346
2 ou plus	60	33	14	107
total	572	318	110	1000

P = 346/1000 + 107/1000 = **0,453**

- D) Faux

P (« avoir au moins un retard au cours des deux mois ») on passe par l'inverse
 = 1 - P (« n'avoir aucun retard aucun des deux mois »)
 = 1 - 262/1000 = **0,738**

NB :

- R1 : « avoir au moins un retard au cours du 1er mois »
- R2 : « avoir au moins un retard au cours du 2ème mois »

... ne sont pas disjoints : certains individus peuvent être arrivés en retard au cours du 1er et du 2ème mois. Donc :

$$P (R1 \cup R2) \neq P(R1) + P(R2)$$

$$P(R1 \cup R2) = P (R1) + P (R2) - P (R1 \cap R2)$$

- E) Faux